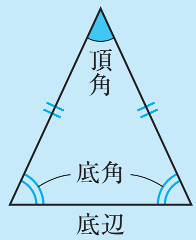
16 二等辺三角形

学習1 二等辺三角形の性質

▶用語や記号の意味をはっきり述べたものを**定義**という。たとえば，二等辺三角形の定義は次のようになる。

定義　2 辺が等しい三角形を**二等辺三角形**という。

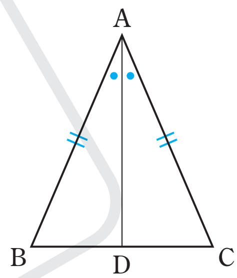
▶二等辺三角形において，等しい辺の間の角を**頂角**，頂角に対する辺を**底辺**，底辺の両端の角を**底角**という。



▶証明されたことがらのうち，よく使われるものを**定理**という。たとえば，二等辺三角形の性質については，次のような定理がある。

定理　二等辺三角形の 2 つの底角は等しい。

例題 1　右の図の△ABC において，AB＝AC，点 D は∠A の二等分線と辺 BC との交点である。このとき，∠B＝∠C であることを証明しなさい。



解き方　△ABD≡△ACD を証明し，∠B＝∠C であることを導く。

答　**△ABD と△ACD において**

仮定から　　AB＝AC　……①

AD は∠A の二等分線であるから　　∠BAD＝∠CAD　……②

共通な辺であるから　　AD＝AD　……③

①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABD≡△ACD

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから　∠B＝∠C

⚠注意　これは，「二等辺三角形の 2 つの底角は等しい。」という定理の証明である。

確認問題 1　次の問いに答えなさい。

□(1)「二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に 2 等分する。」という定理を次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。

【証明】 AB＝AC の△ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とすると，**例題 1** の証明と同様にして，△ABD≡△ACD がいえる。

よって，合同な図形では対応する辺の長さや角の大きさは等しいから

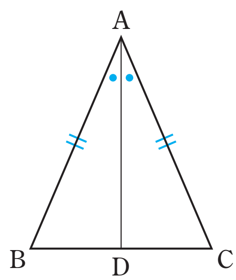
BD＝[　　　　　]　……①　　∠ADB＝∠[　　　　　]　……②

また　　∠ADB＋∠[　　　　　]＝180°　……③

②，③より，2∠ADB＝[　　　　　]°　であるから　　∠ADB＝[　　　　　]°

したがって　　AD⊥[　　　　　]　……④

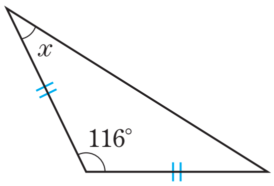
①，④より，二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に 2 等分する。



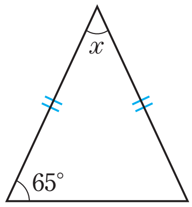
Sample

(2)　次の図において，同じ印をつけた辺は等しいとして，∠x の大きさを求めなさい。

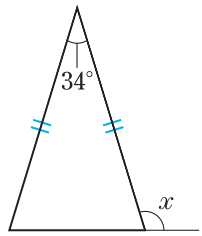
□①



□②

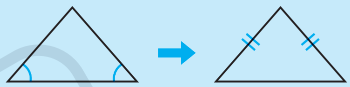


□③

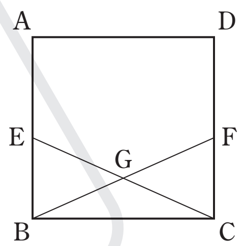


学習2　二等辺三角形になるための条件

▶**定理**　２つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。



例題2　右の図の四角形 ABCD は正方形で，点 E，F はそれぞれ辺 AB，DC 上にあり，点 G は線分 BF，CE の交点である。BE＝CF のとき，△GBC は二等辺三角形であることを証明しなさい。



解き方　上に示した**定理**を利用するために，２つの角が等しいことを導く。そのために，まず，三角形の合同を証明する。

答　**△EBC と△FCB において**

仮定から　EB＝FC　……①

共通な辺であるから　BC＝CB　……②

四角形 ABCD は正方形であるから　∠EBC＝∠FCB＝90°　……③

①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

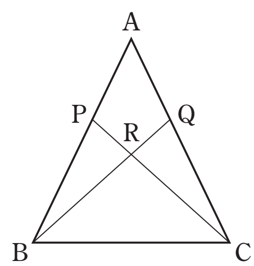
△EBC≡△FCB

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから　∠ECB＝∠FBC　すなわち　∠GBC＝∠GCB

２つの角が等しいから，△GBC は二等辺三角形である。

Sample

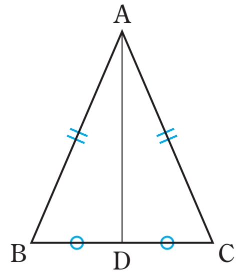
確認問題 2　右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形で，点 P，Q はそれぞれ辺 AB，
□AC 上にあり，点 R は線分 BQ，CP の交点である。BP＝CQ のとき，△RBC は二等辺三角形であることを証明しなさい。



練習問題

1 **[二等辺三角形の性質①]**　右の図の△ABC において，AB＝AC，BD＝CD であるとき，∠BAD＝∠CAD であることを次のように証明した。[　　] をうめて証明を完成させなさい。　例題 1

□



【証明】　△ABD と△ACD において

仮定から　　AB＝[　　　　　　]　……①　　[　　　　　　]＝CD　……②

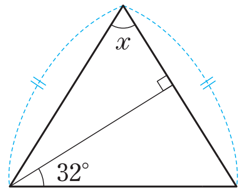
共通な辺であるから　AD＝AD　……③

①，②，③より，[　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　△[　　　　　]≡△ACD

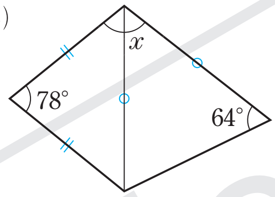
合同な図形では対応する[　　　　　　　]は等しいから　∠BAD＝∠CAD

2 **[二等辺三角形の性質②]**　次の図において，同じ印をつけた線分の長さは等しいとして，∠x の大きさを求めなさい。　例題 1

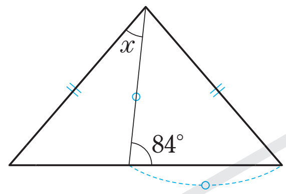
□(1)



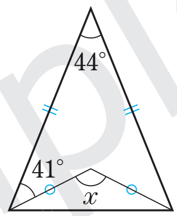
□(2)



□(3)

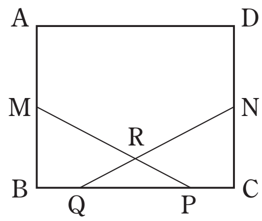


□(4)



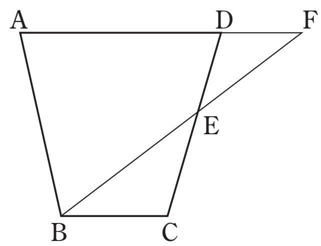
3 **[二等辺三角形になるための条件①]**　右の図の四角形 ABCD は長方形で，点 M，N はそれぞれ辺 AB，DC の中点である。辺 BC 上に点 P，Q を線分 MP，NQ が交わるようにとり，その交点を R とする。BP＝CQ のとき，△RPQ は二等辺三角形であることを証明しなさい。　例題 2

□



4 **[二等辺三角形になるための条件②]**　右の図の四角形 ABCD は AD∥BC の台形で，点 E は辺 DC 上にあり，BC＝CE である。直線 BE，AD の交点を F とするとき，△DEF は二等辺三角形であることを次のように証明した。[　　] をうめて証明を完成させなさい。　例題 2

□



【証明】　対頂角は等しいから　　∠DEF＝∠[　　　　　]　……①

CE＝CB　より　　　　　　　∠CEB＝∠[　　　　　]　……②

AF∥BC　より，平行線の錯角は等しいから　∠[　　　　　]＝∠DFE　……③

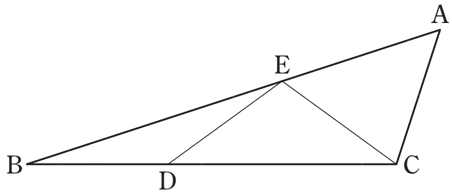
①，②，③より　　　　　　∠DEF＝∠[　　　　　]

よって，[　　　　　　　　　　]が等しいから，△DEF は二等辺三角形である。

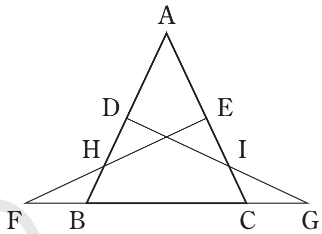
Sample

■ 応用問題 ■

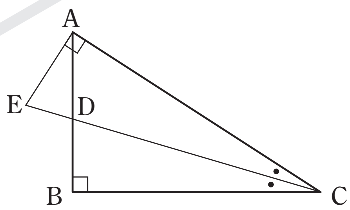
1 右の図の△ABC において，点 D は辺 BC 上，点 E は辺 AB 上の点で，
□ BD＝DE＝EC＝CA である。∠BCA＝108° のとき，∠BAC の大きさを求めなさい。



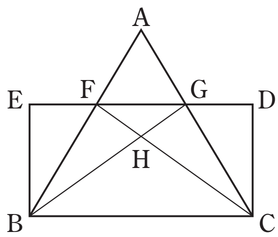
2 右の図の△ABC において，AB＝AC，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点
□である。点 F，B，C，G は一直線上にあり，FB＝GC で，点 H，I はそれぞれ辺 AB と線分 EF，辺 AC と線分 DG との交点である。このとき，∠BHF＝∠CIG であることを証明しなさい。



3 右の図の△ABC は ∠B＝90° の直角三角形で，点 D は∠C の二等分線と
□辺 AB との交点，点 E は点 A を通り辺 AC に垂直な直線と直線 CD との交点である。このとき，AD＝AE であることを証明しなさい。



難 **4** 右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形，四角形 BCDE は長方形である。
□辺 AB，AC と辺 ED との交点をそれぞれ F，G，線分 BG，CF の交点を H とするとき，△HGF は二等辺三角形であることを証明しなさい。



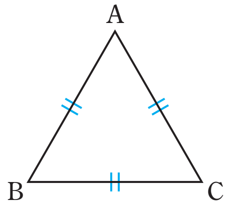
Sample

17 正三角形，直角三角形，ことがらの逆と反例

学習1 正三角形

▶**定義**　3 辺が等しい三角形を**正三角形**という。

例題1　右の図の△ABC において，AB=BC=CA であるとして，「正三角形の 3 つの角は等しい。」という定理を証明しなさい。



解き方　正三角形は，二等辺三角形の性質をもっていることに注目する。

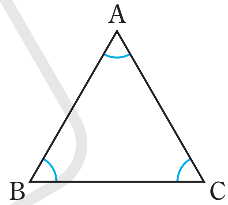
答　**△ABC は CA=CB の二等辺三角形であるから　∠A=∠B　……①**

△ABC は AB=AC の二等辺三角形であるから　∠B=∠C　……②

①，②より，∠A=∠B=∠C であるから，正三角形の 3 つの角は等しい。

注意　この証明より，正三角形の内角はすべて 180°÷3=60° であることもわかる。

確認問題1　□右の図の△ABC において，∠A=∠B=∠C であるとして，「3 つの角が等しい三角形は正三角形である。」という定理を次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】　∠B=∠C より，△ABC は∠B，∠[　　　　]を底角とする二等辺三角形であるから　AB=[　　　　]　……①

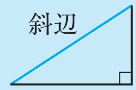
∠C=∠[　　　　] より，△ABC は∠C，∠[　　　　]を底角とする二等辺三角形であるから　[　　　　]=BA　……②

①，②より，AB=[　　　　]=CA であるから，△ABC は正三角形である。

Sample

学習2 直角三角形の合同条件

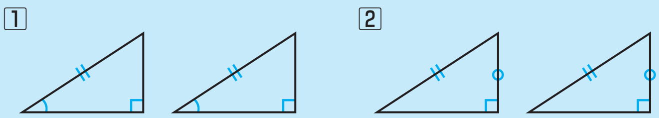
▶直角三角形において，直角に対する辺を**斜辺**（しゃへん）という。



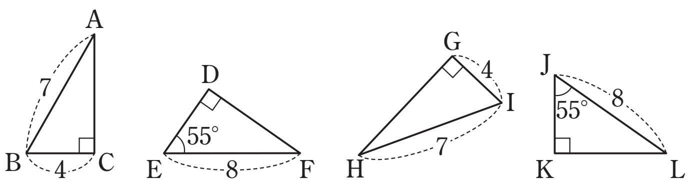
定理　2 つの直角三角形は，次のどちらかが成り立つとき合同である。

1　直角三角形の**斜辺と 1 つの鋭角**（えいかく）がそれぞれ等しい。

2　直角三角形の**斜辺と他の 1 辺**がそれぞれ等しい。



例題2　右の図において，合同な三角形を見つけ出し，記号≡を使って表しなさい。また，そのとき使った合同条件を書きなさい。



解き方　△ABC と△HIG において，∠C=∠G=90°，AB=HI=7，BC=IG=4

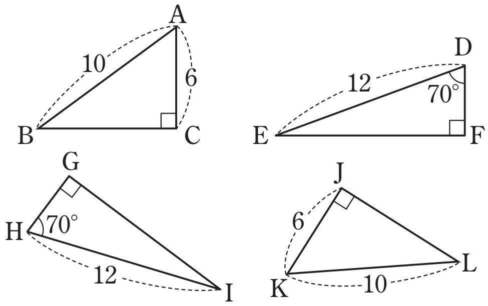
△DEF と△KJL において，∠D=∠K=90°，EF=JL=8，∠E=∠J=55°

答　**△ABC≡△HIG　直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい。**

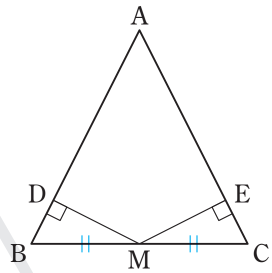
△DEF≡△KJL　直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。

確認問題 2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図において，合同な三角形を見つけ出し，記号≡を使って表しなさい。また，そのとき使った合同条件を書きなさい。

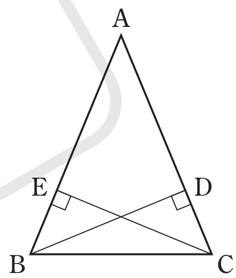


□(2)　右の図のように，△ABC の辺 BC の中点を M とし，点 M から辺 AB，AC にそれぞれ垂線 MD，ME をひく。MD＝ME のとき，△BMD と合同な三角形を答えなさい。また，そのとき使った合同条件を答えなさい。



学習 3　直角三角形の合同の利用

例題 3　右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形である。点 B，C から辺 AC，AB に垂線をひき，辺 AC，AB との交点をそれぞれ D，E とするとき，BD＝CE であることを証明しなさい。



解き方　BD，CE をふくむ直角三角形 ABD，ACE の合同を証明する。斜辺が等しいことを確認したうえで，どの合同条件が使えるかを考える。

答　**△ABD と△ACE において**

仮定から　　AB＝AC　　……①

∠ADB＝∠AEC＝90°　　……②

共通な角であるから　　∠BAD＝∠CAE　　……③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

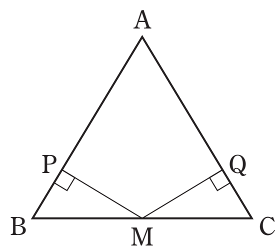
△ABD≡△ACE

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　BD＝CE

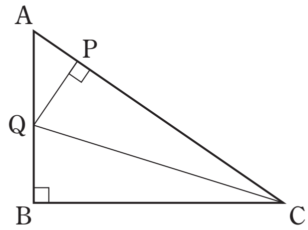
Sample

確認問題 3　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形で，点 M は辺 BC の中点である。点 M から辺 AB，AC に垂線をひき，辺 AB，AC との交点をそれぞれ P，Q とするとき，PB＝QC であることを証明しなさい。



□(2)　右の図の△ABC は，∠B＝90° の直角三角形である。辺 AC 上に点 P を，BC＝PC となるようにとり，点 P を通り，辺 AC に垂直な直線と辺 AB との交点を Q とする。このとき，直線 CQ は∠ACB の二等分線であることを証明しなさい。



学習4　ことがらの逆と反例

▶あることがらの仮定と結論を入れかえたものを，もとのことがらの**逆**(ぎゃく)という。つまり，「●●●ならば▲▲▲」の逆は，「▲▲▲ならば●●●」である。あることがらが正しい場合でも，その逆は，正しいとは限らない。

▶あることがらについて，仮定は成り立つが結論は成り立たないという例を**反例**(はんれい)という。ことがらが正しくないことをいうときは，反例を 1 つ示せばよい。

例題4　次のことがらの逆を答え，それが正しければ○を書きなさい。また，正しくなければ×を書き，反例を 1 つ書きなさい。

(1)　△ABC で ∠A＝90° ならば ∠B＋∠C＝90°

(2)　$a>1$ ならば $a^2>1$

解き方　(1)　∠B＋∠C＝90° のとき，∠A＝180°－(∠B＋∠C)＝180°－90°＝90° となり，逆は正しい。

答　**△ABC で ∠B＋∠C＝90° ならば ∠A＝90°　○**

(2)　たとえば，$a=-2$ のとき，$a^2>1$ であるが，$a>1$ ではない。これが，このことがらの逆が成り立たない例，すなわち，反例となる。

答　**$a^2>1$ ならば $a>1$　×　反例…〈例〉$a=-2$**

確認問題 4　次のことがらの逆を答え，それが正しければ○を書きなさい。また，正しくなければ×を書き，反例を 1 つ書きなさい。

□(1)　$x \geqq 1$ ならば $x>0$

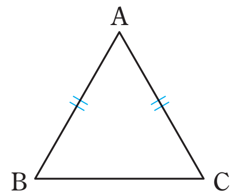
□(2)　△ABC で ∠B＝∠C ならば AB＝AC

□(3)　a，b がともに偶数ならば，$a+b$ は偶数になる。

Sample

練習問題

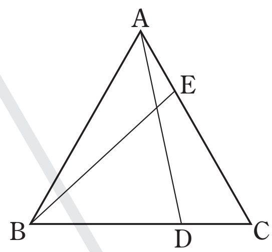
1 **[正三角形①]** 右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形である。このとき，「3 つの角が等しい三角形は正三角形である。」という定理を利用して，次の(1)，(2)のそれぞれの場合に，△ABC は正三角形であることを証明しなさい。 例題 1



□(1)　∠B＝60°

□(2)　∠A＝60°

2 **[正三角形②]** 右の図の正三角形 ABC において，辺 BC，CA 上にそれぞれ点 D，E を，CD＝AE となるようにとる。このとき，次の問いに答えなさい。 例題 1

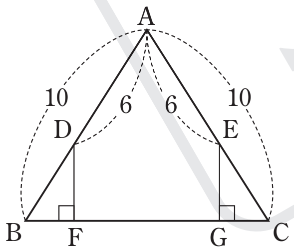


□(1)　△ABE≡△CAD であることを証明しなさい。

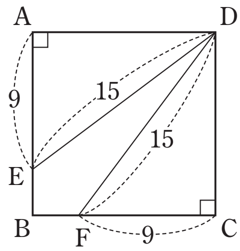
□(2)　∠ABE＝18° のとき，∠ADB の大きさを求めなさい。

3 **[直角三角形の合同条件]** 次の図において，合同な三角形を見つけ出し，記号≡を使って表しなさい。また，そのとき使った合同条件を書きなさい。 例題 2

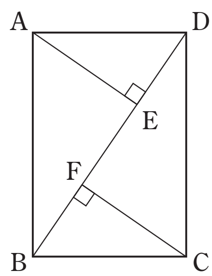
□(1)



□(2)

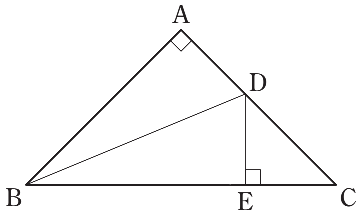


4 **[直角三角形の合同の利用①]** 右の図の四角形 ABCD は長方形である。点 A，C から対
□角線 BD にそれぞれ垂線 AE，CF をひく。このとき，DE＝BF であることを証明しなさい。 例題 3



Sample

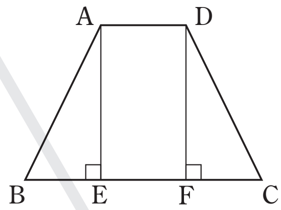
5 [直角三角形の合同の利用②] 右の図の△ABC は，$\angle A=90^\circ$ の直角二等辺三角形である。∠B の二等分線と辺 AC との交点を D とし，点 D から辺 BC に垂線 DE をひく。このとき，次の問いに答えなさい。 例題3



□(1) △ABD≡△EBD であることを証明しなさい。

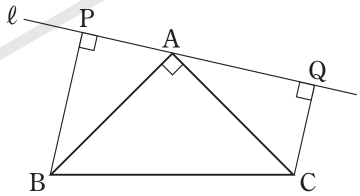
□(2) 線分 AD と長さの等しい線分をすべて答えなさい。

6 [直角三角形の合同の利用③] 右の図の四角形 ABCD は，AD∥BC，AB=DC の
□台形である。点 A，D から辺 BC にそれぞれ垂線 AE，DF をひく。このとき，△ABE≡△DCF であることを証明しなさい。 例題3



Sample

7 [直角三角形の合同の利用④] 右の図のような $\angle A=90^\circ$ の直角二等辺三
□角形 ABC の頂点 A を通る直線 ℓ に，点 B，C からそれぞれ垂線 BP，CQ をひく。このとき，BP=AQ であることを次のように証明した。[　　] をうめて証明を完成させなさい。 例題3



【証明】 △ABP と△CAQ において

仮定から　∠APB=∠[　　　　]=90°　……①

△ABC は $\angle A=90^\circ$ の直角二等辺三角形であるから　AB=[　　　　]　……②

また　∠BAP=180°−(∠BAC+∠[　　　　])

=180°−(90°+∠[　　　　])=90°−∠[　　　　]　……③

△CAQ において　∠ACQ=180°−(∠[　　　　]+∠CAQ)

=180°−([　　　　]°+∠CAQ)=[　　　　]°−∠CAQ　……④

③，④より　∠BAP=∠[　　　　]　……⑤

①，②，⑤より，直角三角形の[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから

△[　　　　]≡△CAQ

合同な図形では対応する[　　　　]は等しいから　BP=AQ

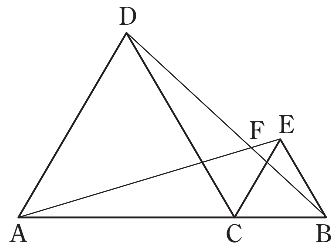
8 [ことがらの逆と反例] 次のことがらの逆を答え，それが正しければ○を書きなさい。また，正しくなければ×を書き，反例を 1 つ書きなさい。 例題4

□(1) a，b がともに正の数ならば，ab は正の数である。

□(2) 四角形 ABCD で $\angle A+\angle C=180^\circ$ ならば $\angle B+\angle D=180^\circ$

応用問題

1 右の図において，点 C は線分 AB 上の点，△ACD と△CBE はともに正三角形であり，点 F は線分 AE と BD の交点である。このとき，次の問いに答えなさい。

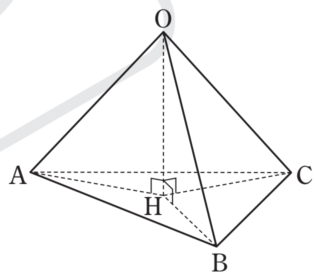


□(1) △ACE≡△DCB であることを証明しなさい。

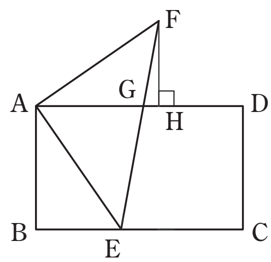
□(2) ∠AFB の大きさを求めなさい。

難 □(3) 辺 AC 上に点 G をとる。GA＝GF＝BF のとき，∠GFD の大きさを求めなさい。

2 右の図の三角錐 OABC で，点 O から平面 ABC に垂線 OH をひくとき，
□ OA＝OB＝OC ならば，AH＝BH＝CH であることを証明しなさい。



3 右の図において，四角形 ABCD は長方形，△AEF は ∠A＝90° の直角二等辺三角形であり，点 G は辺 AD，EF の交点である。点 F から辺 AD に垂線 FH をひくとき，次の問いに答えなさい。



□(1) △ABE≡△AHF であることを証明しなさい。

難 □(2) AB＝6 cm，BE＝4 cm のとき，線分 GH の長さを求めなさい。

Sample

18 平行四辺形①

学習1 平行四辺形の性質

▶四角形の向かい合う辺を**対辺**(たいへん)といい，向かい合う角を**対角**(たいかく)という。

▶**定義**　2組の対辺がそれぞれ平行な四角形を**平行四辺形**という。

上の平行四辺形の定義から，次の性質を導くことができる。

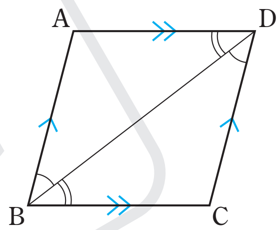
▶**定理**　[1]　平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ等しい。

[2]　平行四辺形の2組の対角はそれぞれ等しい。

[3]　平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる。

※ 平行四辺形ABCDを**▱ABCD**と表すことがある。これを「平行四辺形ABCD」と読む。

例題1　「平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ等しい。」という定理を証明しなさい。



答　▱ABCDにおいて，対角線BDをひく。

四角形ABCDは平行四辺形であるから　AB∥DC，AD∥BC

△ABDと△CDBにおいて

平行線の錯角は等しいから，AB∥DC より　∠ABD＝∠CDB　……①

同様に，　AD∥BC より　∠ADB＝∠CBD　……②

共通な辺であるから　BD＝DB　……③

①，②，③より，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから　△ABD≡△CDB

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　AB＝CD，AD＝CB

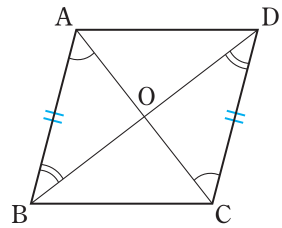
したがって，平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ等しい。

⚠**注意**　△ABDと△CDBにおいて，①，②より，残りの角も等しいので，∠A＝∠C がいえる。同じような方法で，∠B＝∠D もいえるので，「平行四辺形の2組の対角はそれぞれ等しい」ことがいえる。

Sample

確認問題 1　次の問いに答えなさい。

□(1)　「平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる。」という定理を，**例題1**の結果を利用して，次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】　▱ABCDの対角線の交点をOとする。

△OABと△[　　　　]において

例題1の結果より，平行四辺形の対辺は等しいから

AB＝[　　　　]　……①

[　　　　]∥DC より，平行線の[　　　　]は等しいから

∠OAB＝∠[　　　　]　……②　　∠OBA＝∠[　　　　]　……③

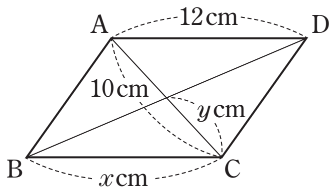
①，②，③より，[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　△OAB≡△[　　　　]

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　OA＝[　　　　]，[　　　　]＝OD

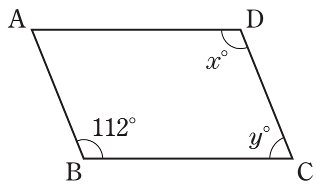
したがって，平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる。

(2) 次の図の▱ABCD において，x，y の値をそれぞれ求めなさい。

□①

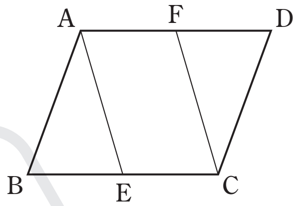


□②



学習2 平行四辺形の性質の利用

例題2 右の図の▱ABCD において，点 E，F はそれぞれ辺 BC，AD 上にあり，BE＝DF である。このとき，△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



解き方 平行四辺形の性質を利用して，等しい辺や角を見つける。

答 **△ABE と△CDF において**

仮定から　BE＝DF　……①

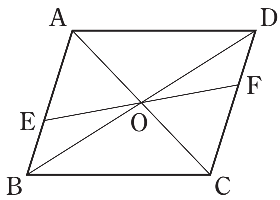
平行四辺形の対辺は等しいから　AB＝CD　……②

平行四辺形の対角は等しいから　∠ABE＝∠CDF　……③

①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから　△ABE≡△CDF

確認問題2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCD において，対角線の交点 O を通る直線と辺 AB，CD との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，△OBE≡△ODF であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 △OBE と△ODF において

平行四辺形の対角線はそれぞれの[　　　　　]で交わるから

OB＝[　　　　　]　……①

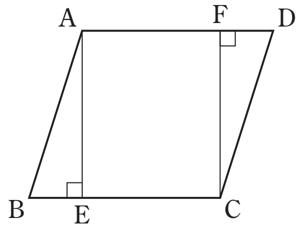
対頂角は等しいから　∠BOE＝∠[　　　　　]　……②

AB∥[　　　　　] より，平行線の[　　　　　]は等しいから

∠OBE＝∠[　　　　　]　……③

①，②，③より，[　　　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　△OBE≡△ODF

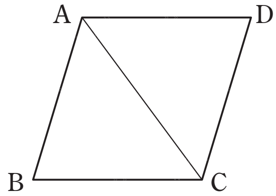
□(2) 右の図は，∠A＞∠B である▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 BC，AD 上にある。AE⊥BC，CF⊥AD のとき，△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



Sample

練習問題

1 **[平行四辺形の性質①]** 「平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しい。」という定理を次のように証明した。
□[　　]をうめて証明を完成させなさい。 例題1



【証明】 ▱ABCD において，対角線 AC をひく。

平行線の[　　　　　]は等しいから，

AB∥DC より　　　　　　　　∠BAC＝∠[　　　　　]　……①

同様に，AD∥[　　　　　] より　∠[　　　　　]＝∠BCA　　　　……②

ここで　∠BAD＝∠BAC＋∠[　　　　　]，

∠BCD＝∠[　　　　　]＋∠DCA であるから，

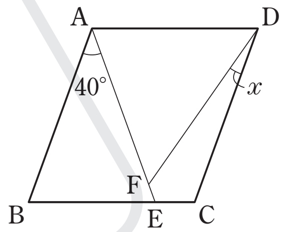
①，②より　∠BAD＝∠[　　　　　]　つまり　∠A＝∠C　　　　……③

△ABC と△CDA において，①，②より，三角形の残りの角も等しいから　∠B＝∠[　　　　　]　……④

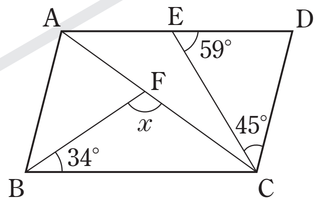
③，④より，平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しい。

2 **[平行四辺形の性質②]** 次の問いに答えなさい。 例題1

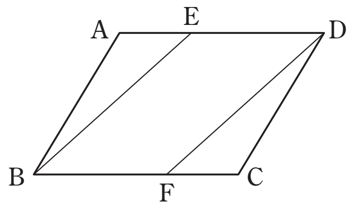
□(1) 右の図の▱ABCD において，AB＝AE，AF＝AD のとき，∠x の大きさを求めなさい。



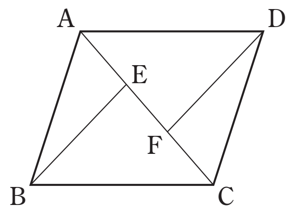
□(2) 右の図の▱ABCD において，BA＝BF のとき，∠x の大きさを求めなさい。



3 **[平行四辺形の性質の利用①]** 右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺
□AD，BC 上にある。∠ABE＝∠CDF のとき，BE＝DF であることを証明しなさい。 例題2

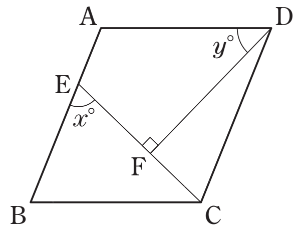


4 **[平行四辺形の性質の利用②]** 右の図の▱ABCD で，点 E，F は対角線 AC 上に
□あり，AE＝CF である。このとき，△BEC≡△DFA であることを証明しなさい。 例題2

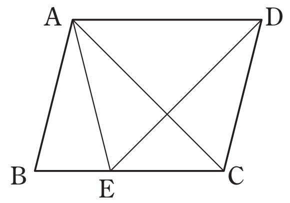


応用問題

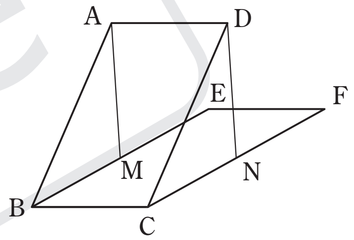
1 右の図の▱ABCD において，CB＝CE，DF⊥EC である。∠CEB＝$x°$，∠ADF＝$y°$
□とするとき，y を x の式で表しなさい。



難 **2** 右の図の▱ABCD において，点 E は辺 BC 上の点で，AB＝AE である。このとき，
□△AED≡△DCA であることを証明しなさい。

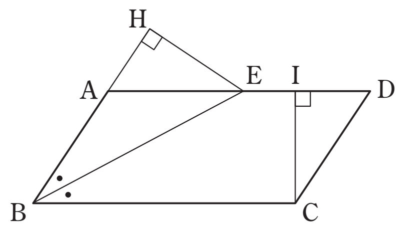


3 右の図の四角形 ABCD，EBCF はともに平行四辺形であり，点 M，N はそ
□れぞれ辺 EB，FC の中点である。このとき，△ABM≡△DCN であることを
証明しなさい。



Sample

4 ∠B＜90° である平行四辺形 ABCD において，∠B の二等分線と辺 AD と
の交点を E とし，点 E から直線 BA に垂線 EH をひく。また，点 C から辺
AD に垂線 CI をひく。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　△ABE は二等辺三角形であることを証明しなさい。

□(2)　△AEH≡△DCI であることを証明しなさい。

19 平行四辺形②

学習1 平行四辺形になるための条件

▶**定理** 四角形は，次のどれかが成り立つとき平行四辺形である。

1 2組の対辺がそれぞれ平行である。……**定義**

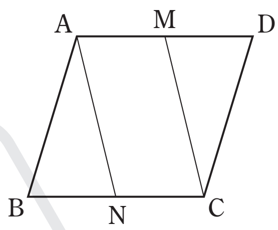
2 2組の対辺がそれぞれ等しい。

3 2組の対角がそれぞれ等しい。

4 対角線がそれぞれの中点で交わる。

5 1組の対辺が平行でその長さが等しい。

例題1 右の図の▱ABCDにおいて，点M，Nはそれぞれ辺AD，BCの中点である。このとき，四角形ANCMは平行四辺形であることを証明しなさい。



解き方 AM∥NC，AM＝NC を導き，上の5を用いる。

答 **AD∥BCより　　AM∥NC　　……①**

点M，Nはそれぞれ辺AD，BCの中点であるから

$$\mathbf{AM=\frac{1}{2}AD}\quad\cdots\cdots②\qquad \mathbf{NC=\frac{1}{2}BC}\quad\cdots\cdots③$$

平行四辺形の対辺は等しいから　　AD＝BC　……④

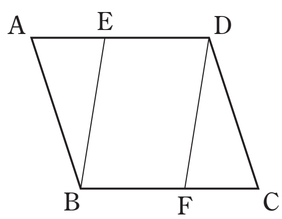
②，③，④より　　AM＝NC　　……⑤

①，⑤より，1組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形ANCMは平行四辺形である。

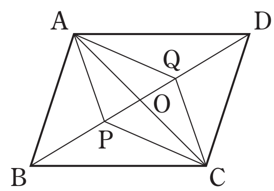
Sample

確認問題 1 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCDにおいて，点E，Fはそれぞれ辺AD，BC上の点で，AE＝CF である。このとき，四角形EBFDは平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2) 右の図の▱ABCDにおいて，点Oは対角線の交点，点P，Qはそれぞれ線分OB，OD上の点である。BP＝DQ のとき，四角形APCQは平行四辺形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

OA＝[　　　　　]　……①　　[　　　　　]＝OD　……②

仮定から　　BP＝[　　　　　]　……③

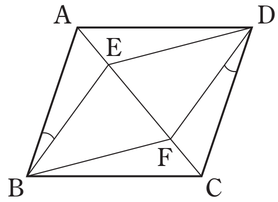
また　　OP＝OB－BP　……④　　OQ＝[　　　　　]－[　　　　　]　……⑤

②，③，④，⑤より　　[　　　　　]＝OQ　……⑥

①，⑥より，[　　　　　　　　　　　　]から，四角形APCQは平行四辺形である。

学習2　合同を利用する証明

例題2　右の図の▱ABCD において，対角線 AC 上に，∠ABE＝∠CDF となる点 E, F をとるとき，四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



解き方　三角形の合同を利用して，等しい辺や角の関係を導く。

答　**△ABE と△CDF において**

平行四辺形の対辺は等しいから　AB＝CD　……①

仮定から　∠ABE＝∠CDF　……②

AB∥DC より，平行線の錯角は等しいから　∠BAE＝∠DCF　……③

①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから　△ABE≡△CDF

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　BE＝DF　……④

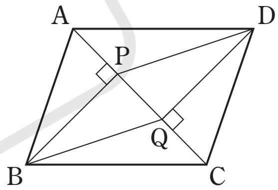
また　∠BEF＝∠ABE＋∠BAE，∠DFE＝∠CDF＋∠DCF　……⑤

よって，②，③，⑤より，∠BEF＝∠DFE となり，錯角が等しいから　EB∥DF　……⑥

④，⑥より，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形 EBFD は平行四辺形である。

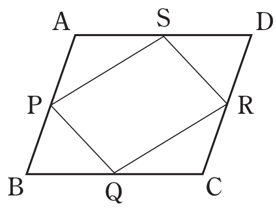
確認問題2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図の▱ABCD において，対角線 AC 上に，BP⊥AC，DQ⊥AC となる点 P, Q をとるとき，四角形 PBQD は平行四辺形であることを証明しなさい。



Sample

□(2)　右の図の▱ABCD において，点 P，Q，R，S は各辺の中点である。このとき，四角形 PQRS は平行四辺形であることを次のように証明した。[　　] をうめて証明を完成させなさい。



【証明】　△APS と△CRQ において

点 P，R はそれぞれ辺 AB，DC の中点であるから　AP＝$\frac{1}{2}$[　　　　]　……①　CR＝$\frac{1}{2}$DC　……②

平行四辺形の[　　　　]は等しいから　AB＝[　　　　]　……③

①，②，③より　AP＝[　　　　]　……④　　同様にして　AS＝[　　　　]　……⑤

平行四辺形の[　　　　]は等しいから　∠PAS＝∠[　　　　]　……⑥

④，⑤，⑥より，[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　△APS≡△CRQ

合同な図形では対応する[　　　　]は等しいから　[　　　　]＝RQ　……⑦

同様にして，△BPQ≡△DRS であることから　PQ＝[　　　　]　……⑧

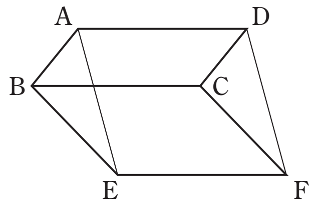
⑦，⑧より，[　　　　　　　　　　]から，四角形 PQRS は平行四辺形である。

練習問題

1 **［平行四辺形になるための条件①］**　右の図において，四角形 ABCD，BEFC が平行四辺形であるとき，四角形 AEFD は平行四辺形であることを証明しなさい。

□

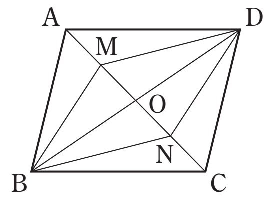
例題 1



2 **［平行四辺形になるための条件②］**　右の図の▱ABCD において，点 O は対角線の交点，点 M，N はそれぞれ線分 OA，OC の中点である。このとき，四角形 MBND は平行四辺形であることを証明しなさい。

□

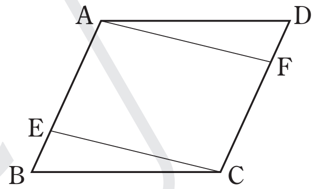
例題 1



3 **［平行四辺形になるための条件③］**　右の図の▱ABCD において，点 E，F はそれぞれ辺 AB，DC 上にあり，∠BCE＝∠DAF である。このとき，四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。

□

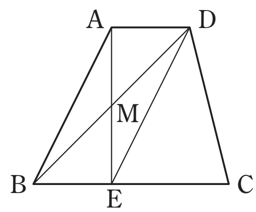
例題 1



4 **［合同を利用する証明①］**　右の図は，AD∥BC の台形 ABCD で，点 M は対角線 BD の中点，点 E は直線 AM と辺 BC との交点である。このとき，四角形 ABED は平行四辺形であることを証明しなさい。

□

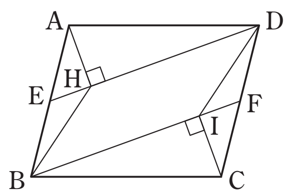
例題 2



5 **［合同を利用する証明②］**　右の図において，四角形 ABCD，EBFD は平行四辺形である。点 A，C から辺 ED，FB にそれぞれ垂線 AH，CI をひくとき，四角形 HBID は平行四辺形であることを証明しなさい。

□

例題 2



Sample

応用問題

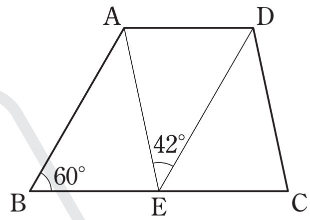
1 次の**ア**～**オ**のうちで，四角形 ABCD が必ず平行四辺形になるものをすべて選び，記号で答えなさい。ただし，
□ O は対角線の交点とする。

ア　∠ABD＝∠BDC，AB＝DC　　**イ**　∠A＋∠B＝∠B＋∠C＝180°

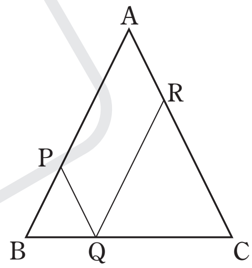
ウ　AC＝BD，AC⊥BD　　**エ**　OA＝OC，AD∥BC

オ　∠ABD＝∠CBD，∠ADB＝∠CDB

2 右の図の四角形 ABCD は，AD∥BC の台形で，点 E は辺 BC の中点である。
□ AB∥DE，∠B＝60°，∠AED＝42° のとき，∠DCE の大きさを求めなさい。



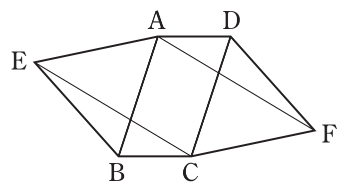
3 右の図の△ABC は AB＝AC の二等辺三角形で，点 P，Q，R はそれぞれ辺 AB，BC，AC 上にあり，AR＝BP，AC∥PQ である。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　四角形 APQR は平行四辺形であることを証明しなさい。

□(2)　PB＝4 cm，RC＝8 cm のとき，四角形 APQR の周の長さを求めなさい。

難 **4** 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形，△ABE，△CDF は正三角形である。
□このとき，四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



Sample

特別な平行四辺形，面積が等しい三角形

学習1 特別な平行四辺形

▶**定義**　4つの角が等しい四角形を**長方形**という。

定義　4つの辺が等しい四角形を**ひし形**という。

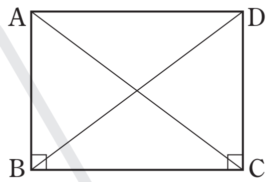
定義　4つの角が等しく，4つの辺が等しい四角形を**正方形**という。

▶長方形，ひし形，正方形は，どれも平行四辺形であり，正方形は，長方形とひし形の両方の性質をもつ。

▶**対角線の性質**　1　長方形の対角線の長さは等しい。　2　ひし形の対角線は垂直に交わる。

3　正方形の対角線は長さが等しく垂直に交わる。

例題1　「長方形の対角線の長さは等しい」ことを，右の図を使って証明しなさい。



解き方　長方形は平行四辺形の性質をもつことに着目する。

答　**△ABC と△DCB において**

四角形 ABCD は長方形であるから　AB＝DC　……①

∠ABC＝∠DCB　……②

共通な辺であるから　BC＝CB　……③

①，②，③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから　△ABC≡△DCB

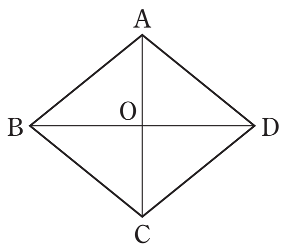
合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　AC＝DB

したがって，長方形の対角線の長さは等しい。

Sample

確認問題 1　次の問いに答えなさい。

□(1)「ひし形の対角線は垂直に交わる」ことを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 ひし形 ABCD において，対角線の交点を O とする。

△OAB と△[　　　　]において

ひし形の4つの辺は等しいから　[　　　　]＝AD　……①

共通な辺であるから　OA＝OA　……②

ひし形の対角線はそれぞれの中点で交わるから　OB＝[　　　　]　……③

①，②，③より，[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　△OAB≡△[　　　　]

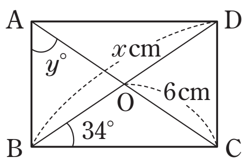
合同な図形では対応する[　　　　　　]は等しいから　∠AOB＝∠[　　　　]

点 B，O，D は一直線上にあるから　∠AOB＝∠[　　　　]＝[　　　　]°

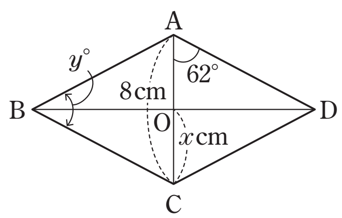
したがって，ひし形の対角線は垂直に交わる。

(2)　次の①，②の四角形 ABCD はそれぞれ長方形，ひし形である。x，y の値をそれぞれ求めなさい。

□①



□②



学習2　特別な平行四辺形になるための条件

▶「1つの角が直角である」か「対角線の長さが等しい」という条件を満たす平行四辺形は**長方形**になる。

▶「となり合う辺が等しい」か「対角線が垂直に交わる」という条件を満たす平行四辺形は**ひし形**になる。

▶長方形でもあり，ひし形でもある平行四辺形は**正方形**になる。

例題2　「1つの角が直角である平行四辺形は長方形である」ことを証明しなさい。

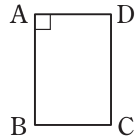
解き方　平行四辺形の2組の対角はそれぞれ等しいことと，内角の和が360°であることに着目する。

答　**▱ABCD において，∠A=90°　とすると，平行四辺形の対角は等しいから　∠C=∠A=90°**

よって　∠B=∠D=(360°−90°×2)÷2=90°　より　∠A=∠B=∠C=∠D

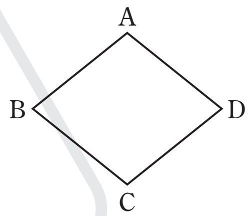
4つの角が等しいから，▱ABCD は長方形である。

したがって，1つの角が直角である平行四辺形は長方形である。



確認問題2　次の問いに答えなさい。

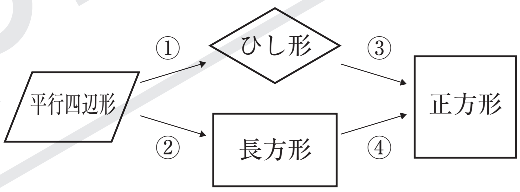
□(1)　右の図の▱ABCD において，AB=AD　であるとして，「となり合う辺が等しい平行四辺形はひし形である」ことを証明しなさい。



□(2)　平行四辺形に条件をつけて特別な平行四辺形にする過程を示す右の図で，①〜④にあてはまるものを，次の**ア**〜**エ**の中からそれぞれ2つ選び，記号で答えなさい。

ア　1つの角が直角である。　**イ**　対角線の長さが等しい。

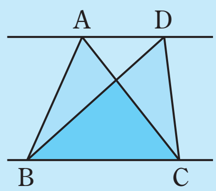
ウ　となり合う辺が等しい。　**エ**　対角線が垂直に交わる。



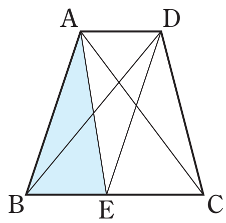
学習3　面積が等しい三角形

▶△ABC と△DEF の面積が等しいことを，△ABC=△DEF と書く。

▶底辺を共有し，底辺に平行な直線上に頂点をもつ2つの三角形の面積は等しい。
右の図において，AD∥BC ならば △ABC=△DBC である。



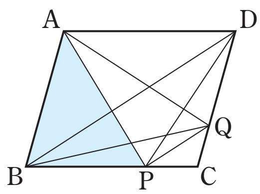
例題3　右の図において，AD∥BC，AB∥DE であるとき，図の中で，△ABE と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。



解き方　AD∥BC より，△ABE=△DBE　　AB∥DE より，△DBE=△DAE
AD∥BC より，△DAE=△DAB=△DAC

答　**△DBE，△DAE，△DAB，△DAC**

確認問題3　右の図の▱ABCD において，点 P，Q はそれぞれ辺 BC，CD 上の点で，
□PQ∥BD である。図の中で，△ABP と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。



Sample

練習問題

1 **［特別な平行四辺形］**　次の問いに答えなさい。　例題 1

□(1)　図 1 の四角形 ABCD は長方形，OCEF はひし形である。
x，y，z の値をそれぞれ求めなさい。

図 1

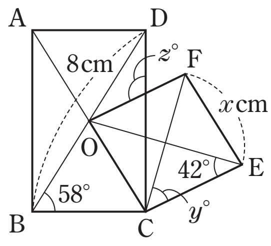
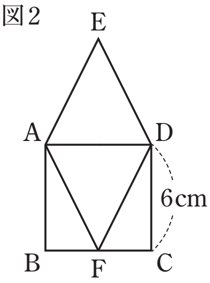


図 2

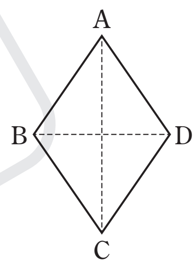


□(2)　図 2 の四角形 ABCD は正方形，EAFD はひし形である。
ひし形 EAFD の面積を求めなさい。

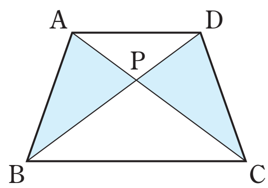
2 **［特別な平行四辺形になるための条件①］**　▱ABCD に次の条件がつくと，それぞれどんな四角形になりますか。ただし，O は対角線の交点とする。　例題 2

□(1)　∠OCD＝∠ODC　　　　□(2)　∠ABD＝∠ADB

3 **［特別な平行四辺形になるための条件②］**　右の図の▱ABCD において，BD⊥AC である
□として，「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である」ことを証明しなさい。　例題 2

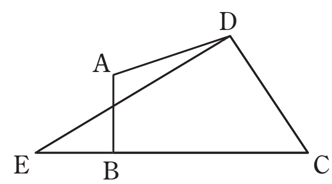


4 **［面積が等しい三角形①］**　右の図の四角形 ABCD は AD∥BC の台形で，点 P は
□対角線の交点である。このとき，△ABP＝△DCP であることを次のように証明した。
［　　］をうめて証明を完成させなさい。　例題 3



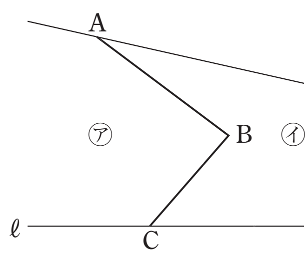
【証明】　AD∥BC より　　△ABC＝△［　　　　　］……①
　△ABP＝△ABC−△［　　　　　］……②
　△DCP＝△［　　　　　］−△［　　　　　］……③　　①，②，③より　△ABP＝△DCP

5 **［面積が等しい三角形②］**　右の図のように，四角形 ABCD と△ECD の面積が
□等しくなるような点 E を直線 BC 上にとる方法を次のように説明した。［　　］を
うめて説明を完成させなさい。　例題 3



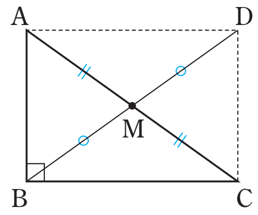
　頂点［　　　　　］を通り，対角線［　　　　　］に平行な直線 ℓ をひく。直線
［　　　　　］と直線 ℓ との交点を E とする。

6 **［面積が等しい三角形③］**　右の図のように，折れ線 ABC を境界線とする㋐，㋑
□の 2 つの土地がある。それぞれの土地の面積を変えないで，境界線を点 A を通
る直線 AP に改めたい。点 P は直線 ℓ 上にあるものとして，直線 AP をかき入れ
なさい。　例題 3



応用問題

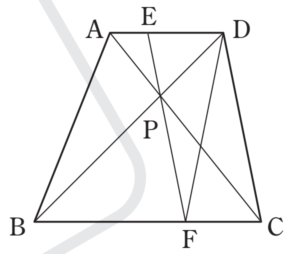
1 右の図において，$\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC の斜辺 AC の中点を M とし，線分 BM の延長線上に，BM＝DM となる点 D をとる。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　四角形 ABCD は長方形であることを証明しなさい。

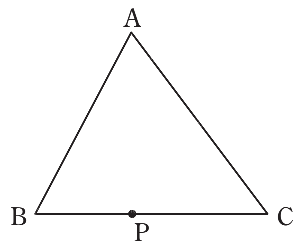
□(2)　(1)の結果を利用して，AM＝BM＝CM であることを証明しなさい。

2 右の図において，四角形 ABCD は AD∥BC の台形，E，F はそれぞれ辺 AD，BC 上の点で，EF∥DC である。また，線分 AC，BD，EF は 1 点 P で交わっている。このとき，△ABP＝△DEF であることを証明しなさい。□

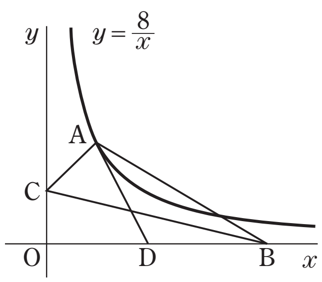


Sample

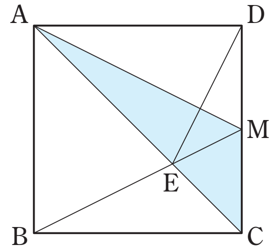
3 右の図の△ABC の辺 BC 上の点 P を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線 ℓ を作図する手順を説明しなさい。□



4 右の図において，点 A，B，C はそれぞれ曲線 $y=\frac{8}{x}$ 上，x 軸上，y 軸上，点 D は線分 OB 上にあり，点 A，B の x 座標はそれぞれ 2，9，点 C の y 座標は 2 である。△ACB＝△ADB のとき，点 D の座標を求めなさい。□



難 **5** 右の図において，四角形 ABCD は正方形，点 M は辺 CD の中点，点 E は対角線 AC と線分 BM との交点で，△DEM の面積は 4 cm² である。このとき，△ACM の面積を求めなさい。□



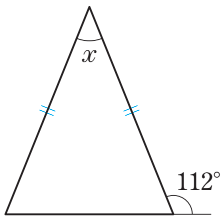
5 章のまとめ

1 二等辺三角形の性質①

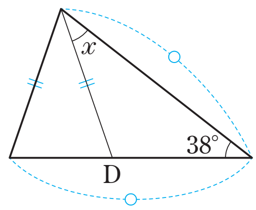
▶教科書 P.146〜148

次の図において，同じ印をつけた線分の長さは等しいとして，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

□(1)



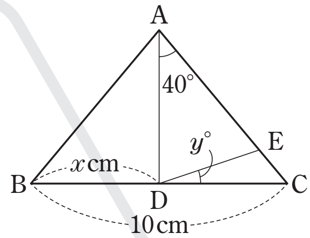
□(2)



2 二等辺三角形の性質②

▶教科書 P.149〜150

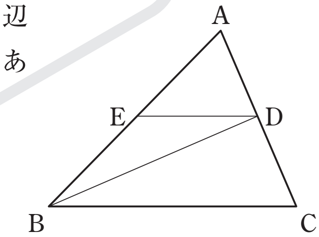
□ 右の図の△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 D は∠A の二等分線と辺 BC との交点，点 E は辺 AC 上の点で，AD＝AE である。BC＝10 cm，∠DAE＝40° のとき，x，y の値をそれぞれ求めなさい。



3 二等辺三角形になるための条件

▶教科書 P.151〜152

□ 右の図において，△ABC の∠B の二等分線と辺 AC との交点を D，点 D を通り，辺 BC に平行な直線と辺 AB との交点を E とする。このとき，△EBD が二等辺三角形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 BD は∠B の二等分線であるから　∠EBD＝∠[　　　　　]　……①

平行線の[　　　　　]は等しいから，BC∥ED より

∠CBD＝∠EDB　……②

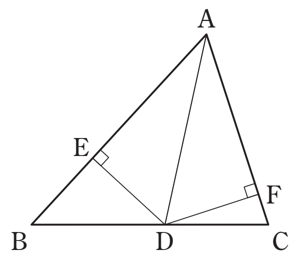
①，②より　∠EBD＝∠[　　　　　]

[　　　　　　　　　]が等しいから，△EBD は二等辺三角形である。

4 直角三角形の合同

▶教科書 P.153〜156

□ 右の図において，点 D は△ABC の∠A の二等分線と辺 BC との交点，点 E，F はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，AB⊥DE，AC⊥DF である。このとき，△ADE≡△ADF であることを証明しなさい。



5 ことがらの逆と反例

▶教科書 P.157〜158

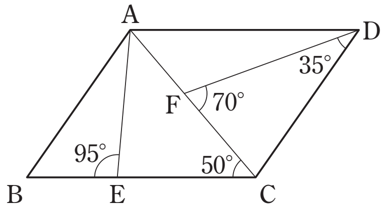
□ 「a，b がともに負の数ならば，$a+b$ は負の数である。」ということがらの逆を答え，それが正しければ○を書きなさい。また，正しくなければ×を書き，反例を 1 つ書きなさい。

Sample

6 平行四辺形の性質

▶教科書 P.159〜161

右の図の▱ABCD で，次の角の大きさを求めなさい。

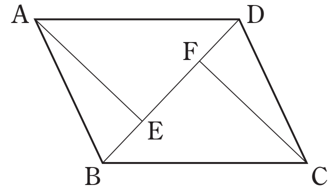


□(1)　∠ADF　　　□(2)　∠BAE

7 平行四辺形の性質の利用

▶教科書 P.162

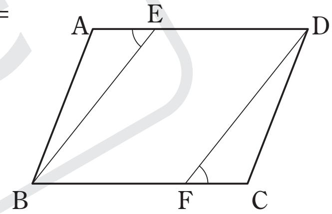
□ 右の図の▱ABCD において，点 E，F は対角線 BD 上にあり，AE∥FC である。このとき，DE＝BF であることを証明しなさい。



8 平行四辺形になるための条件

▶教科書 P.163〜167

□ 右の図の▱ABCD において，点 E，F はそれぞれ辺 AD，BC 上にあり，∠AEB＝∠DFC である。このとき，四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



Sample

9 特別な平行四辺形

▶教科書 P.168〜170

次のことがらについて，正しければ○，正しくなければ×を書きなさい。

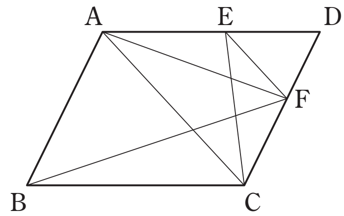
□(1)　正方形はひし形である。　　□(2)　長方形は正方形である。

□(3)　対角線の長さが等しい平行四辺形は長方形である。　□(4)　対角線が垂直に交わる四角形はひし形である。

10 面積が等しい三角形

▶教科書 P.171〜172

右の図の▱ABCD において，点 E，F はそれぞれ辺 AD，CD 上の点で，AC∥EF である。図の中の三角形のうち，次の三角形と面積が等しい三角形をそれぞれすべて答えなさい。



□(1)　△ABC　　　□(2)　△FBC

➡巻末の**補充の問題**⑤(P.175)で，この章で学習した内容を確実に身につけよう。

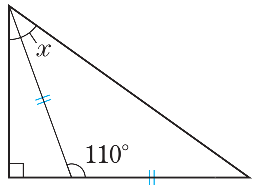
5章　三角形と四角形　まとめテスト

得点

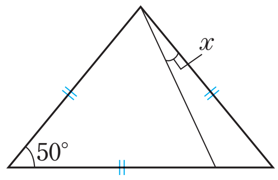
／100点

1 次の図において，同じ印をつけた線分の長さは等しいとして，$\angle x$ の大きさを求めなさい。〈5点×2〉

□(1)

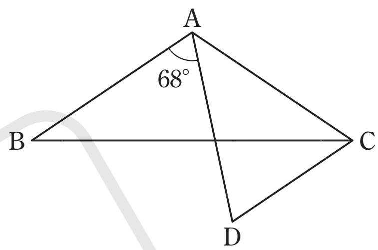


□(2)



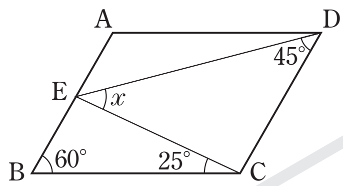
2 右の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，△ADC は AD＝AC の二等辺三角形で，∠ADC＝2∠ABC である。∠BAD＝68° のとき，∠ABC の大きさを求めなさい。〈5点〉

□

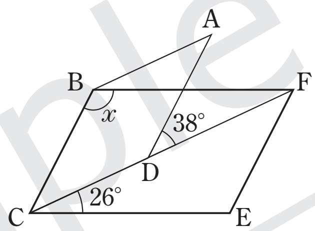


3 次の図において，四角形 ABCD，BCEF は平行四辺形である。$\angle x$ の大きさを求めなさい。〈5点×2〉

□(1)

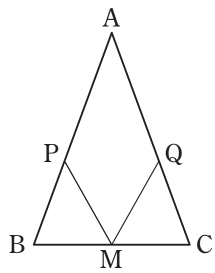


□(2)



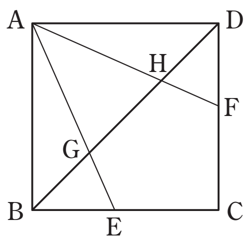
4 右の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC 上の点，点 M は辺 BC の中点である。∠BMP＝∠CMQ のとき，△PBM≡△QCM であることを証明しなさい。〈10点〉

□



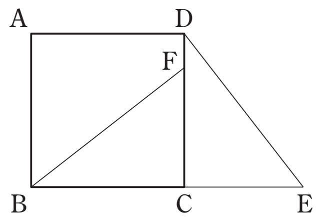
5 右の図において，四角形 ABCD は正方形，点 E，F はそれぞれ辺 BC，DC 上の点，点 G，H はそれぞれ対角線 BD と線分 AE，AF との交点である。BE＝DF のとき，△AGH は二等辺三角形であることを証明しなさい。〈10点〉

□

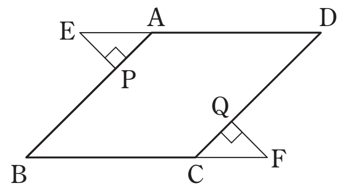


Sample

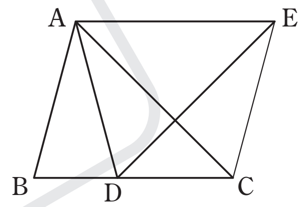
6 右の図において，四角形 ABCD は正方形，点 E は辺 BC の延長線上の点，点 F
□は辺 CD 上の点で，BF＝DE である。BE＝14cm，DF＝2cm のとき，正方形 ABCD の 1 辺の長さを求めなさい。 〈5 点〉



7 右の図の▱ABCD において，辺 DA，BC の延長線上にそれぞれ点 E，F を
□AE＝CF となるようにとり，点 E，F から辺 AB，CD にそれぞれ垂線 EP，FQ をひく。このとき，AP＝CQ であることを証明しなさい。 〈10点〉



8 右の図において，△ABC≡△DAE であり，点 D は辺 BC 上にある。このとき，
□四角形 ABCE は平行四辺形であることを証明しなさい。 〈10点〉



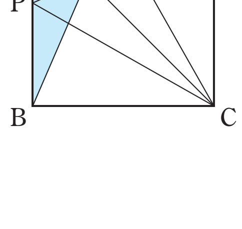
Sample

9 ▱ABCD に次の条件がつくと，それぞれどんな四角形になりますか。ただし，O は対角線の交点とする。 〈5 点×4〉

□(1)　∠ACB＝∠ACD　　　　□(2)　OA＝OB

□(3)　∠A＝∠D，∠BOC＝90°　　　　□(4)　∠ACD＋∠BDC＝90°

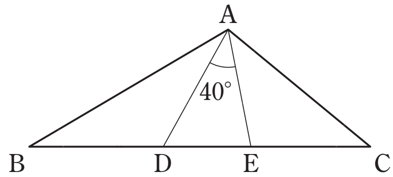
10 右の図の正方形 ABCD において，点 P は辺 AB 上の点，点 Q は対角線 AC と線分
□PD との交点，点 R は直線 BQ と辺 AD との交点である。図の中で，△ABQ と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。 〈10点〉



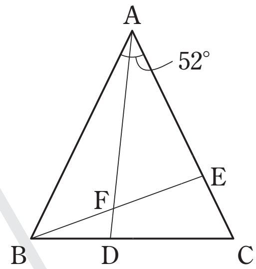
チャレンジ問題

1 次の問いに答えなさい。

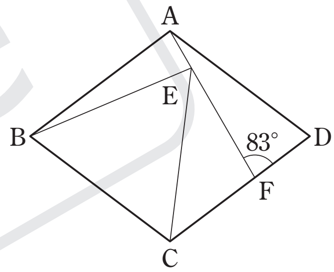
□(1) 右の図のような△ABC があり，点 D，E は辺 BC 上の点で，AD＝BD，AE＝CE である。∠DAE＝40° のとき，∠BAC の大きさを求めなさい。



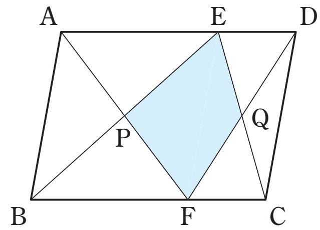
□(2) 右の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 D，E はそれぞれ辺 BC，AC 上の点で，F は線分 AD と BE との交点である。∠BAC＝52°，∠ADC＝∠AEB のとき，∠AFE の大きさを求めなさい。



□(3) 右の図において，四角形 ABCD はひし形，△EBC は正三角形で，点 F は線分 AE の延長と辺 CD との交点である。∠EFD＝83° のとき，∠ADF の大きさを求めなさい。



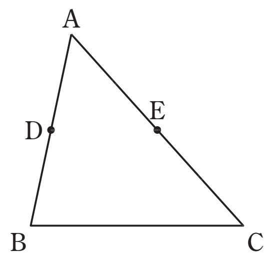
2 右の図の平行四辺形 ABCD において，点 E は辺 AD 上の点，点 F は辺 BC 上
□の点で，AE∶ED＝BF∶FC＝2∶1 である。また，点 P は線分 AF と BE との交点，点 Q は線分 CE と DF との交点である。▱ABCD の面積が60 cm² のとき，四角形 EPFQ の面積を求めなさい。



Sample

3 右の図のように，△ABC の辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とする。DE の延長線上に，DE＝EF となるように点 F をとって，四角形 ADCF をつくるとき，次の問いに答えなさい。

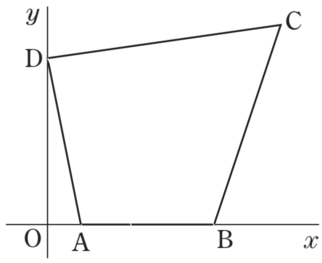
□(1) 四角形 ADCF はどんな四角形になりますか。



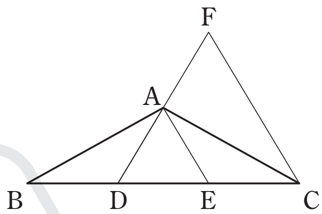
(2) さらに，△ABC に次のような条件がつくと，四角形 ADCF はどんな四角形になりますか。

□① ∠C＝90°　　　□② ∠A＝∠B

4 右の図のように，A (1，0)，B (5，0)，C (7，6)，D (0，5) を頂点とする四角形
□ ABCD がある。点 D を通り，四角形 ABCD の面積を 2 等分する直線と辺 BC の交点の座標を求めなさい。

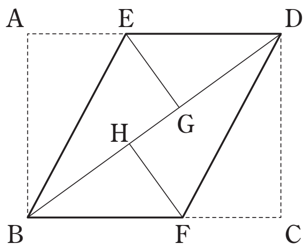


5 右の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形で，辺 BC を 3 等分する
□点を，点 B に近い方から順に D，E とする。また，点 C を通り，線分 AE に平行な直線と DA の延長線との交点を F とする。このとき，△FDC が二等辺三角形であることを証明しなさい。

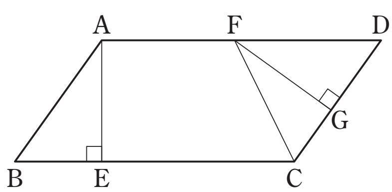


Sample

6 右の図は，長方形の紙 ABCD を，辺 AB，CD がそれぞれ対角線 BD と重なるよ
□うに折り返したところを示したものである。このときにできた辺 AD，BC 上の折り目の端をそれぞれ E，F とし，点 A，C が対角線 BD と重なった点をそれぞれ G，H とする。このとき，四角形 EBFD が平行四辺形であることを証明しなさい。



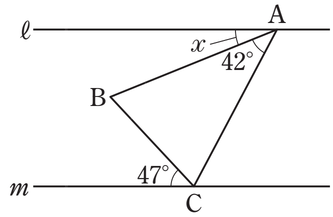
7 右の図において，四角形 ABCD は平行四辺形，点 E は点 A から辺 BC に
□ひいた垂線と辺 BC との交点である。また，点 F は∠BCD の二等分線と辺 AD との交点，点 G は点 F から辺 CD にひいた垂線と辺 CD との交点である。このとき，△ABE≡△FDG であることを証明しなさい。



思考力―実践力をのばす問題

1 次の問いに答えなさい。

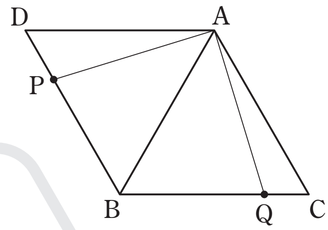
□(1) 右の図のように，AB＝AC である二等辺三角形 ABC と，頂点 A，C をそれぞれ通る 2 本の平行な直線 ℓ，m がある。このとき，$\angle x$ の大きさは何度か。〈鹿児島〉



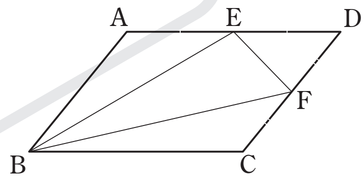
□(2) 右の図で，△ABC と△ABD は，ともに同じ平面上にある正三角形で，頂点 C と頂点 D は一致しない。点 P は，辺 BD 上にある点で，頂点 B，頂点 D のいずれにも一致しない。点 Q は，辺 BC 上にある点で，頂点 B，頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 A と点 P，頂点 A と点 Q をそれぞれ結ぶ。

　$\angle$PAQ＝90°，$\angle$DAP＝a° とするとき，$\angle$AQB の大きさを表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。〈東京〉

ア　$(75-a)$度　　**イ**　$(90-a)$度　　**ウ**　$(a+30)$度　　**エ**　$(a+60)$度



□(3) 右の図のような平行四辺形 ABCD があり，辺 AD，CD の中点をそれぞれ E，F とします。このとき，△EBF の面積は△DEF の面積の何倍になるか求めなさい。〈埼玉 24〉



Sample

2 右の□の中に示したことがらの逆を書きなさい。

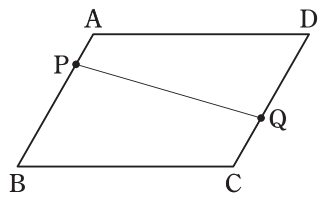
□ また，□の中のことがらは正しいが，逆は正しくない。□の中のことがらの逆が正しくないことを示すための反例を，1 つ書きなさい。〈静岡〉

a も b も正の数ならば，$a+b$ は正の数である。

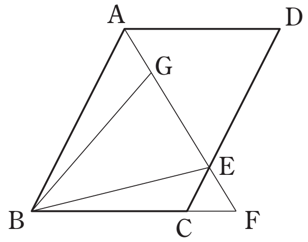
3 右の図は，$\angle$A が鈍角の平行四辺形 ABCD です。平行四辺形 ABCD の辺 AB 上

□を点 P が動き，辺 DC 上を点 Q が動きます。点 P は点 A，点 B と重ならず，点 Q は点 C，点 D と重ならないこととします。次の**ア**～**エ**のうち，四角形 PBCQ がいつでも平行四辺形になるのはどの条件をみたすときですか。一つ選び，その記号を書きなさい。〈岩手〉

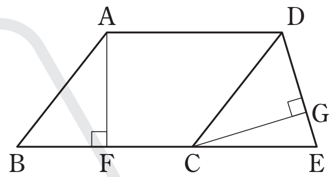
ア　PD∥BQ　　**イ**　AD∥PQ　　**ウ**　CP＝BQ　　**エ**　AP＝CQ



4 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形であり，∠BAD の二等分線と辺 CD，辺 BC を延長した直線との交点をそれぞれ E，F とする。また，点 G は線分 AF 上の点で，∠ABG＝∠CBE である。このとき，△ABG≡△FBE であることを証明しなさい。〈岐阜〉



5 右の図において，四角形 ABCD は内角∠ABC が鋭角の平行四辺形である。△EDC は ED＝EC の二等辺三角形であり，E は直線 BC 上にある。F は，A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点である。G は，C から辺 ED にひいた垂線と辺 ED との交点である。次の問いに答えなさい。〈大阪〉



□(1) △ABF≡△CDG であることを証明しなさい。

Sample

□(2) 四角形 ABCD の面積を $a$cm^2，四角形 AFED の面積を $b$cm^2 とするとき，△CEG の面積を a，b を用いて表しなさい。

6 右の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 AB，BC，CD，DA 上に 4 点 E，F，G，H をそれぞれとり，線分 EG と BH，DF との交点をそれぞれ I，J とします。
AE＝BF＝CG＝DH のとき，△BEI≡△DGJ であることを証明しなさい。
〈埼玉 23〉