1　数の性質・場合の数

▼指導ページ　P4 ～ 13 ▼

指導のねらい
★整数の持つ性質や，各計算のしくみを理解する。
★連除法等の計算方法を正しく扱えるようにする。
★並び方か選び方かを正しく判断し，適切な方法で解けるようにする。

授業展開例

●素因数分解
◎下の計算方法を確認しておく。

2)60
2)30　　60 = 2 × 2 × 3 × 5
3)15
　5

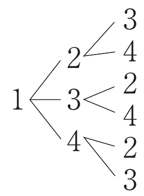
※約数の個数は素因数分解の結果から求める。
60 の約数の個数…$(\underbrace{2}_{2の個数} + 1) \times (\underbrace{1}_{3の個数} + 1) \times (\underbrace{1}_{5の個数} + 1) = 12$(個)

●倍数の見分け方
3 の倍数…各位の数の和が 3 の倍数
4 の倍数…下 2 けたが 4 の倍数または 00
9 の倍数…各位の数の和が 9 の倍数

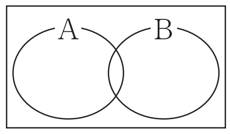
●最小公倍数・最大公約数
◎連除法を利用できるようにする。

△)▲　□　最小公倍数…△×■×◇×○
■)☆　◎　最大公約数…△×■
　◇　○

●図の利用
◎場合の数は表や樹形図，条件を整理するときは表やベン図を用いるとよい。



	1	2	3
A			
B			
C			



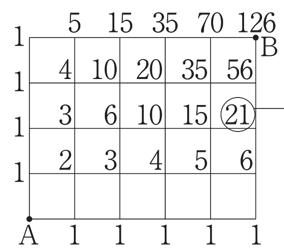
●並び方と選び方
・N人の並び方
N ×(N − 1)×…× 2 × 1
・N人から 3 人の選び方
$\dfrac{N \times (N-1) \times (N-2)}{3 \times 2 \times 1}$

●～ではない場合の数
(～ではない場合の数)
＝(全体の場合の数)－(～である場合の数)

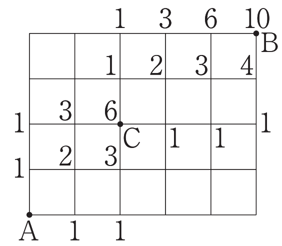
重要問題の解説例

基本１
(1)　32 をわると 2 あまる→(32 − 2 ＝)30 をわり切る
　48 をわると 3 あまる→(48 − 3 ＝)45 をわり切る
30 と 45 の公約数を求める。
3)30　45　最大公約数…3 × 5 = 15
5)10　15　公約数…15 の約数より 1，3，5，15
　2　3
「3 あまる」→わる数は 3 より大きい→ 5，15
答　5，15

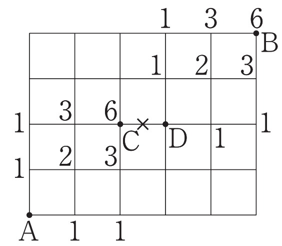
基本７
(1)　①より，C ＝ 0 とわかるので，D は 0 ではない。
よって，③より，A ＝ 1　　答　1
(2)　A ＝ 1 より，②から，B ＝ 2 とわかる。
よって，④より，D ÷ 2 ＝ 2，D ＝ 4　　答　4

基本 10
(1)


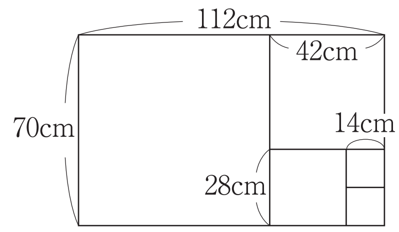
各点を通る場合の数を図に書く
(左の 15 と下の 6 の和)
答　126 通り

(2)


A から C まで…6 通り
C から B まで…10 通り
6 × 10 ＝ 60(通り)
答　60 通り

(3)


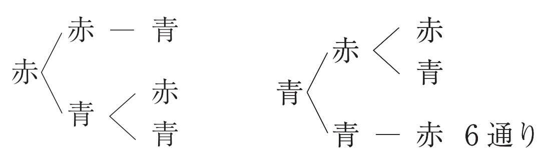
A から C まで…6 通り
D から B まで…6 通り
×印の道を通る行き方は，
6 × 6 ＝ 36(通り)
×印の道を通らない行き方は，
126 − 36 ＝ 90(通り)
答　90 通り

練習２
(1)


112 ÷ 70
＝ 1 あまり 42 → 1 枚
70 ÷ 42
＝ 1 あまり 28 → 1 枚
42 ÷ 28
＝ 1 あまり 14 → 1 枚
28 ÷ 14 ＝ 2 → 2 枚
1 ＋ 1 ＋ 1 ＋ 2 ＝ 5(枚)　　答　5 枚

(3)　(1)の方法をユークリッドの互除法といい，大きな整数の最大公約数を求めるのに便利である。
1007 ÷ 583 ＝ 1 あまり 424
583 ÷ 424 ＝ 1 あまり 159
424 ÷ 159 ＝ 2 あまり 106
159 ÷ 106 ＝ 1 あまり 53
106 ÷ 53 ＝ 2 →最大公約数 53　　答　53

練習８
◎ 7 個の点の中から 3 個選ぶ…$\dfrac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$(通り)
(A，O，C)，(B，O，D)，(M，O，N)の 3 通りは，一直線になってしまい三角形にならない。
35 − 3 ＝ 32(個)　　答　32 個

練習 11
(1)　赤と青の 2 種類を取り出すとき


赤と黄，青と黄のときも同様なので，
6 × 3 ＝ 18(通り)　　答　18 通り

(2)　続けて取り出す 2 個の玉が赤のとき
①　青　②　黄　③
①～③のいずれかに(赤，赤)を入れると考える→ 3 通り
また，青と黄が逆のときも考える→ 3 ＋ 3 ＝ 6(通り)
2 個取り出す玉が，青，黄のときも同様なので，
6 × 3 ＝ 18(通り)　　答　18 通り

2 規則性

▼指導ページ　P14 ～ 23 ▼

指導のねらい　★植木算，周期算，方陣算などの特殊算について理解する。
★等差数列を中心とした数列の規則をみつけ，利用して計算できるようにする。

授業展開例

●周期算

◎１つの周期がいくつずつで区切られているのか，また，周期をいくつまで数えればよいのかを確認する。
(値の個数)＝(１つの周期の個数)×(周期の数)

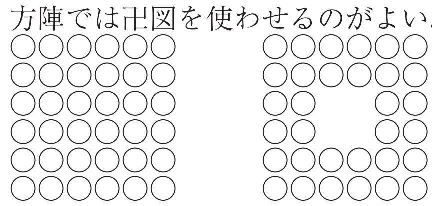
●等差数列

◎数の並びを見たときに，等差数列になっているかを確認する。このときに差がいくつになっているかも求める。

◎等差数列の和の公式は忘れやすいので，何度も問題を解かせて，公式を確実に覚えさせる。
等差数列の和＝(はじめの数＋Ｎ番目の数)×Ｎ÷２
(Ｎ番目)

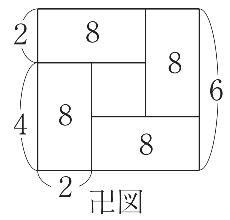
●方陣算

◎中実方陣と中空方陣で解き方を分けるとよい。中空方陣では卍図を使わせるのがよい。



（中実方陣）　（中空方陣）

⇓



卍図

重要問題の解説例

基本２

◎どこまでで１つの周期なのかを示す。
４，５，５，１，３，２／４，５，５，１，３，２／４，５，…

⑴　１つの周期に６個の数字がある。
90 個並べたとき，周期の数は，
90 ÷ 6 ＝ 15
よって，15 周期であまりなしなので，
１周期に５は２個あるから，
2 × 15 ＝ 30(個)　　答　30 個

⑶　１周期にふくまれている奇数は，
(5，5，1，3)の４個。
これらの和は，5 ＋ 5 ＋ 1 ＋ 3 ＝ 14
よって，15 周期分は，14 × 15 ＝ 210
答　210

基本７

⑴　５段目の４列目は，４段目の１列目より４大きい。
5 ×(5 － 1)＋ 4 ＝ 24　　答　24

⑵　46 ÷ 5 ＝ 9 あまり 1
９段目の５列目より１大きいのは，10 段目の１番目の数
偶数段は５列目が１番目の数なので，10 段目の５列目
答　10 段目の５列目

⑶　３列目が５ずつ増える等差数列になっているので，３列目を基準として考える。
奇数段…２列目は３列目より１小さい
偶数段…２列目は３列目より１大きい
よって，１段目から８段目の和は，２列目と３列目で等しい。
3 ＋ 5 ×(8 － 1)＝ 38…８段目の３列目
(3 ＋ 38)× 8 ÷ 2 ＝ 164　　答　164

練習５

⑴　第１組の和…$\frac{1}{2}$
第２組の和…$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$
第３組の和…$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=1\frac{1}{2}$
⋮　　　⋮
各組の和は，$\frac{1}{2}$ずつ大きくなる等差数列
$\frac{8}{9}$は第８組の最後の数で，第８組の和は，
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times(8-1)=4$
よって，第１組から第８組までの和は，
$\left(\frac{1}{2}+4\right)\times 8\div 2=18$　　答　18

⑵　$\frac{1}{2}$を除いて５回目の$\frac{1}{2}\to\frac{1}{2}$の分子と分母を６倍した数
$\frac{1\times 6}{2\times 6}=\frac{6}{12}$…第 11 組の６番目
(1 ＋ 10)× 10 ÷ 2 ＋ 6 ＝ 61(番目)　　答　61 番目

練習９

⑴　１辺が４個，辺が６つ分のご石を加えるので，
(4 － 1)× 6 ＝ 18(個)　　答　18 個

⑵　もとのご石に加えたご石の数を足す。
1 ＋(2 － 1)× 6 ＝ 7(個)…１辺が２個
7 ＋(3 － 1)× 6 ＝ 19(個)…１辺が３個
19 ＋(4 － 1)× 6 ＝ 37(個)…１辺が４個
37 ＋(5 － 1)× 6 ＝ 61(個)…１辺が５個
61 ＋(6 － 1)× 6 ＝ 91(個)…１辺が６個　　答　91 個

練習 10

⑴　２進法で表している。16 は２進法で 10000
2)16
2)　8…0
2)　4…0
2)　2…0　　よって，点灯している電球は５番
　　1…0
答　5 番

⑵　１回目は２進法で 111，２回目は 1011，３回目は 1101 である。
1101 は 10 進法で，1 ＋ 4 ＋ 8 ＝ 13　　答　13 秒後

⑶　１分 40 秒＝ 100 秒，100 は２進法で 1100100
2)100
2)　50…0
2)　25…0
2)　12…1
2)　6…0　　よって，点灯している電球は，
2)　3…0　　３番，６番，７番
　　1…1
答　３番，６番，７番