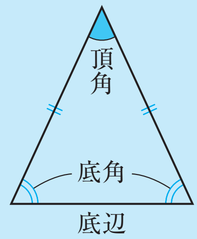
教科書 P.132~139

16 二等辺三角形

学習1 二等辺三角形の性質

▶二等辺三角形で，等しい辺のつくる角を**頂角**，頂角に対する辺を**底辺**，底辺の両端の角を**底角**という。

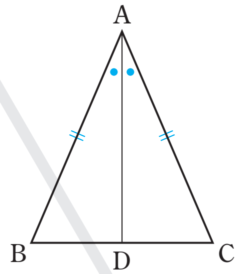


▶使うことばの意味をはっきり述べたものを**定義**といい，証明されたことがらのうち，基本になるものを**定理**という。定理は証明するときの根拠として用いてよい。

定義　2つの辺が等しい三角形を二等辺三角形という。

定理　二等辺三角形の2つの底角は等しい。

例題1　右の図の△ABCで，AB＝AC，点Dは∠Aの二等分線と辺BCとの交点である。このとき，∠B＝∠C であることを証明しなさい。



解き方　△ABD≡△ACD を証明し，∠B＝∠C であることを導く。

答　**△ABDと△ACDで，**

仮定より，　AB＝AC　……①

ADは∠Aの二等分線だから，　∠BAD＝∠CAD　……②

また，ADは共通だから，　AD＝AD　……③

①，②，③から，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABD≡△ACD

合同な図形では，対応する角は等しいので，∠B＝∠C

参考　これは，「二等辺三角形の底角は等しい。」という定理の証明である。

確認問題 1　次の問いに答えなさい。

□(1)「二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分する。」という定理を，上の**例題1**の図を使って，次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。

【証明】**例題1**の図で，△ABD≡△ACD より，合同な図形では，対応する辺や角は等しいので，

BD＝[　　　　　]　……①　　∠ADB＝∠[　　　　　]　……②

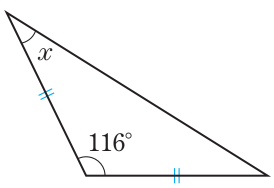
また，　∠ADB＋∠[　　　　　]＝180°　……③

②，③から，∠ADB＝[　　　　　]°　つまり，　AD⊥[　　　　　]　……④

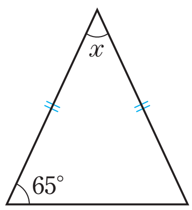
①，④から，二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分する。

(2) 次の図で，同じ印をつけた辺は等しいとして，∠x の大きさを，それぞれ求めなさい。

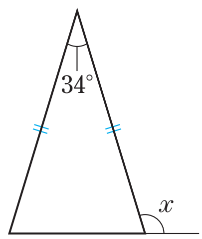
□①



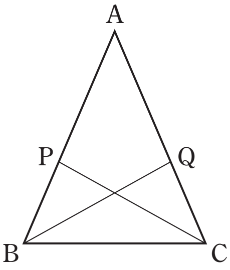
□②



□③



□(3)　右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，PB＝QC である。このとき，△PBC≡△QCB であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】　△PBC と△QCB で，

仮定より，　　　　　　PB＝[　　　　　]　　……①

また，BC は共通だから，BC＝CB　　　　　……②

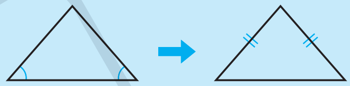
AB＝AC より，二等辺三角形の[　　　　　　　]は等しいので，

∠PBC＝∠[　　　　　]　……③

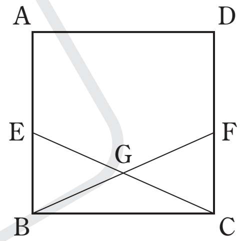
①，②，③から，[　　　　　　　　　　　　　　]が，それぞれ等しいので，△PBC≡△QCB

学習2　2 角が等しい三角形

▶定理　2 つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。



例題 2　右の図の四角形 ABCD は正方形で，点 E，F はそれぞれ辺 AB，DC 上にあり，点 G は線分 BF，CE の交点である。BE＝CF のとき，△GBC は二等辺三角形であることを証明しなさい。



解き方　上に示した**定理**を利用するために，2 つの角が等しいことを導く。そのために，まず，三角形の合同を証明する。

答　**△EBC と△FCB で，**

仮定より，　　　　　　　EB＝FC　　　……①

また，BC は共通だから，　BC＝CB　　　……②

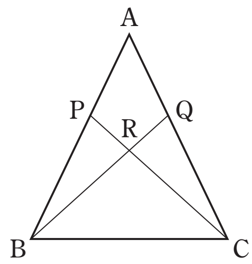
四角形 ABCD は正方形だから，∠EBC＝∠FCB＝90°　……③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△EBC≡△FCB

合同な図形では，対応する角は等しいので，∠ECB＝∠FBC　つまり，∠GCB＝∠GBC

2 つの角が等しいので，△GBC は二等辺三角形である。

確認問題 2　□右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形で，点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC 上にあり，点 R は線分 BQ，CP の交点である。BP＝CQ のとき，△RBC は二等辺三角形であることを証明しなさい。



学習3 逆

▶ 2つのことがらが，仮定と結論を入れかえた関係にあるとき，一方を他方の**逆**(ぎゃく)という。つまり，「p ならば，q」の逆は，「q ならば，p」である。あることがらが正しくても，その逆が正しいとは限らない。

▶ あることがらの仮定にあてはまるもののうち，結論が成り立たない場合の例を，**反例**(はんれい)という。あることがらが正しくないことは，反例を1つでも示せば説明することができる。

例題3 次のことがらの逆を答え，それが正しいときは○を書きなさい。また，正しくない場合には×を書き，反例を示しなさい。

(1) △ABC で，∠A＝90° ならば，∠B＋∠C＝90° である。　(2) $a>1$ ならば，$a^2>1$ である。

解き方 (1) ∠B＋∠C＝90° のとき，∠A＝180°－(∠B＋∠C)＝180°－90°＝90° なので，逆は正しい。

答 **△ABC で，∠B＋∠C＝90° ならば，∠A＝90° である。 ○**

(2) $a=-2$ のとき，$a^2>1$ であるが，$a>1$ ではない。これが逆が成り立たない例(反例)となる。

答 **$a^2>1$ ならば，$a>1$ である。 ×　反例…(例) $a=-2$**

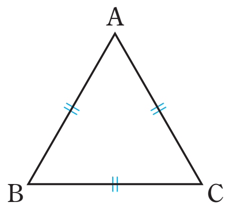
確認問題3 次のことがらの逆を答え，それが正しいときは○を書きなさい。また，正しくない場合には×を書き，反例を示しなさい。

□(1) $x \geqq 1$ ならば，$x>0$ である。

□(2) △ABC で，∠B＝∠C ならば，AB＝AC である。

学習4 正三角形

例題4 右の図の△ABC で，AB＝BC＝CA であるとして，「正三角形の3つの角は，すべて等しい。」という定理を証明しなさい。

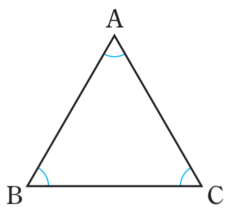


解き方 正三角形は，二等辺三角形の性質をもっていることに注目する。

答 **CA＝CB より，∠A＝∠B ……①**
AB＝AC より，∠B＝∠C ……②
二等辺三角形の2つの底角は等しい。
①，②から，∠A＝∠B＝∠C となり，正三角形の3つの角は，すべて等しい。

参考 この証明より，正三角形の1つの角の大きさは，180°÷3＝60° であることもわかる。

確認問題4 □右の図の△ABC で，∠A＝∠B＝∠C であるとして，「3つの角がすべて等しい三角形は正三角形である。」という定理を次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 ∠B＝∠C より，△ABC は∠B，∠[　　　]を底角とする二等辺三角形だから，　AB＝[　　　　]　……①

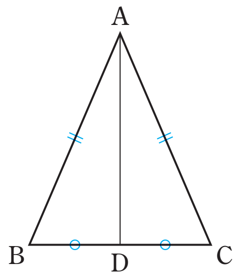
∠C＝∠[　　　] より，△ABC は∠C，∠[　　　]を底角とする二等辺三角形だから，　[　　　　]＝BA　……②

①，②から，AB＝[　　　　]＝CA となり，△ABC は正三角形である。

練習問題

1 **[二等辺三角形の性質①]** 右の図の△ABC で，AB＝AC，BD＝CD ならば，∠BAD＝∠CAD であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。

例題 1



【証明】 △ABD と△ACD で，

仮定より，　AB＝[　　　　　　]　……①　　[　　　　　　]＝CD　……②

また，AD は共通だから，AD＝AD　……③

①，②，③から，[　　　　　　　　　　　　　]が，それぞれ等しいので，

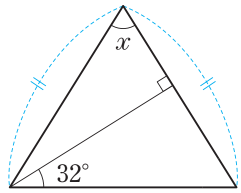
△[　　　　　　]≡△ACD

合同な図形では，対応する[　　　　　]は等しいので，∠BAD＝∠CAD

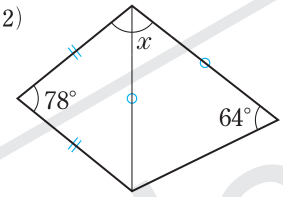
2 **[二等辺三角形の性質②]** 次の図で，同じ印をつけた線分の長さは等しいとして，∠x の大きさを，それぞれ求めなさい。

例題 1

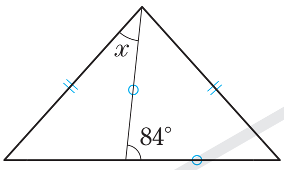
□(1)



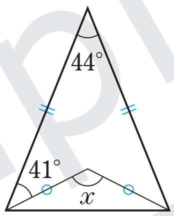
□(2)



□(3)

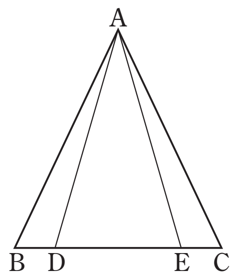


□(4)



3 **[二等辺三角形の性質③]** 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 D，E は辺 BC 上の点で，BD＝CE である。このとき，AD＝AE であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。

例題 1



【証明】 △ABD と△[　　　　　　]で，

仮定より，　AB＝[　　　　　　]　……①　　[　　　　　　]＝CE　……②

①から，二等辺三角形の[　　　　　　　　]は等しいので，

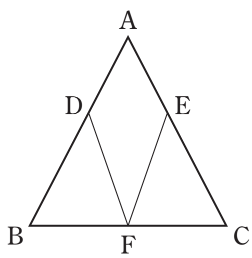
∠ABD＝∠[　　　　　　]　……③

①，②，③から，[　　　　　　　　　　　　　　　　　]が，それぞれ等しいので，△ABD≡△[　　　　　　]

合同な図形では，対応する[　　　　　　]は等しいので，AD＝AE

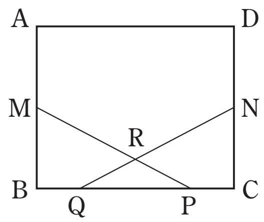
4 **[二等辺三角形の性質④]** 右の図の△ABC で，AB＝AC，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，DB＝EC である。また，点 F は辺 BC の中点である。このとき，DF＝EF であることを証明しなさい。

例題 1



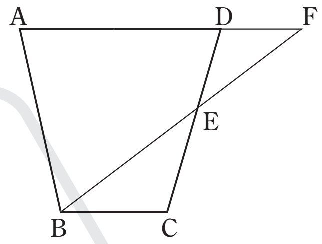
5 ［2 角が等しい三角形①］　右の図の四角形 ABCD は長方形で，点 M，N はそれぞれ辺 AB，DC の中点である。辺 BC 上に点 P，Q を線分 MP，NQ が交わるようにとり，その交点を R とする。BP＝CQ のとき，△RQP は二等辺三角形であることを証明しなさい。

例題 2



6 ［2 角が等しい三角形②］　右の図の四角形 ABCD は AD∥BC の台形で，点 E は辺 DC 上にあり，BC＝CE である。直線 BE，AD の交点を F とするとき，次の問いに答えなさい。

例題 2



□(1)　△DEF は二等辺三角形であることを次のように証明した。［　　］をうめて証明を完成させなさい。

【証明】　対頂角は等しいので，　∠DEF＝∠［　　　　　］　……①

CE＝CB より，二等辺三角形の 2 つの底角は等しいので，∠CEB＝∠［　　　　　］　……②

平行線の錯角は等しいので，BC∥AF から，　∠［　　　　　］＝∠DFE　……③

①，②，③から，　∠DEF＝∠［　　　　　］

よって，［　　　　　　　　　　］が等しいので，△DEF は二等辺三角形である。

□(2)　点 B を通り，辺 CD に平行な直線と辺 AD との交点を G とする。このとき，GB＝GF であることを証明しなさい。

7 ［逆］　次のことがらの逆を答え，それが正しいときは○を書きなさい。また，正しくない場合には×を書き，反例を示しなさい。

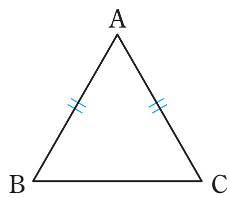
例題 3

□(1)　a も b も正の数ならば，ab は正の数である。

□(2)　四角形 ABCD で，∠A＋∠C＝180° ならば，∠B＋∠D＝180° である。

8 ［正三角形］　右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形である。このとき，「3 つの角がすべて等しい三角形は正三角形である。」という定理を利用して，次の(1)，(2)のそれぞれの場合に，△ABC は正三角形であることを証明しなさい。

例題 4

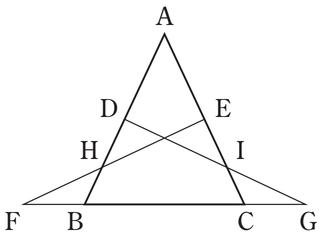


□(1)　∠B＝60°

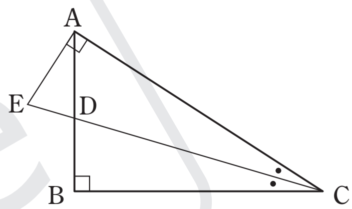
□(2)　∠A＝60°

■ 応 用 問 題 ■

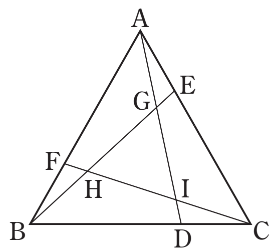
1　右の図の△ABC で，AB＝AC，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点である。
□点 F，B，C，G は一直線上にあり，FB＝GC で，点 H，I はそれぞれ辺 AB と線分 EF，辺 AC と線分 DG との交点である。このとき，∠BHF＝∠CIG であることを証明しなさい。



2　右の図の△ABC は ∠B＝90° の直角三角形で，点 D は∠C の二等分線と辺
□AB との交点, 点 E は点 A を通り辺 AC に垂直な直線と直線 CD との交点である。
このとき，AD＝AE であることを証明しなさい。



3　右の図の正三角形 ABC で，点 D，E，F はそれぞれ辺 BC，CA，AB 上の点で，CD＝AE＝BF である。また，点 G，H，I はそれぞれ AD と BE，BE と CF，CF と AD の交点である。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　△ACD≡△BAE であることを証明しなさい。

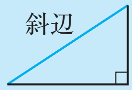
□(2)　△GHI はどんな三角形ですか。

難 □(3)　線分 EC 上に点 J をとる。JC＝JH＝EH のとき，∠BHJ の大きさを求めなさい。

直角三角形の合同

学習1　直角三角形の合同条件

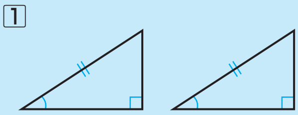
▶直角三角形で，直角に対する辺を**斜辺**(しゃへん)という。

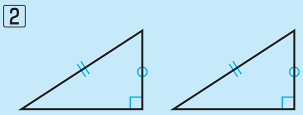


▶２つの直角三角形は，次のそれぞれの場合に合同である。

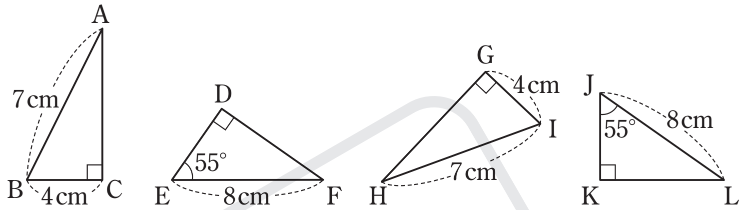
1　**斜辺と１つの鋭角**(えいかく)**が**，それぞれ等しい。

2　**斜辺と他の１辺が**，それぞれ等しい。

1


2


例題1　右の図で，合同な三角形の組を，記号≡を使って表しなさい。また，そのとき使った合同条件を書きなさい。



解き方　△ABC と△HIG で，∠C＝∠G＝90°，AB＝HI＝7 cm，BC＝IG＝4 cm

直角三角形の斜辺と他の１辺が，それぞれ等しいので，△ABC≡△HIG

△DEF と△KJL で，∠D＝∠K＝90°，EF＝JL＝8 cm，∠E＝∠J＝55°

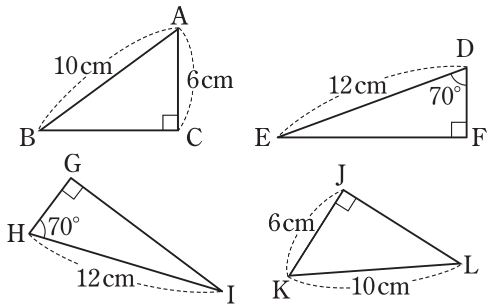
直角三角形の斜辺と１つの鋭角が，それぞれ等しいので，△DEF≡△KJL

答　**△ABC≡△HIG**　**直角三角形の斜辺と他の１辺が，それぞれ等しい。**

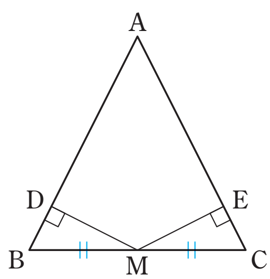
△DEF≡△KJL　**直角三角形の斜辺と１つの鋭角が，それぞれ等しい。**

確認問題 1　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図で，合同な三角形の組を，記号≡を使って表しなさい。また，そのとき使った合同条件を書きなさい。



(2)　右の図のように，△ABC の辺 BC の中点を M とし，点 M から辺 AB，AC にそれぞれ垂線 MD，ME をひく。MD＝ME のとき，次の問いに答えなさい。

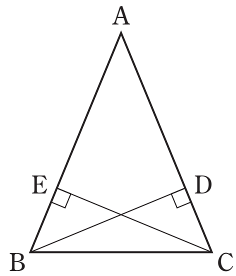


□①　△BMD と合同な三角形を答えなさい。また，そのとき使った合同条件を答えなさい。

□②　△ABC はどんな三角形ですか。

学習2 直角三角形の合同

例題2 右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形である。点 B，C から辺 AC，AB に垂線をひき，辺 AC，AB との交点をそれぞれ D，E とするとき，BD＝CE であることを証明しなさい。



解き方 BD，CE をふくむ直角三角形 DBC，ECB の合同を証明する。斜辺が等しいことを確認したうえで，どの合同条件が使えるかを考える。

答 **△DBC と△ECB で，**

BD⊥AC，CE⊥AB だから，　∠BDC＝∠CEB＝90°　……①

また，BC は共通だから，　BC＝CB　……②

AC＝AB より，　∠ACB＝∠ABC　つまり，∠DCB＝∠EBC　……③

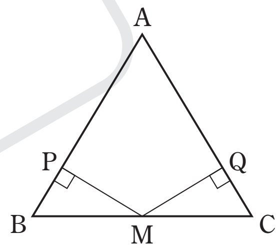
①，②，③から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，

△DBC≡△ECB

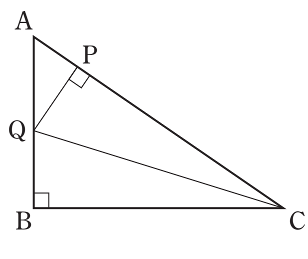
合同な図形では，対応する辺は等しいので，BD＝CE

確認問題 2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の△ABC は, AB＝AC の二等辺三角形で, 点 M は辺 BC の中点である。点 M から辺 AB，AC に垂線をひき，辺 AB，AC との交点をそれぞれ P，Q とするとき，PB＝QC であることを証明しなさい。



□(2) 右の図の△ABC は，∠B＝90° の直角三角形である。辺 AC 上に点 P を，BC＝PC となるようにとり，点 P を通り，辺 AC に垂直な直線と辺 AB との交点を Q とする。このとき，直線 CQ は∠ACB の二等分線であることを証明しなさい。

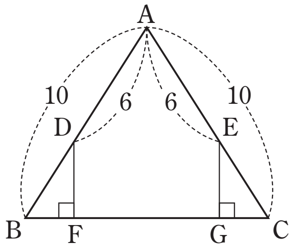


練習問題

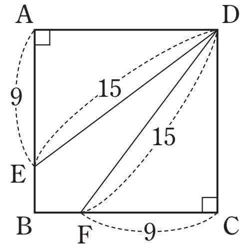
1 **[直角三角形の合同条件]**　次の図で，合同な三角形の組を，記号≡を使って表しなさい。また，そのとき使った合同条件を書きなさい。

例題 1

□(1)

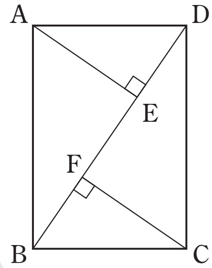


□(2)



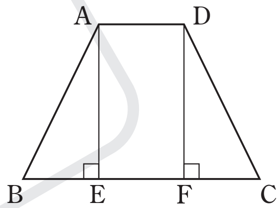
2 **[直角三角形の合同①]**　右の図の四角形 ABCD は長方形である。点 A，C から対角線
□BD にそれぞれ垂線 AE，CF をひくと，△ADE≡△CBF となることを証明しなさい。

例題 2



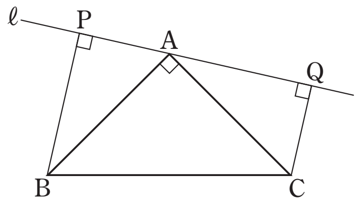
3 **[直角三角形の合同②]**　右の図の四角形 ABCD は，AD∥BC，AB＝DC の台形で
□ある。点 A，D から辺 BC にそれぞれ垂線 AE，DF をひく。このとき，BE＝CF であることを証明しなさい。

例題 2



4 **[直角三角形の合同③]**　右の図のような，∠A＝90° の直角二等辺三角形
□ABC の頂点 A を通る直線 ℓ に，点 B，C からそれぞれ垂線 BP，CQ をひく。このとき，△ABP≡△CAQ であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。

例題 2



【証明】　△ABP と△CAQ で，

ℓ⊥BP，ℓ⊥CQ だから，　∠APB＝∠[　　　　]＝90°　……①

△ABC は ∠BAC＝90° の直角二等辺三角形だから，　AB＝[　　　　]　……②

また，　∠BAP＝180°－(∠BAC＋∠[　　　　])＝90°－∠[　　　　]　……③

△CAQ で，　∠ACQ＝180°－(∠[　　　　]＋∠CAQ)＝[　　　　]°－∠CAQ　……④

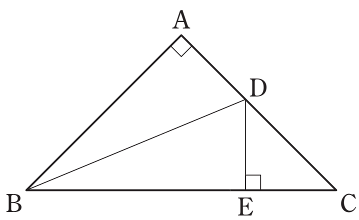
③，④から，　∠BAP＝∠[　　　　]　……⑤

①，②，⑤から，直角三角形の[　　　　　　　　]が，それぞれ等しいので，

△[　　　　]≡△CAQ

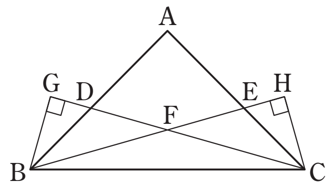
5 **[直角三角形の合同④]**　右の図の△ABC は，∠A＝90° の直角二等辺三角形で
□ある。∠B の二等分線が辺 AC と交わる点を D とし，点 D から辺 BC に垂線 DE をひくとき，線分 AD と長さの等しい線分をすべて答えなさい。

例題 2



■ 応用問題 ■

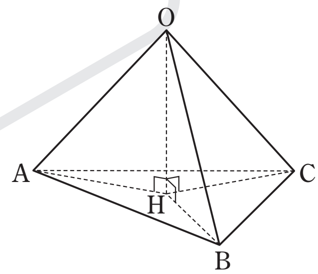
1 右の図の△ABC で，AB＝AC，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，BD＝CE であり，点 F は線分 BE，CD の交点である。また，点 G，H はそれぞれ直線 CD，BE 上の点で，BG⊥CG，CH⊥BH である。このとき，次の問いに答えなさい。



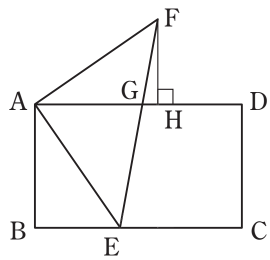
□(1) FB＝FC であることを証明しなさい。

□(2) FG＝FH であることを証明しなさい。

2 右の図の三角錐（さんかくすい） OABC で，点 O から平面 ABC に垂線 OH をひくとき，
□OA＝OB＝OC ならば，AH＝BH＝CH であることを証明しなさい。



3 右の図で，四角形ABCD は長方形，△AEF は ∠A＝90° の直角二等辺三角形であり，点 G は辺 AD と EF の交点である。点 F から辺 AD に垂線 FH をひくとき，次の問いに答えなさい。



□(1) △ABE≡△AHF であることを証明しなさい。

難 □(2) AB＝6 cm，BE＝4 cm のとき，線分 GH の長さを求めなさい。

18 平行四辺形の性質

学習1 平行四辺形の性質

▶**定義**　2組の向かいあう辺が，それぞれ平行な四角形を平行四辺形という。

上の平行四辺形の定義から，次の性質を導くことができる。

▶**定理**　1　平行四辺形の2組の向かいあう辺は，それぞれ等しい。

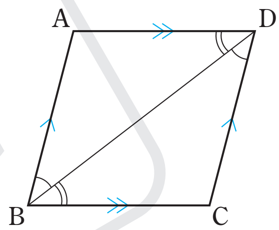
2　平行四辺形の2組の向かいあう角は，それぞれ等しい。

3　平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わる。

※ 記号▱を使って，平行四辺形ABCDを，▱ABCDと表すことがある。

例題1　「平行四辺形の2組の向かいあう辺は，それぞれ等しい」を証明しなさい。

解き方　▱ABCDで，AB∥DC，AD∥BC を仮定として，AB＝DC，AD＝BC を導く。



答　**▱ABCDで，対角線BDをひく。**

△ABDと△CDBで，

BDは共通だから，　BD＝DB　……①

平行線の錯角は等しいので，

AB∥DC から，　∠ABD＝∠CDB　……②

AD∥BC から，　∠ADB＝∠CBD　……③

①，②，③から，1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，△ABD≡△CDB

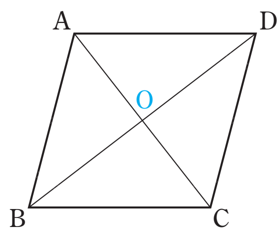
合同な図形では，対応する辺は，それぞれ等しいので，AB＝CD，AD＝CB

したがって，平行四辺形の2組の向かいあう辺は，それぞれ等しい。

参考　△ABDと△CDBで，②，③から，残りの角も等しいので，∠A＝∠C がいえる。同じような方法で，∠B＝∠D もいえるので，「平行四辺形の2組の向かいあう角は，それぞれ等しい」がいえる。

確認問題1　次の問いに答えなさい。

□(1) 「平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わる」を，例題1の結果を利用して，次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 ▱ABCDの対角線の交点をOとする。

△OABと△[　　　　　]で，

例題1の結果より，平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，

AB＝[　　　　　]　……①

平行線の錯角は等しいので，[　　　　　]∥DC から，

∠OAB＝∠[　　　　　]　……②　　∠OBA＝∠[　　　　　]　……③

①，②，③から，[　　　　　　　　　　　　　　]が，それぞれ等しいので，

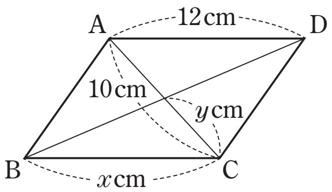
△OAB≡△[　　　　　]

合同な図形では，対応する辺は，それぞれ等しいので，OA＝[　　　　　]，[　　　　　]＝OD

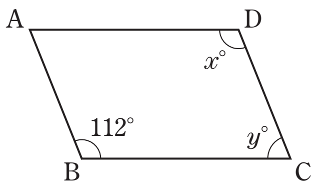
したがって，平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わる。

(2) 次の図の▱ABCD で，x，y の値を，それぞれ求めなさい。

□①

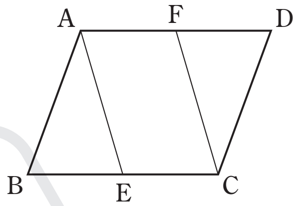


□②



学習2 平行四辺形の性質を利用した証明

例題2 右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 BC，AD 上にあり，BE＝DF である。このとき，△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



解き方 平行四辺形の性質を利用して，等しい辺や角を見つける。

答 **△ABE と△CDF で，**

仮定より，　BE＝DF　……①

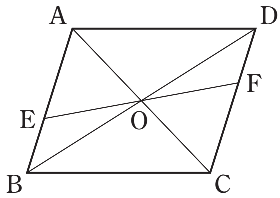
平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，　AB＝CD　……②

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，　∠ABE＝∠CDF　……③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABE≡△CDF

確認問題2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCD で，対角線の交点 O を通る直線と辺 AB，CD との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，△OBE≡△ODF であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 △OBE と△ODF で，

平行四辺形の対角線は，それぞれの[　　　　　]で交わるので，

OB＝[　　　　　]　……①

対頂角は等しいので，　∠BOE＝∠[　　　　　]　……②

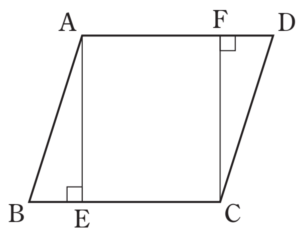
平行線の錯角は等しいので，AB∥[　　　　　] から，

∠OBE＝∠[　　　　　]　……③

①，②，③から，[　　　　　　　　　　　　]が，それぞれ等しいので，

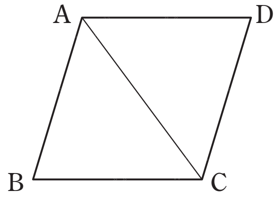
△OBE≡△ODF

□(2) 右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 BC，AD 上にある。AE⊥BC，CF⊥AD のとき，△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



練習問題

1 **[平行四辺形の性質①]** 「平行四辺形の２組の向かいあう角は，それぞれ等しい」を次のように証明した。[　　] □をうめて証明を完成させなさい。 例題1



【証明】 ▱ABCD で，対角線 AC をひく。

平行線の[　　　　　]は等しいので，

AB∥DC から，　　　　　　∠BAC＝∠[　　　　　] ……①

AD∥[　　　　　] から，　∠[　　　　　]＝∠BCA　　　……②

ここで，　∠BAD＝∠BAC＋∠[　　　　　]，

∠BCD＝∠[　　　　　]＋∠DCA より，

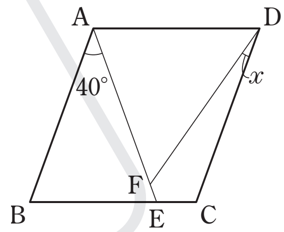
①，②から，　∠BAD＝∠[　　　　　]　つまり，∠A＝∠C　　……③

△ABC と△CDA で，①，②から，三角形の残りの角も等しいので，　∠B＝∠[　　　　　] ……④

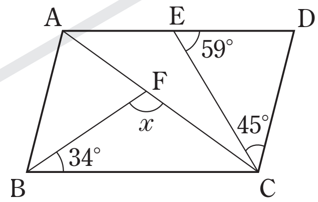
③，④から，平行四辺形の２組の向かいあう角は，それぞれ等しい。

2 **[平行四辺形の性質②]** 次の問いに答えなさい。 例題1

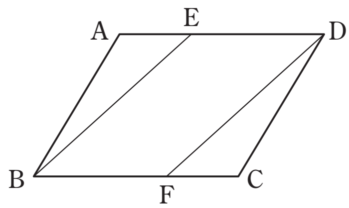
□(1) 右の図の▱ABCD で，AB＝AE，AF＝AD のとき，∠x の大きさを求めなさい。



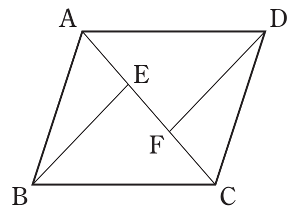
□(2) 右の図の▱ABCD で，BA＝BF のとき，∠x の大きさを求めなさい。



3 **[平行四辺形の性質を利用した証明①]** 右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 AD，BC 上にある。∠ABE＝∠CDF のとき，BE＝DF であることを証明しなさい。 例題2

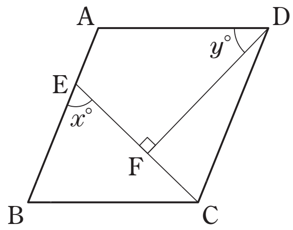


4 **[平行四辺形の性質を利用した証明②]** 右の図の▱ABCD で，点 E，F は対角線 AC 上にあり，AE＝CF である。このとき，△BEC≡△DFA であることを証明しなさい。 例題2

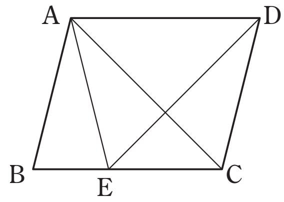


応用問題

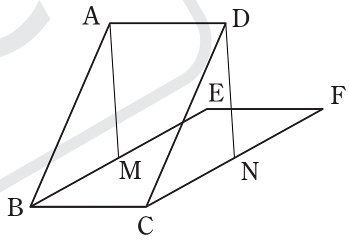
1 右の図の▱ABCD で，CB＝CE，DF⊥EC である。∠CEB＝x°，∠ADF＝y° と
□するとき，y を x の式で表しなさい。



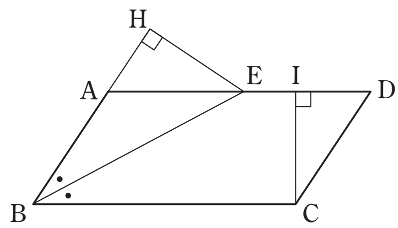
難 **2** 右の図の▱ABCD で，点 E は辺 BC 上の点で，AB＝AE である。このとき，
□△AED≡△DCA であることを証明しなさい。



3 右の図の四角形 ABCD，EBCF はともに平行四辺形であり，点 M，N はそ
□れぞれ辺 EB，FC の中点である。このとき，△ABM≡△DCN であることを
証明しなさい。



4 ∠B＜90° である平行四辺形 ABCD で，∠B の二等分線と辺 AD との交点
を E とし，点 E から直線 BA に垂線 EH をひく。また，点 C から辺 AD に
垂線 CI をひく。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1) △ABE は二等辺三角形であることを証明しなさい。

□(2) △AEH≡△DCI であることを証明しなさい。

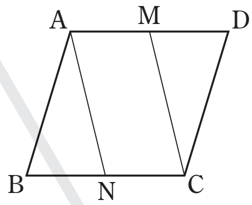
19 平行四辺形になるための条件

学習1 平行四辺形になることの証明

▶**定理** 四角形は，次のそれぞれの場合に，平行四辺形である。（平行四辺形になるための条件）

1. 2組の向かいあう辺が，それぞれ平行であるとき……**定義**
2. 2組の向かいあう辺が，それぞれ等しいとき
3. 2組の向かいあう角が，それぞれ等しいとき
4. 対角線が，それぞれの中点で交わるとき
5. 1組の向かいあう辺が，等しくて平行であるとき

例題1 右の図の▱ABCD で，点 M，N はそれぞれ辺 AD，BC の中点である。このとき，四角形 ANCM は平行四辺形であることを証明しなさい。



解き方 AM∥NC，AM＝NC を導き，上の5を用いる。

答 **AD∥BC から，　AM∥NC　……①**

M，N はそれぞれ辺 AD，BC の中点だから，$AM=\dfrac{1}{2}AD$ ……②　$NC=\dfrac{1}{2}BC$ ……③

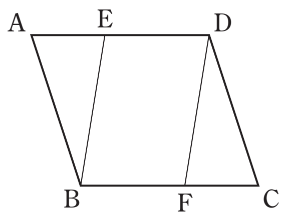
平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，AD＝BC　……④

②，③，④から，　AM＝NC　……⑤

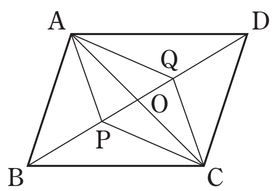
①，⑤から，1組の向かいあう辺が，等しくて平行であるので，四角形 ANCM は平行四辺形である。

確認問題 1 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 AD，BC 上の点で，AE＝CF である。このとき，四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2) 右の図の▱ABCD で，点 O は対角線の交点，点 P，Q はそれぞれ線分 OB，OD 上の点である。BP＝DQ のとき，四角形 APCQ は平行四辺形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わるので，

OA＝[　　　　　] ……①　[　　　　　]＝OD ……②

仮定より，　BP＝[　　　　　] ……③

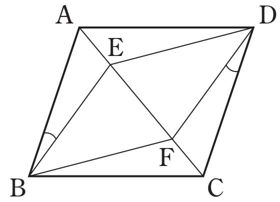
また，　OP＝OB－BP ……④　OQ＝[　　　　　]－[　　　　　] ……⑤

②，③，④，⑤から，　[　　　　　]＝OQ ……⑥

①，⑥から，[　　　　　　　　　　　　　　　　]ので，四角形 APCQ は平行四辺形である。

学習2 三角形の合同を利用する証明

例題2 右の図の▱ABCD で，対角線 AC 上に，∠ABE＝∠CDF となるように点 E，F をとるとき，四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



答 **△ABE と△CDF で，**

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，　AB＝CD　……①

仮定より，　∠ABE＝∠CDF　……②

平行線の錯角は等しいので，AB∥DC から，　∠BAE＝∠DCF　……③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，　△ABE≡△CDF

合同な図形では，対応する辺は等しいので，　BE＝DF　つまり，EB＝DF　……④

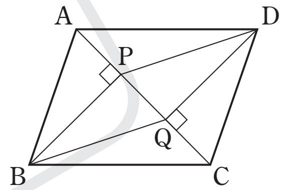
また，　∠BEF＝∠ABE＋∠BAE，∠DFE＝∠CDF＋∠DCF　……⑤

よって，②，③，⑤から，∠BEF＝∠DFE となり，錯角が等しいので，　EB∥DF　……⑥

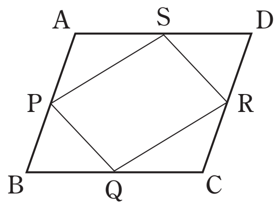
④，⑥から，1 組の向かいあう辺が，等しくて平行であるので，四角形 EBFD は平行四辺形である。

確認問題 2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCD で，対角線 AC 上に，BP⊥AC，DQ⊥AC となる点 P，Q をとるとき，四角形 PBQD は平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2) 右の図の▱ABCD で，点 P，Q，R，S は各辺の中点である。このとき，四角形 PQRS は平行四辺形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】　△APS と△CRQ で，

P，R はそれぞれ辺 AB，DC の中点だから，AP＝$\frac{1}{2}$[　　　　　]　……①　　CR＝$\frac{1}{2}$DC　……②

平行四辺形の[　　　　　　　　]は等しいので，AB＝[　　　　　]　……③

①，②，③から，AP＝[　　　　　]　……④　　同様にして，AS＝[　　　　　]　……⑤

平行四辺形の[　　　　　　　　]は等しいので，∠PAS＝∠[　　　　　]　……⑥

④，⑤，⑥から，[　　　　　　　　　　　　　]が，それぞれ等しいので，△APS≡△CRQ

合同な図形では，対応する[　　　　　]は等しいので，[　　　　　]＝RQ　……⑦

同様にして，△BPQ≡△DRS であることから，　PQ＝[　　　　　]　……⑧

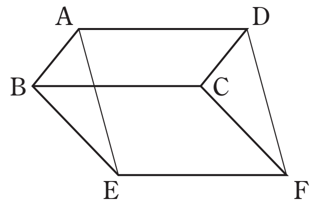
⑦，⑧から，[　　　　　　　　　　　　　　　　　]ので，四角形 PQRS は平行四辺形である。

練習問題

1 **[平行四辺形になることの証明①]**　右の図で，四角形 ABCD，BEFC が平行四辺形であるとき，四角形 AEFD は平行四辺形であることを証明しなさい。

□

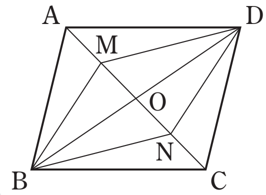
例題 1



2 **[平行四辺形になることの証明②]**　右の図の▱ABCD で，点 O は対角線の交点，点 M，N はそれぞれ線分 OA，OC の中点である。このとき，四角形 MBND は平行四辺形であることを証明しなさい。

□

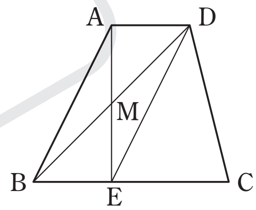
例題 1



3 **[三角形の合同を利用する証明①]**　右の図は，AD // BC の台形 ABCD で，点 M は対角線 BD の中点，点 E は直線 AM と辺 BC との交点である。このとき，四角形 ABED は平行四辺形であることを証明しなさい。

□

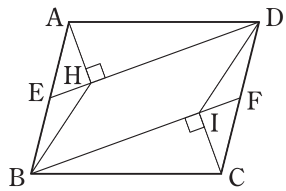
例題 2



4 **[三角形の合同を利用する証明②]**　右の図で，四角形 ABCD，EBFD は平行四辺形である。点 A，C から辺 ED，FB にそれぞれ垂線 AH，CI をひくとき，四角形 HBID は平行四辺形であることを証明しなさい。

□

例題 2



■ 応用問題 ■

1　次の**ア**～**ク**のうちで，四角形 ABCD がつねに平行四辺形になるものをすべて選び，記号で答えなさい。ただし，
□O は対角線の交点とする。

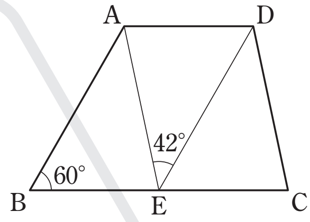
ア　AB∥DC，AB＝DC　　　**イ**　AD∥BC，AB＝DC

ウ　∠A＝∠C，∠B＝∠D　　　**エ**　∠A＝∠B，∠C＝∠D

オ　OA＝OB，OC＝OD　　　**カ**　OA＝OC，AD∥BC

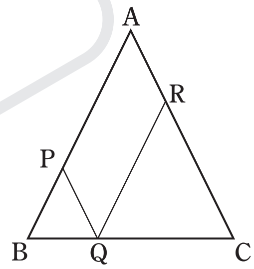
キ　AC＝BD，AC⊥BD　　　**ク**　∠A＋∠B＝∠B＋∠C＝180°

2　右の図の四角形 ABCD は，AD∥BC の台形で，点 E は辺 BC の中点である。
□AB∥DE，∠B＝60°，∠AED＝42°のとき，∠DCE の大きさを求めなさい。



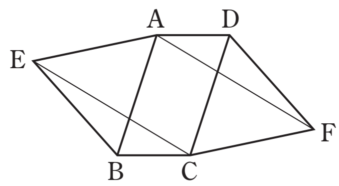
3　右の図の△ABC は AB＝AC の二等辺三角形で，点 P，Q，R はそれぞれ辺 AB，BC，AC 上にあり，AR＝BP，AC∥PQ である。このとき，次の問いに答えなさい。

□(1)　四角形 APQR は平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2)　PB＝4 cm，RC＝8 cm のとき，四角形 APQR の周の長さを求めなさい。

難 **4**　右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形，△ABE，△CDF は正三角形であるとき，
□四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



いろいろな四角形，平行線と面積，図形の性質を利用した証明

学習1 長方形，ひし形，正方形

▶定義　4つの角がすべて等しい四角形を，長方形という。

定義　4つの辺がすべて等しい四角形を，ひし形という。

定義　4つの辺がすべて等しく，4つの角がすべて等しい四角形を，正方形という。

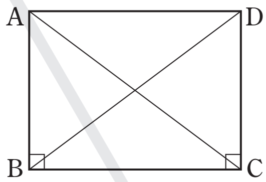
▶長方形，ひし形，正方形は，どれも平行四辺形であり，正方形は，長方形とひし形の両方の性質をもつ。

▶**四角形の対角線の性質**

1 長方形の対角線は，長さが等しい。　2 ひし形の対角線は，垂直に交わる。

3 正方形の対角線は，長さが等しく，垂直に交わる。

例題1 「長方形の対角線は，長さが等しい」を，右の図を使って証明しなさい。



解き方 長方形は平行四辺形の性質をもつことに着目する。

答 △ABC と△DCB で，

BC は共通だから，　BC＝CB　……①

向かいあう辺は等しいので，　AB＝DC　……②

長方形の4つの角はすべて等しいので，　∠ABC＝∠DCB　……③

①，②，③から，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABC≡△DCB

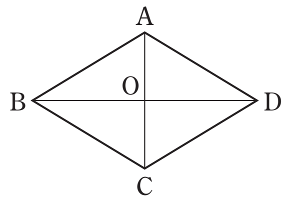
合同な図形では，対応する辺は等しいので，AC＝DB

したがって，長方形の対角線は，長さが等しい。

確認問題 1 次の問いに答えなさい。

□(1) 「ひし形の対角線は，垂直に交わる」を次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。

【証明】 ひし形 ABCD で，対角線の交点を O とする。



△OAB と△OAD で，OA は共通だから，　OA＝OA　……①

ひし形の4つの辺はすべて等しいので，　[　　　　]＝AD　……②

対角線は，それぞれの中点で交わるので，OB＝[　　　　]　……③

①，②，③から，[　　　　　　　　]が，それぞれ等しいので，△OAB≡△[　　　　]

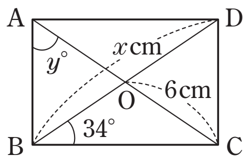
合同な図形では，対応する[　　　　]は等しいので，∠AOB＝∠[　　　　]

点 B，O，D は一直線上にあるので，∠AOB＝∠[　　　　]＝[　　　　]°

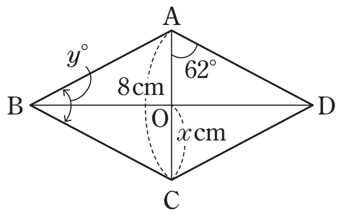
したがって，ひし形の対角線は，垂直に交わる。

(2) 次の①，②の四角形 ABCD はそれぞれ，長方形，ひし形である。x，y の値を，それぞれ求めなさい。

□①



□②

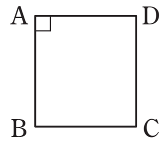


学習2　長方形，ひし形，正方形になる条件

- ▶「となりあう角が等しい」か「対角線の長さが等しい」とき，平行四辺形は**長方形**になる。
- ▶「となりあう辺が等しい」か「対角線が垂直に交わる」とき，平行四辺形は**ひし形**になる。
- ▶長方形でもあり，ひし形でもある平行四辺形は**正方形**になる。

例題2　「となりあう角が等しい平行四辺形は長方形である」ことを証明しなさい。

解き方　平行四辺形の 2 組の向かいあう角はそれぞれ等しいことに着目する。



答　**▱ABCD で，∠A＝∠B　……①　とする。**

平行四辺形の 2 組の向かいあう角は，それぞれ等しいので，

∠A＝∠C　……②

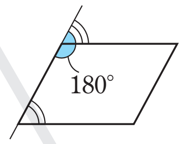
∠B＝∠D　……③

①，②，③から，∠A＝∠B＝∠C＝∠D

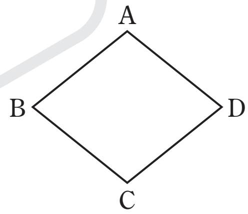
4 つの角がすべて等しいので，▱ABCD は長方形である。

したがって，となりあう角が等しい平行四辺形は長方形である。

参考　平行四辺形のとなりあう角の和は180° なので，「となりあう角が等しい」ことは，1 つの角が，180° ÷2＝90°　であること，つまり，「1 つの角が直角である」ことと同じである。

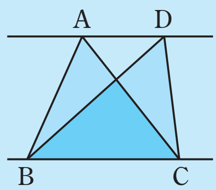


確認問題 2　右の図の▱ABCD で，AB＝AD　であるとして，「となりあう辺が等しい平行四辺形はひし形である」ことを証明しなさい。

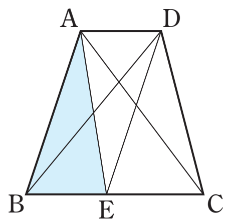


学習3　平行線と面積

- ▶△ABC と△DEF の面積が等しいことを，△ABC＝△DEF　のように表す。
- ▶ 1 つの直線上の 2 点 B，C と，その直線の同じ側にある 2 点 A，D について，
  - 1　AD∥BC　ならば，△ABC＝△DBC
  - 2　△ABC＝△DBC　ならば，AD∥BC



例題3　右の図で，AD∥BC，AB∥DE　であるとき，図の中で，△ABE と面積の等しい三角形を，すべて見つけなさい。



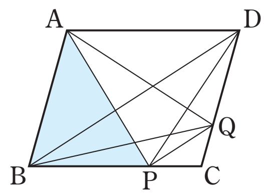
解き方　AD∥BC　より，△ABE＝△DBE

AB∥DE　より，△DBE＝△DAE

AD∥BC　より，△DAE＝△DAB＝△DAC

答　**△DBE，△DAE，△DAB，△DAC**

確認問題 3　右の図の▱ABCD で，点 P，Q がそれぞれ辺 BC，CD 上の点で，PQ∥BD であるとき，図の中で，△ABP と面積の等しい三角形を，すべて見つけなさい。



学習 4　図形の性質を利用した証明

例題 4　点 C を共有する 2 つの正三角形 ABC，CDE がある。図 1 は，3 点 A，C，E が一直線上にあり，点 D が直線 AC より左側にある場合を示しており，図 2 は，図 1 の状態から，△CDE を点 E も直線 AC より左側にくるように動かした場合を示している。ただし，2 つの正三角形は，点 C 以外に重なる部分がないものとする。

図 1

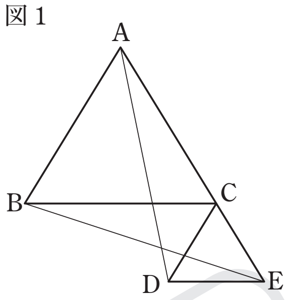
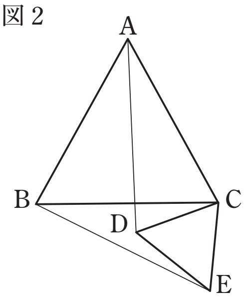


図 2



このとき，図 1，図 2 のどちらの場合でも，AD＝BE が成り立つことを証明しなさい。

解き方　△ACD≡△BCE を証明し，AD＝BE であることを導く。図 1，図 2 のどちらの場合でも，∠ACD や∠BCE が 60°（正三角形の内角）と∠BCD との和になっていることに着目する。

答　**△ACD と△BCE で，**

△ABC，△CDE は正三角形だから，

AC＝BC　……①　　　**CD＝CE**　……②

また，∠ACB＝∠DCE＝60° だから，

∠ACD＝∠ACB＋∠BCD＝60°＋∠BCD　……③

∠BCE＝∠DCE＋∠BCD＝60°＋∠BCD　……④

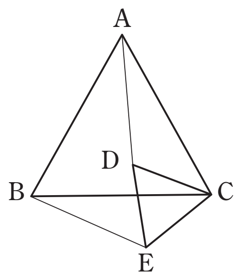
③，④から，　　∠ACD＝∠BCE　……⑤

①，②，⑤から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ACD≡△BCE

合同な図形では，対応する辺は等しいので，　AD＝BE

注意　図 1 と図 2 では図の状態は異なるが，**解き方** に着目すれば，上のように，同じやり方で証明できる。

確認問題 4　右の図は，**例題 4** の図 2 の状態から△CDE を，点 D が△ABC の内部にくるように動かして，2 つの正三角形が重なる部分をもつようにしたものである。ただし，点 D, E はともに直線 AC より左側にあるものとする。この図においても，AD＝BE が成り立つことを証明しなさい。



練　習　問　題

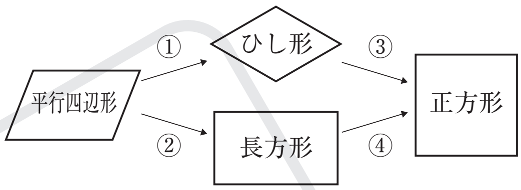
1　**［長方形，ひし形，正方形］**　平行四辺形，長方形，ひし形，正方形について，次の表のそれぞれの性質がいつも成り立つ場合は○を入れなさい。　例題1

性質 / 四角形	2組の向かいあう辺		となりあう辺が等しい	2組の向かいあう角が等しい	となりあう角が等しい	対角線		
	平　行	等しい				それぞれの中点で交わる	等しい	垂直に交わる
平行四辺形								
長　方　形								
ひ　し　形								
正　方　形								

2　**［長方形，ひし形，正方形になる条件①］**　平行四辺形に条件を加えて特別な平行四辺形にする過程を示す右の図で，①～④にあてはまるものを，次のア～エの中からそれぞれ2つ選び，記号で答えなさい。　例題2

ア　となりあう角が等しい。　　**イ**　対角線の長さが等しい。

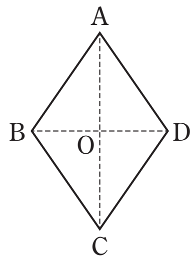
ウ　となりあう辺が等しい。　　**エ**　対角線が垂直に交わる。



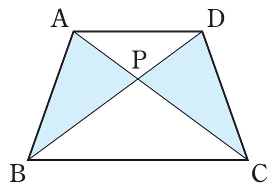
3　**［長方形，ひし形，正方形になる条件②］**　▱ABCD に次の条件を加えると，それぞれどんな四角形になりますか。ただし，O は対角線の交点とする。　例題2

(1)　∠OCD＝∠ODC　　　　(2)　∠ABD＝∠ADB

4　**［長方形，ひし形，正方形になる条件③］**　右の図の▱ABCD で，BD⊥AC であるとして，「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である」ことを証明しなさい。　例題2



5　**［平行線と面積①］**　右の図で，AD∥BC のとき，△ABP＝△DCP であることを次のように証明した。［　　］をうめて証明を完成させなさい。　例題3



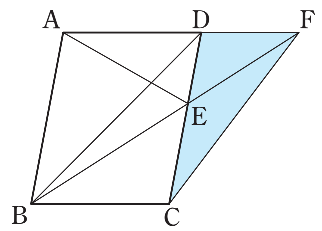
【証明】　AD∥BC より，　△ABC＝△［　　　　　］　……①

△ABP＝△ABC－△［　　　　　］　……②

△DCP＝△［　　　　　］－△PBC　……③

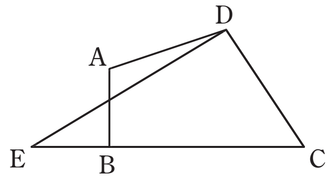
①，②，③から，△ABP＝△DCP

6 **［平行線と面積②］** 右の図の▱ABCD で，点 E は辺 CD 上の点で，点 F は直線 BE と AD の交点である。このとき，図の中で，△CDF と面積の等しい三角形を，すべて見つけなさい。 例題3

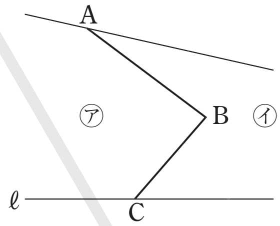


7 **［平行線と面積③］** 右の図の四角形 ABCD の辺 CB を延長した直線上に，四角形 ABCD と△ECD の面積が等しくなるように点 E をとる方法を次のように説明した。［　　］をうめて説明を完成させなさい。 例題3

　対角線 BD をひく。点［　　　　］を通り，対角線 BD に［　　　　］な直線 ℓ をひき，ℓ と辺 CB を延長した直線との交点を E とする。



8 **［平行線と面積④］** 右の図のように，折れ線 ABC を境界とする 2 つの土地㋐，㋑がある。2 つの土地の面積は変えずに，境界を A を通る線分 AP にあらためたい。点 P は直線 ℓ 上にあるものとして，線分 AP をかきなさい。 例題3



9 **［図形の性質を利用した証明］** 点 C を共有する 2 つの正方形 ABCD，ECFG がある。ただし，点 E は直線 BC より上側にあるものとする。図 1 は，2 つの正方形が点 C 以外に重なる部分がない場合を示しており，図 2 は，点 E が正方形 ABCD の内部にあり，辺 CD と辺 EG が交わるようにした場合を示している。これについて，次の問いに答えなさい。 例題4

図 1

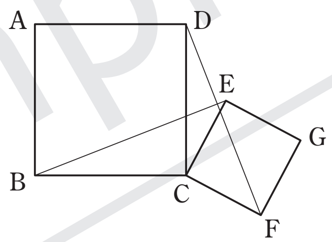
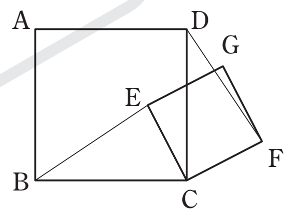


図 2

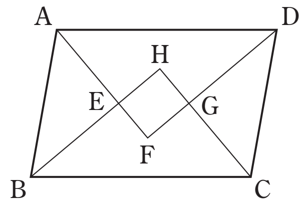


□(1) 図 1 の場合に，BE＝DF が成り立つことを証明しなさい。

□(2) 図 2 の場合に，BE＝DF が成り立つことを証明しなさい。

応用問題

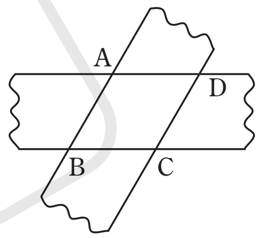
1 右の図で，点 E，F，G，H は▱ABCD の 4 つの角それぞれの二等分線の交点である。このとき，次の問いに答えなさい。



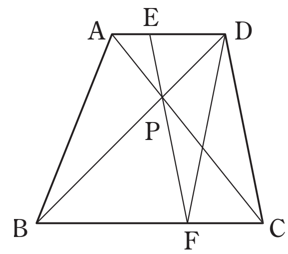
難 □(1) 四角形 EFGH は長方形であることを証明しなさい。

□(2) ▱ABCD が長方形のとき，四角形 EFGH はどんな四角形になりますか。

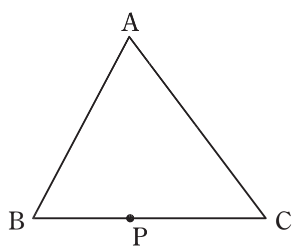
2 右の図の四角形 ABCD は，同じ幅（はば）の 2 本のテープを重ねてできたものである。四角形 ABCD はひし形であることを証明しなさい。□



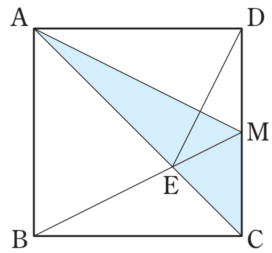
3 右の図の四角形 ABCD で，AD∥BC，EF∥DC，線分 AC，BD，EF は 1 点 P で交わっている。このとき，△ABP＝△DEF であることを証明しなさい。□



4 右の図の△ABC の辺 BC 上の点 P を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線 ℓ を作図する手順を説明しなさい。□



難 **5** 右の図で，四角形 ABCD は正方形，点 M は辺 CD の中点，点 E は対角線 AC と線分 BM との交点で，△DEM の面積は $4\,\mathrm{cm}^2$ である。このとき，△ACM の面積を求めなさい。□

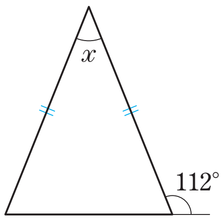


5 章のまとめ

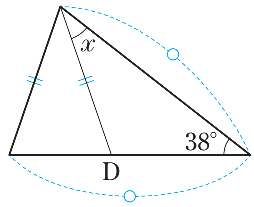
1 二等辺三角形の性質①
▶教科書 P.132〜134

次の図で，同じ印をつけた線分の長さは等しいとして，$\angle x$ の大きさを，それぞれ求めなさい。

□(1)

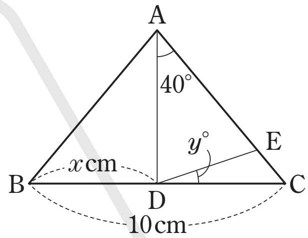


□(2)



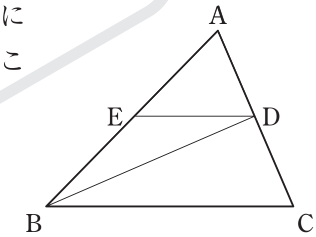
2 二等辺三角形の性質②
▶教科書 P.134〜135

□ 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 D は∠A の二等分線と辺 BC との交点，点 E は辺 AC 上の点で，AD＝AE である。BC＝10 cm，∠DAE＝40° のとき，x，y の値を求めなさい。



3 2角が等しい三角形
▶教科書 P.135〜136

□ 右の図で，△ABC の∠B の二等分線と辺 AC との交点を D，点 D を通り，辺 BC に平行な直線と辺 AB との交点を E とする。このとき，△EBD が二等辺三角形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



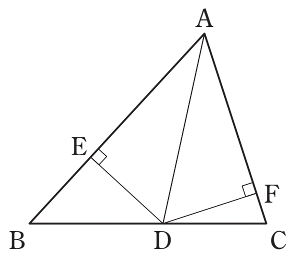
【証明】 BD は∠B の二等分線だから，　∠EBD＝∠[　　　　　]　……①
平行線の[　　　　　]は等しいので，BC∥ED から，
∠CBD＝∠EDB　……②
①，②から，　∠EBD＝∠[　　　　　]
[　　　　　　　]が等しいので，△EBD は二等辺三角形である。

4 逆
▶教科書 P.137〜138

□「a も b も負の数ならば，$a+b$ は負の数である。」ということがらの逆を答え，それが正しいかどうかも答えなさい。

5 直角三角形の合同
▶教科書 P.140〜143

□ 右の図で，点 D は△ABC の∠A の二等分線と辺 BC との交点，点 E，F はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，AB⊥DE，AC⊥DF である。このとき，△ADE≡△ADF であることを証明しなさい。

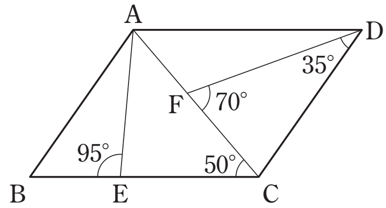


6 平行四辺形の性質①

▶教科書 P.145〜147

右の図の▱ABCD で，次の角の大きさを求めなさい。

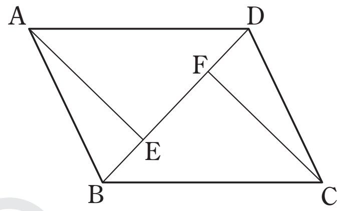
□(1)　∠ADF　　　□(2)　∠BAE



7 平行四辺形の性質②

▶教科書 P.145〜147

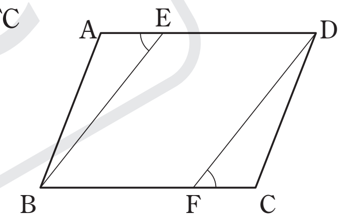
□　右の図の▱ABCD で，点 E，F は対角線 BD 上にあり，AE∥FC である。このとき，DE＝BF であることを証明しなさい。



8 平行四辺形になるための条件

▶教科書 P.148〜151

□　右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 AD，BC 上にあり，∠AEB＝∠DFC である。このとき，四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



9 長方形，ひし形，正方形

▶教科書 P.152〜154

次のことがらについて，正しければ○，正しくなければ×を書きなさい。

□(1)　正方形はひし形である。　　　□(2)　長方形は正方形である。

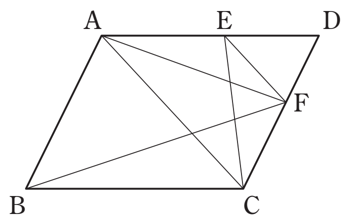
□(3)　対角線が垂直に交わる四角形はひし形である。　　　□(4)　対角線の長さが等しい平行四辺形は長方形である。

10 平行線と面積

▶教科書 P.155〜156

右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 AD，CD 上の点で，AC∥EF である。図の中で，次の三角形と面積の等しい三角形を，すべて見つけなさい。

□(1)　△ABC　　　□(2)　△FBC



➡巻末の**補充の問題**⑤(P.182)で，この章で学習した内容を確実に身につけよう。

5 章　図形の性質と証明

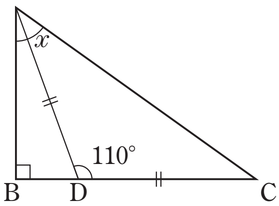
まとめテスト

得点

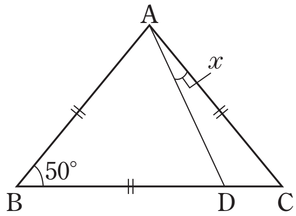
／100点

1 次の図で，同じ印をつけた線分の長さは等しいとして，$\angle x$ の大きさを，それぞれ求めなさい。　〈5 点× 2〉

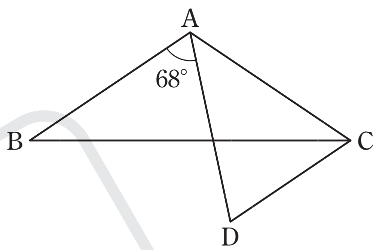
□(1)



□(2)

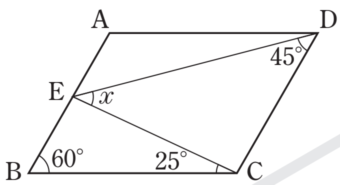


2 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，△ADC は AD＝AC の
□二等辺三角形で，∠ADC＝2∠ABC である。∠BAD＝68° のとき，∠ABC
の大きさを求めなさい。　〈5 点〉

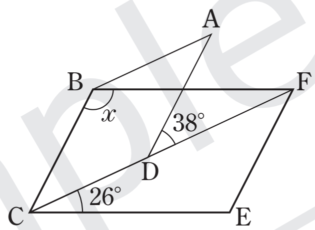


3 次の図で，四角形 ABCD，BCEF は平行四辺形である。$\angle x$ の大きさを，それぞれ求めなさい。　〈5 点× 2〉

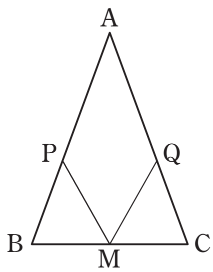
□(1)



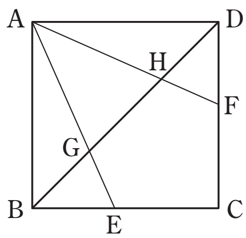
□(2)



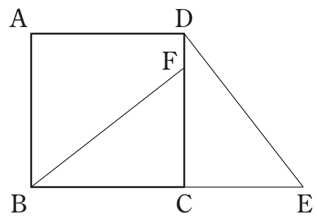
4 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC 上の点，
□点 M は辺 BC の中点である。∠BMP＝∠CMQ のとき，△PBM≡△QCM であることを
証明しなさい。　〈10点〉



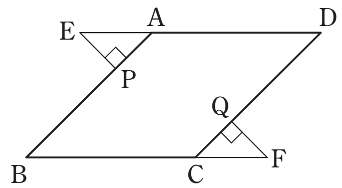
5 右の図で，四角形 ABCD は正方形，点 E，F はそれぞれ辺 BC，DC 上の点，点 G，
□H はそれぞれ対角線 BD と線分 AE，AF との交点である。BE＝DF のとき，△AGH は
二等辺三角形であることを証明しなさい。　〈10点〉



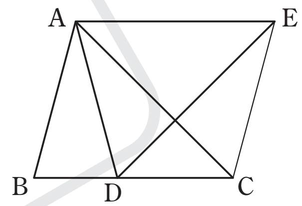
6 右の図で，四角形ABCDは正方形，点Eは辺BCの延長線上の点，点Fは辺CD上の点で，BF＝DE である。BE＝14cm，DF＝2cm のとき，正方形ABCDの1辺の長さを求めなさい。 〈5点〉



7 右の図の▱ABCDで，辺DA，BCの延長線上にそれぞれ点E，FをAE＝CFとなるようにとり，点E，Fから辺AB，CDにそれぞれ垂線EP，FQをひく。このとき，AP＝CQ であることを証明しなさい。 〈10点〉



8 右の図で，△ABC≡△DAE であり，点Dは辺BC上にある。このとき，四角形ABCEは平行四辺形であることを証明しなさい。 〈10点〉



9 ▱ABCDに次の条件が加わるとき，四角形ABCDは長方形，ひし形，正方形のうちのどれになりますか。ただし，Oは対角線の交点とする。 〈5点×4〉

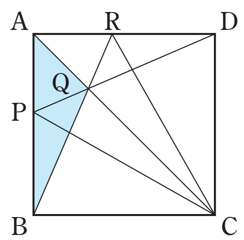
(1) ∠ACB＝∠ACD

(2) OA＝OB

(3) ∠A＝∠D，∠BOC＝90°

(4) ∠ACD＋∠BDC＝90°

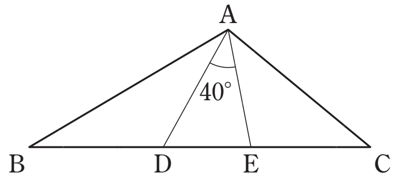
10 右の図の正方形ABCDで，点Pは辺AB上の点，点Qは対角線ACと線分PDの交点，点Rは直線BQと辺ADとの交点である。このとき，図の中で，△ABQと面積の等しい三角形を，すべて見つけなさい。 〈10点〉



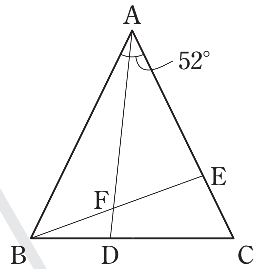
チャレンジ問題

1 次の問いに答えなさい。

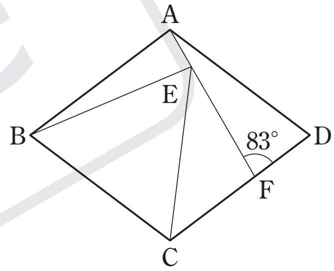
□(1) 右の図のような△ABC があり，点 D，E は辺 BC 上の点で，AD＝BD，AE＝CE である。∠DAE＝40° のとき，∠BAC の大きさを求めなさい。



□(2) 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 D，E はそれぞれ辺 BC，AC 上の点で，F は線分 AD と BE との交点である。∠BAC＝52°，∠ADC＝∠AEB のとき，∠AFE の大きさを求めなさい。

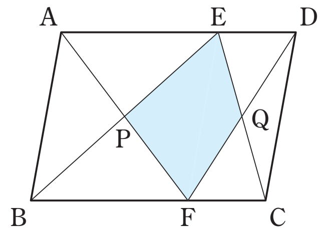


□(3) 右の図で，四角形 ABCD はひし形，△EBC は正三角形で，点 F は線分 AE の延長と辺 CD との交点である。∠EFD＝83° のとき，∠ADF の大きさを求めなさい。



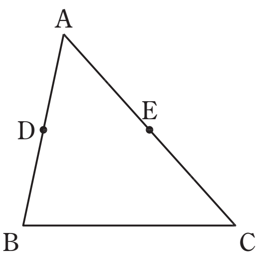
2 右の図の平行四辺形 ABCD で，点 E は辺 AD 上の点，点 F は辺 BC 上の点で，

□AE：ED＝BF：FC＝2：1 である。また，点 P は線分 AF と BE との交点，点 Q は線分 CE と DF との交点である。▱ABCD の面積が $60\,\mathrm{cm}^2$ のとき，四角形 EPFQ の面積を求めなさい。



3 右の図のように，△ABC の辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とする。DE の延長線上に，DE＝EF となるように点 F をとって，四角形 ADCF をつくるとき，次の問いに答えなさい。

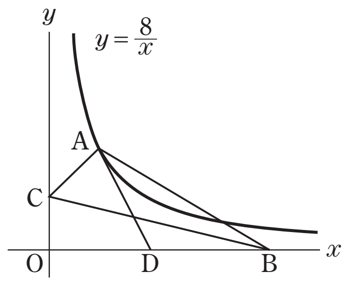
□(1) 四角形 ADCF はどんな四角形になりますか。



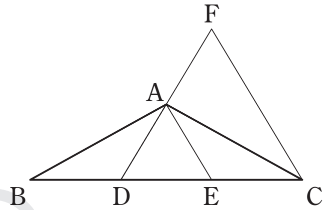
(2) さらに，△ABC に次のような条件を加えたとき，四角形 ADCF はどんな四角形になりますか。

□① ∠C＝90°　　□② ∠A＝∠B

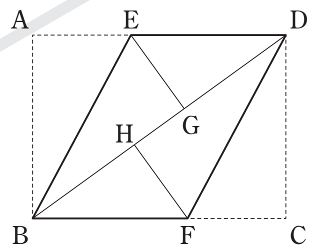
4 右の図で，点 A，B，C はそれぞれ曲線 $y=\dfrac{8}{x}$ 上，x 軸上，y 軸上，点 D は
□線分 OB 上にあり，点 A，B の x 座標はそれぞれ 2，9，点 C の y 座標は 2 である。△ACB＝△ADB のとき，点 D の座標を求めなさい。



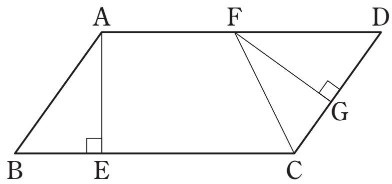
5 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形で，辺 BC を 3 等分する点を，
□点 B に近い方から順に D，E とする。また，点 C を通り，線分 AE に平行な直線と線分 DA の延長線との交点を F とする。このとき，△FDC が二等辺三角形であることを証明しなさい。



6 右の図は，長方形の紙 ABCD を，辺 AB，CD がそれぞれ対角線 BD と重なるよ
□うに折り返したところを示したものである。このときにできた辺 AD，BC 上の折り目の端をそれぞれ E，F とし，点 A，C が対角線 BD と重なった点をそれぞれ G，H とする。このとき，四角形 EBFD が平行四辺形であることを証明しなさい。



7 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形，点 E は点 A から辺 BC にひいた
□垂線と辺 BC との交点である。また，点 F は∠BCD の二等分線と辺 AD との交点，点 G は点 F から辺 CD にひいた垂線と辺 CD との交点である。このとき，△ABE≡△FDG であることを証明しなさい。

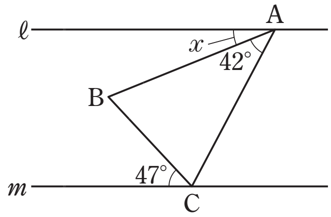


思考力―実践力をのばす問題

1 次の問いに答えなさい。

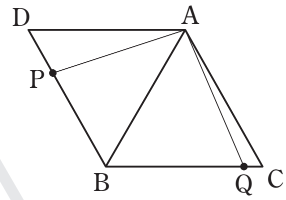
□(1)　右の図のように，AB＝AC である二等辺三角形 ABC と，頂点 A，C をそれぞれ通る 2 本の平行な直線 ℓ，m がある。このとき，$\angle x$ の大きさは何度か。

〈鹿児島〉

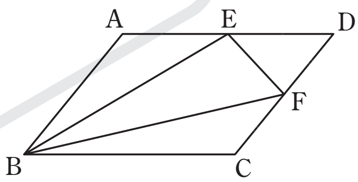


□(2)　右の図で，△ABC と△ABD は，ともに同じ平面上にある正三角形で，頂点 C と頂点 D は一致しない。点 P は，辺 BD 上にある点で，頂点 B，頂点 D のいずれにも一致しない。点 Q は，辺 BC 上にある点で，頂点 B，頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 A と点 P，頂点 A と点 Q をそれぞれ結ぶ。$\angle$PAQ＝90°，$\angle$DAP＝a°とするとき，$\angle$AQB の大きさを表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。〈東京〉

ア　$(75-a)$度　　**イ**　$(90-a)$度　　**ウ**　$(a+30)$度　　**エ**　$(a+60)$度



□(3)　右の図のような平行四辺形 ABCD があり，辺 AD，CD の中点をそれぞれ E，F とします。このとき，△EBF の面積は△DEF の面積の何倍になるか求めなさい。〈埼玉 24〉

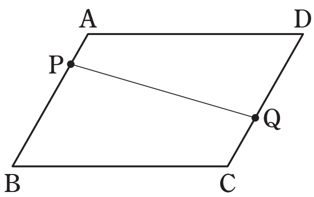


2 右の［　　］の中に示したことがらの逆を書きなさい。
□　また，［　　］の中のことがらは正しいが，逆は正しくない。［　　］の中のことがらの逆が正しくないことを示すための反例を，1 つ書きなさい。〈静岡〉

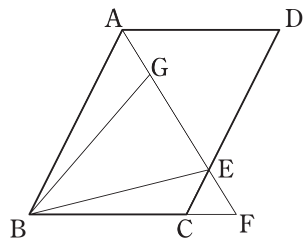
a も b も正の数ならば，$a+b$ は正の数である。

3 右の図は，$\angle$A が鈍角の平行四辺形 ABCD です。平行四辺形 ABCD の辺 AB 上
□を点 P が動き，辺 DC 上を点 Q が動きます。点 P は点 A，点 B と重ならず，点 Q は点 C，点 D と重ならないこととします。次の**ア**～**エ**のうち，四角形 PBCQ がいつでも平行四辺形になるのはどの条件をみたすときですか。一つ選び，その記号を書きなさい。〈岩手〉

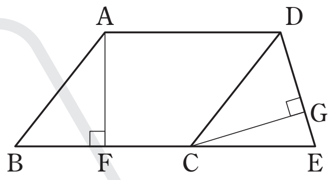
ア　PD$/\!/$BQ　　**イ**　AD$/\!/$PQ　　**ウ**　CP＝BQ　　**エ**　AP＝CQ



4 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形であり，∠BAD の二等分線と辺 CD，辺
□BC を延長した直線との交点をそれぞれ E，F とする。また，点 G は線分 AF 上の
点で，∠ABG＝∠CBE である。このとき，△ABG≡△FBE であることを証明しなさい。〈岐阜〉



5 右の図において，四角形 ABCD は内角∠ABC が鋭角の平行四辺形である。△EDC は ED＝EC の二等辺三角形であり，E は直線 BC 上にある。F は，A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点である。G は，C から辺 ED にひいた垂線と辺 ED との交点である。次の問いに答えなさい。〈大阪〉



□(1)　△ABF≡△CDG であることを証明しなさい。

□(2)　四角形 ABCD の面積を $a$cm^2，四角形 AFED の面積を $b$cm^2 とするとき，△CEG の面積を a，b を用いて表しなさい。

6 右の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 AB，BC，CD，DA 上に 4 点 E，F，G，
□H をそれぞれとり，線分 EG と BH，DF との交点をそれぞれ I，J とします。
AE＝BF＝CG＝DH のとき，△BEI≡△DGJ であることを証明しなさい。

〈埼玉 23〉