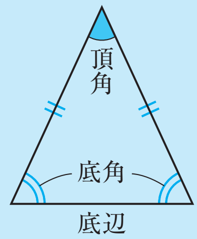
16 三角形①

学習1 二等辺三角形の性質

▶用語の意味をはっきり述べたものを**定義**という。

二等辺三角形の定義　2辺が等しい三角形を二等辺三角形という。

▶二等辺三角形の等しい辺の間の角を**頂角**、頂角に対する辺を**底辺**、底辺の両端の角を**底角**という。

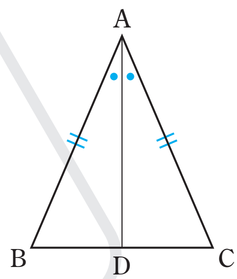


▶証明されたことがらのうち、よく使われるものを**定理**という。

定理　二等辺三角形の2つの底角は等しい。

定理　二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。

例題1　右の図の△ABCで、AB＝AC、点Dは∠Aの二等分線と辺BCとの交点である。このとき、∠B＝∠C であることを証明しなさい。



解き方　△ABD≡△ACD を証明し、∠B＝∠C であることを導く。

答　△ABDと△ACDにおいて

仮定から　　AB＝AC　……①

ADは∠Aの二等分線だから　　∠BAD＝∠CAD　……②

また　　ADは共通　……③

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABD≡△ACD

合同な図形の対応する角の大きさは等しいから

∠B＝∠C

参考　これは、「二等辺三角形の2つの底角は等しい。」という定理の証明である。

確認問題1　次の問いに答えなさい。

□(1)「二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。」という定理を次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成しなさい。

【証明】 AB＝AC の△ABCで、∠Aの二等分線と辺BCの交点をDとすると、

例題1の証明と同様にして、△ABD≡△ACD となる。

よって、合同な図形の対応する辺の長さや角の大きさは等しいから

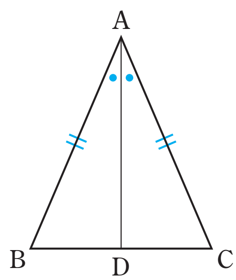
BD＝[　　　　]　……①　　∠ADB＝∠[　　　　]　……②

また　　∠ADB＋∠[　　　　]＝180°　……③

②、③より、2∠ADB＝[　　　　]°　だから　　∠ADB＝[　　　　]°

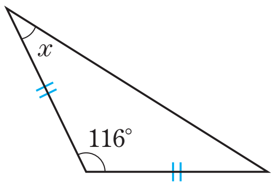
すなわち　　AD⊥[　　　　]　……④

①、④より、二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。

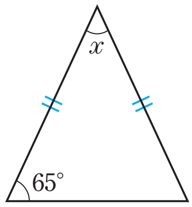


⑵ 次の図で、同じ印をつけた辺は等しいとして、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

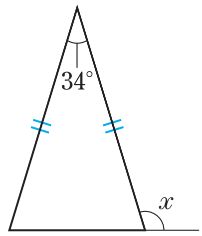
□①



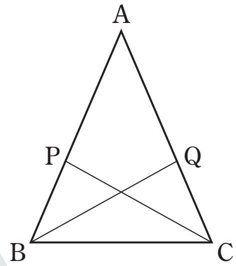
□②



□③



□⑶ 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、点 P、Q はそれぞれ辺 AB、AC 上の点で、PB＝QC である。このとき、△PBC≡△QCB であることを次のように証明した。［　　］をうめて証明を完成しなさい。



【証明】 △PBC と△QCB において

仮定から　　PB＝［　　　　］　……①

また　　BC は共通　　……②

AB＝AC より、二等辺三角形の［　　　　　　　］は等しいから

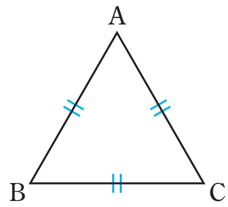
∠PBC＝∠［　　　　］　……③

①、②、③より、［　　　　　　　　　　　］がそれぞれ等しいから　△PBC≡△QCB

学習2 正三角形

▶**正三角形の定義**　3 辺が等しい三角形を正三角形という。

例題 2　右の図の△ABC で、AB＝BC＝CA であるとして、「正三角形の 3 つの角は等しい。」という定理を証明しなさい。



解き方　正三角形は、二等辺三角形の性質をもっていることに注目する。

答　**△ABC を CA＝CB である二等辺三角形と考えると、∠A＝∠B　……①**

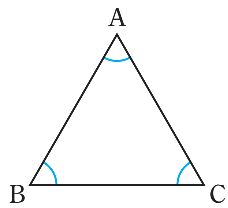
また、△ABC を AB＝AC である二等辺三角形と考えると、∠B＝∠C　……②

①、②より、∠A＝∠B＝∠C となり、正三角形の 3 つの角は等しい。

参考　この証明より、正三角形の 1 つの角の大きさは、180°÷3＝60° であることもわかる。

確認問題 2

□右の図の△ABC で、∠A＝∠B＝∠C であるとして、「3 つの角が等しい三角形は正三角形である。」という定理を次のように証明した。［　　］をうめて証明を完成しなさい。



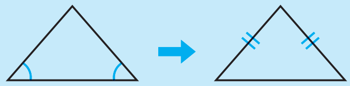
【証明】 ∠B＝∠C より、△ABC は∠B、∠［　　　］を底角とする二等辺三角形だから、　AB＝［　　　　］　……①

∠C＝∠［　　　］ より、△ABC は∠C、∠［　　　］を底角とする二等辺三角形だから、　［　　　　］＝BA　……②

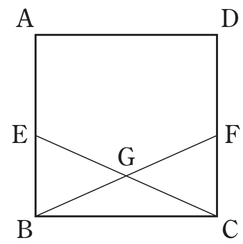
①、②より、AB＝［　　　　］＝CA となり、△ABC は正三角形である。

学習3　２つの角が等しい三角形

▶定理　２つの角が等しい三角形は、二等辺三角形である。



例題3　右の図の四角形 ABCD は正方形で、点 E、F はそれぞれ辺 AB、DC 上にあり、点 G は線分 BF と CE の交点である。EB＝FC のとき、△GBC は二等辺三角形であることを証明しなさい。



解き方　上に示した**定理**を利用するために、２つの角が等しいことを導く。

答　**△EBC と△FCB において**

仮定から　EB＝FC　……①　　また　BC は共通　……②

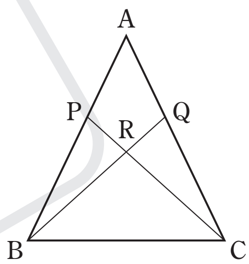
四角形 ABCD は正方形だから　∠EBC＝∠FCB＝90°　……③

①、②、③より、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから　△EBC≡△FCB

合同な図形の対応する角の大きさは等しいから　∠ECB＝∠FBC　つまり　∠GCB＝∠GBC

２つの角が等しいから、△GBC は二等辺三角形である。

確認問題 3　右の図の△ABC は、AB＝AC の二等辺三角形で、点 P、Q はそれぞれ辺 AB、AC 上にあり、点 R は線分 BQ と CP の交点である。PB＝QC のとき、△RBC は二等辺三角形であることを証明しなさい。



学習4　逆

▶ことがらの仮定と結論が入れかわっているとき、一方を他方の**逆**（ぎゃく）という。あることがらが正しくても、その逆は正しいとは限らない。あることがらが成り立たない例のことを**反例**（はんれい）という。

例題4　次のことがらの逆を答え、それが正しい場合は○を書きなさい。また、正しくない場合は×を書き、反例を１つ示しなさい。

(1)　△ABC において、∠A＝90°　ならば、∠B＋∠C＝90°　である。

答　**△ABC において、∠B＋∠C＝90°　ならば、∠A＝90°　である。　○**

(2)　$a>1$ ならば、$a^2>1$ である。　**答**　$\boldsymbol{a^2>1}$ **ならば、$\boldsymbol{a>1}$ である。　×　　反例…$\boldsymbol{a=-2}$**

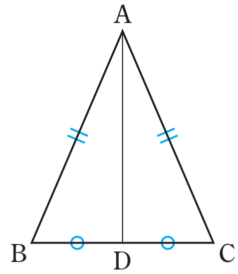
確認問題 4　次のことがらの逆を答え、それが正しい場合は○を書きなさい。また、正しくない場合は×を書き、反例を１つ示しなさい。

□(1)　$x \geqq 1$ ならば、$x>0$ である。

□(2)　△ABC において、∠B＝∠C　ならば、AB＝AC　である。

練 習 問 題

1 **[二等辺三角形の性質①]** 右の図の△ABC で、AB＝AC、BD＝CD ならば
□∠ABC＝∠ACB であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成しなさい。
例題 1



【証明】 △ABD と△ACD において

仮定から　AB＝[　　　　　]　……①　[　　　　　]＝CD　……②

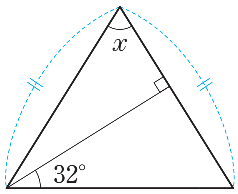
また　AD は共通　……③

①、②、③より、[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　△[　　　　]≡△ACD

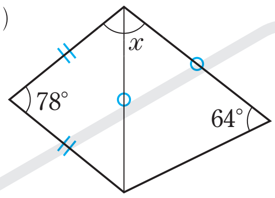
合同な図形の対応する[　　　　　　　]は等しいから　∠ABC＝∠ACB

2 **[二等辺三角形の性質②]** 次の図で、同じ印をつけた線分の長さは等しいとして、∠x の大きさを求めなさい。
例題 1

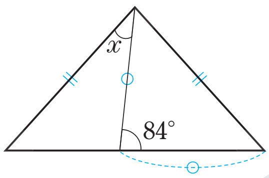
□(1)



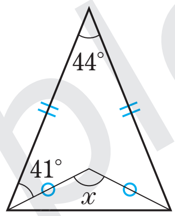
□(2)



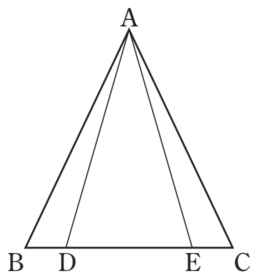
□(3)



□(4)



3 **[二等辺三角形の性質③]** 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、点 D、E
□は辺 BC 上の点で、BD＝CE である。このとき、AD＝AE であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成しなさい。
例題 1



【証明】 △ABD と△[　　　　]において

仮定から　AB＝[　　　　　]　……①　[　　　　　]＝CE　……②

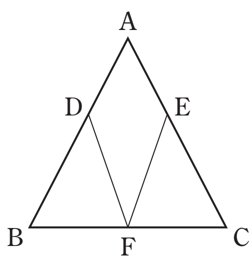
①より、二等辺三角形の[　　　　　　　]は等しいから

∠ABD＝∠[　　　　　]　……③

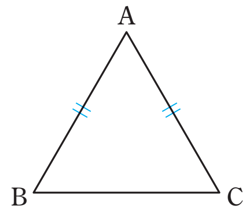
①、②、③より、[　　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　△ABD≡△[　　　　]

合同な図形の対応する[　　　　　　　]は等しいから　AD＝AE

4 **[二等辺三角形の性質④]** 右の図の△ABC で、AB＝AC、点 D、E はそれぞれ辺
□AB、AC 上の点で、DB＝EC である。また、点 F は辺 BC の中点である。このとき、DF＝EF であることを証明しなさい。
例題 1



5 **[正三角形]**　右の図の△ABC は、AB＝AC の二等辺三角形である。このとき、「3 つの角が等しい三角形は正三角形である。」という定理を利用して、次の(1)、(2)のそれぞれの場合に、△ABC は正三角形であることを証明しなさい。 **例題 2**

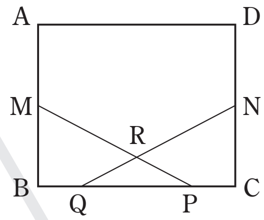


□(1)　∠B＝60°

□(2)　∠A＝60°

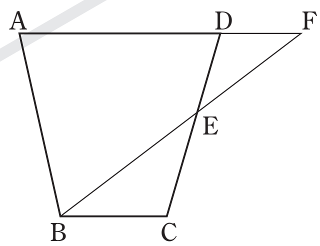
6 **[2 つの角が等しい三角形①]**　右の図の四角形 ABCD は長方形で、点 M、N はそれぞれ辺 AB、DC の中点である。辺 BC 上に点 P、Q を線分 MP、NQ が交わるようにとり、その交点を R とする。BP＝CQ のとき、△RQP は二等辺三角形であることを証明しなさい。 **例題 3**

□



7 **[2 つの角が等しい三角形②]**　右の図の四角形 ABCD は AD∥BC の台形で、点 E は辺 DC 上にあり、BC＝CE である。直線 BE と AD の交点を F とするとき、△DEF は二等辺三角形であることを次のように証明した。[　　] をうめて証明を完成しなさい。 **例題 3**

□



【証明】　対頂角は等しいから　　∠DEF＝∠[　　　　　]　……①

CE＝CB より、二等辺三角形の 2 つの底角は等しいから

∠CEB＝∠[　　　　　]　……②

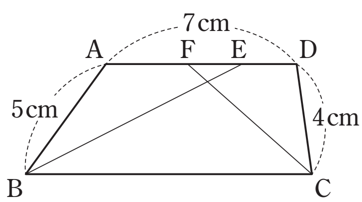
平行線の錯角は等しいから、BC∥AF より　∠[　　　　　]＝∠DFE　……③

①、②、③より　　∠DEF＝∠[　　　　　]

[　　　　　　　　]が等しいから、△DEF は二等辺三角形である。

8 **[2 つの角が等しい三角形③]**　右の図で、四角形 ABCD は AD∥BC の台形、E は∠ABC の二等分線と辺 AD との交点、F は∠BCD の二等分線と辺 AD との交点である。線分 FE の長さを求めなさい。 **例題 3**

□



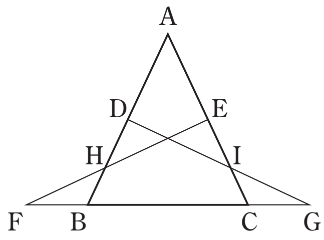
9 **[逆]**　次のことがらの逆を答え、それが正しい場合は○を書きなさい。また、正しくない場合は×を書き、反例を 1 つ示しなさい。 **例題 4**

□(1)　a も b も正の数ならば、ab は正の数である。

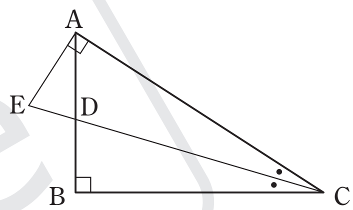
□(2)　四角形 ABCD において、∠A＋∠C＝180° ならば、∠B＋∠D＝180° である。

応用問題

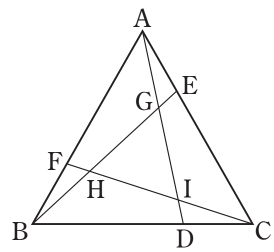
1 右の図の△ABC で、AB＝AC、点 D、E はそれぞれ辺 AB、AC の中点である。
□点 F、B、C、G は一直線上にあり、FB＝GC で、点 H、I はそれぞれ辺 AB と線分 EF、辺 AC と線分 DG との交点である。このとき、∠BHF＝∠CIG であることを証明しなさい。



2 右の図の△ABC は ∠B＝90° の直角三角形で、点 D は∠C の二等分線と辺
□AB との交点、点 E は点 A を通り辺 AC に垂直な直線と直線 CD との交点である。このとき、AD＝AE であることを証明しなさい。



3 右の図の△ABC は正三角形で、点 D、E、F はそれぞれ辺 BC、CA、AB 上の点で、CD＝AE＝BF である。また、点 G、H、I はそれぞれ線分 AD と BE、線分 BE と CF、線分 CF と AD の交点である。このとき、次の問いに答えなさい。



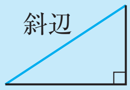
□(1) △ACD≡△BAE であることを証明しなさい。

□(2) △GHI はどんな三角形ですか。

難□(3) 線分 EC 上に点 J をとる。JC＝JH＝EH のとき、∠BHJ の大きさを求めなさい。

17 三角形②

学習1 直角三角形の合同(1)



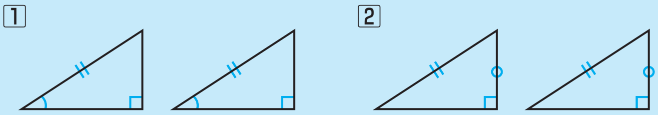
▶直角三角形で、直角に対する辺を**斜辺**(しゃへん)という。

▶**定理　直角三角形の合同条件**

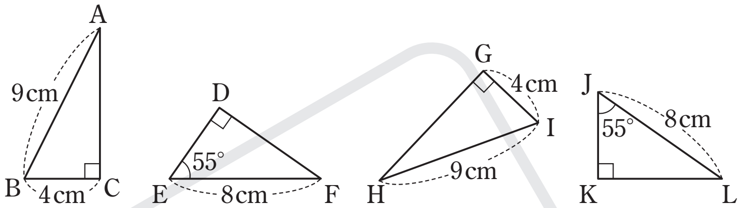
2つの直角三角形は、次のどちらかが成り立つとき合同である。

1 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

2 斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。



例題1 右の図で、合同な直角三角形の組をすべて選び、記号≡を使って表しなさい。また、その合同条件を答えなさい。

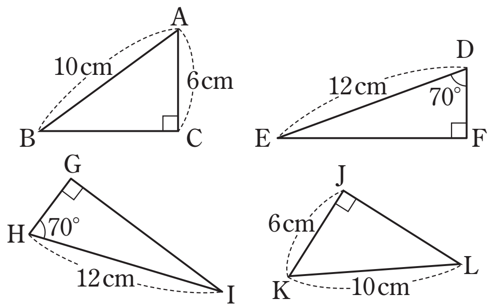


解き方 △ABC と△HIG で、∠C=∠G=90°、AB=HI=9 cm、BC=IG=4 cm、
直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから、△ABC≡△HIG
△DEF と△KJL で、∠D=∠K=90°、EF=JL=8 cm、∠E=∠J=55°
直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから、△DEF≡△KJL

答 **△ABC≡△HIG　直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。**
△DEF≡△KJL　直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

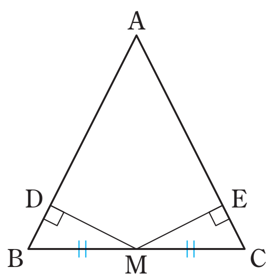
確認問題1 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図で、合同な直角三角形の組をすべて選び、記号≡を使って表しなさい。また、その合同条件を答えなさい。



(2) 右の図のように、△ABC の辺 BC の中点を M とし、点 M から辺 AB、AC にそれぞれ垂線 MD、ME をひく。MD=ME のとき、次の問いに答えなさい。

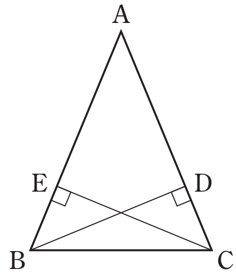
□① △BMD と合同な三角形を答えなさい。また、その合同条件を答えなさい。



□② △ABC はどんな三角形ですか。

学習 2　直角三角形の合同(2)

例題 2　右の図の△ABC は、AB＝AC の二等辺三角形である。点 B、C から辺 AC、AB に垂線をひき、辺 AC、AB との交点をそれぞれ D、E とするとき、BD＝CE であることを証明しなさい。



解き方　BD、CE をふくむ直角三角形 DBC、ECB の合同を証明する。斜辺が等しいことを確認したうえで、どの合同条件が使えるかを考える。

答　**△DBC と△ECB において**

BD⊥AC、CE⊥AB だから　　∠BDC＝∠CEB＝90°　……①

また　　BC は共通　……②

△ABC は AC＝AB の二等辺三角形だから

∠ACB＝∠ABC　つまり　∠DCB＝∠EBC　……③

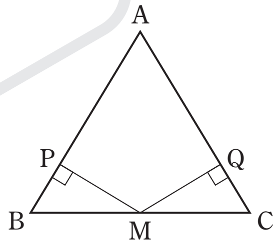
①、②、③より、直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

△DBC≡△ECB

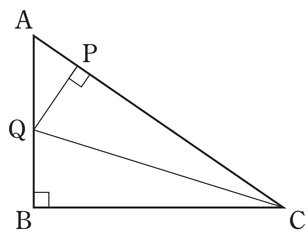
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから　BD＝CE

確認問題 2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図の△ABC は、AB＝AC の二等辺三角形で、点 M は辺 BC の中点である。点 M から辺 AB、AC に垂線をひき、辺 AB、AC との交点をそれぞれ P、Q とするとき、PB＝QC であることを証明しなさい。



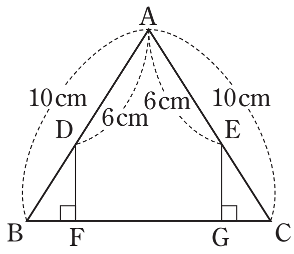
□(2)　右の図の△ABC は、∠B＝90° の直角三角形である。辺 AC 上に点 P を、BC＝PC となるようにとり、点 P を通り、辺 AC に垂直な直線と辺 AB との交点を Q とする。このとき、直線 CQ は∠ACB の二等分線であることを証明しなさい。



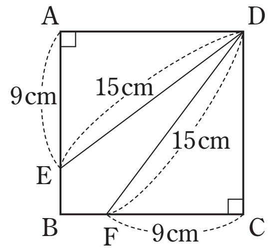
練習問題

1 **[直角三角形の合同⑴]** 次のそれぞれの図で、合同な直角三角形の組を、記号≡を使って表しなさい。また、その合同条件を書きなさい。 例題1

□(1)

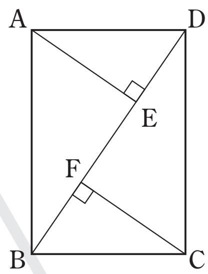


□(2)



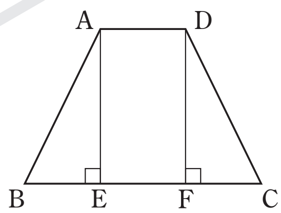
2 **[直角三角形の合同⑵①]** 右の図の四角形 ABCD は長方形である。点 A、C から対角線 BD にそれぞれ垂線 AE、CF をひく。このとき、△ADE≡△CBF であることを証明しなさい。 例題2

□



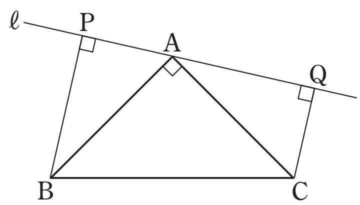
3 **[直角三角形の合同⑵②]** 右の図の四角形 ABCD は、AD∥BC、AB＝DC の台形である。点 A、D から辺 BC にそれぞれ垂線 AE、DF をひく。このとき、BE＝CF であることを証明しなさい。 例題2

□



4 **[直角三角形の合同⑵③]** 右の図のような ∠A＝90° の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線 ℓ に、点 B、C からそれぞれ垂線 BP、CQ をひく。このとき、△ABP≡△CAQ であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成しなさい。 例題2

□



【証明】 △ABP と△CAQ において

ℓ⊥BP、ℓ⊥CQ だから　∠APB＝∠[　　　　]＝90°　……①

△ABC は ∠A＝90° の直角二等辺三角形だから　AB＝[　　　　]　……②

また　∠BAP＝180°－(∠BAC＋∠[　　　　])＝90°－∠[　　　　]　……③

△CAQ で　∠ACQ＝180°－(∠[　　　　]＋∠CAQ)＝[　　　　]°－∠CAQ　……④

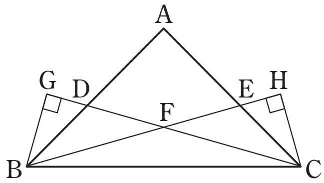
③、④より　∠BAP＝∠[　　　　]　……⑤

①、②、⑤より、直角三角形の[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから

△[　　　　]≡△CAQ

応用問題

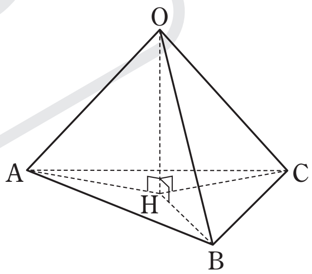
1 右の図の△ABC は、AB＝AC の二等辺三角形である。点 D、E はそれぞれ辺 AB、AC 上の点で、BD＝CE であり、点 F は線分 BE と CD の交点である。また、点 G、H はそれぞれ直線 CD、BE 上の点で、BG⊥CG、CH⊥BH である。このとき、次の問いに答えなさい。



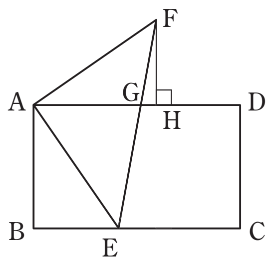
□(1) FB＝FC であることを証明しなさい。

□(2) FG＝FH であることを証明しなさい。

2 右の図の三角錐 OABC で、点 O から面 ABC に垂線 OH をひくとき、
□OA＝OB＝OC ならば、AH＝BH＝CH であることを証明しなさい。



3 右の図で、四角形 ABCD は長方形、△AEF は ∠A＝90° の直角二等辺三角形であり、点 G は辺 AD と EF との交点である。点 F から辺 AD に垂線 FH をひくとき、次の問いに答えなさい。



□(1) △ABE≡△AHF であることを証明しなさい。

難□(2) AB＝6 cm、BE＝4 cm のとき、線分 GH の長さを求めなさい。

平行四辺形①

教科書 P.152~153

学習1 平行四辺形の性質

▶四角形の向かい合う辺を**対辺**（たいへん）、向かい合う角を**対角**（たいかく）という。

▶**平行四辺形の定義**　2組の対辺が、それぞれ平行である四角形を平行四辺形という。

この平行四辺形の定義から、次の性質を導くことができる。

▶**定理**　1　平行四辺形の2組の対辺は、それぞれ等しい。

2　平行四辺形の2組の対角は、それぞれ等しい。

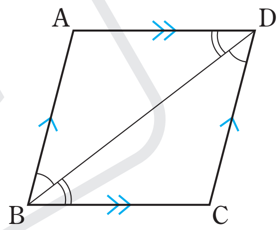
3　平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。

※ 平行四辺形ABCDのことを、記号で▱ABCDとかくことがある。

例題1　「平行四辺形の2組の対辺は、それぞれ等しい。」という定理を証明しなさい。

解き方　▱ABCDで、AB∥DC、AD∥BC を仮定として、AB=DC、AD=BC を導く。

答　**▱ABCDにおいて、対角線BDをひく。**



△ABDと△CDBにおいて

BDは共通　……①

平行線の錯角は等しいから

AB∥DC より　∠ABD=∠CDB　……②

AD∥BC より　∠ADB=∠CBD　……③

①、②、③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから　△ABD≡△CDB

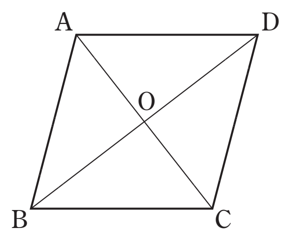
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから　AB=CD、AD=CB

したがって、平行四辺形の2組の対辺は、それぞれ等しい。

確認問題1　次の問いに答えなさい。

□(1) 「平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。」という定理を、例題1の結果を利用して、次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成しなさい。

【証明】　▱ABCDの対角線の交点をOとする。



△OABと△[　　　　]において

例題1の結果より、平行四辺形の対辺は等しいから

AB=[　　　　]　……①

平行線の錯角は等しいから、[　　　　]∥DC より

∠OAB=∠[　　　　]　……②　　∠OBA=∠[　　　　]　……③

①、②、③より、[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから

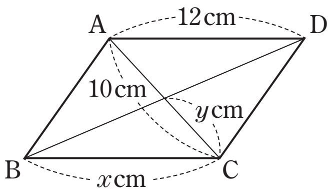
△OAB≡△[　　　　]

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから　OA=[　　　　]、[　　　　]=OD

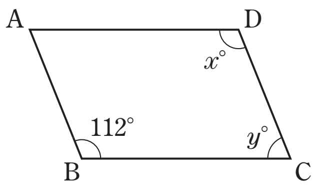
したがって、平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。

(2) 次の図の▱ABCD で、x、y の値を求めなさい。

□①

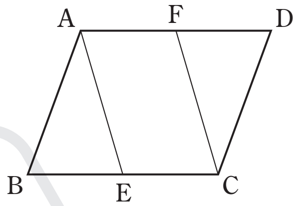


□②



学習2 平行四辺形の性質を使う証明

例題2 右の図の▱ABCD で、点 E、F はそれぞれ辺 BC、AD 上にあり、BE＝DF である。このとき、△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



解き方 平行四辺形の性質を利用して、等しい辺や角を見つける。

答 **△ABE と△CDF において**

仮定から　BE＝DF　……①

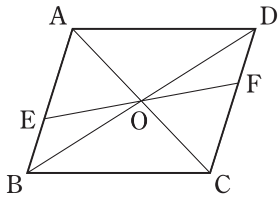
四角形 ABCD は平行四辺形だから　AB＝CD　……②

∠ABE＝∠CDF　……③

①、②、③より、2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから　△ABE≡△CDF

確認問題2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCD で、対角線の交点 O を通る直線と辺 AB、DC との交点をそれぞれ E、F とする。このとき、△OBE≡△ODF であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成しなさい。



【証明】 △OBE と△ODF において

平行四辺形の対角線は、それぞれの[　　　　　]で交わるから

OB＝[　　　　　]　……①

対頂角は等しいから　∠BOE＝∠[　　　　　]　……②

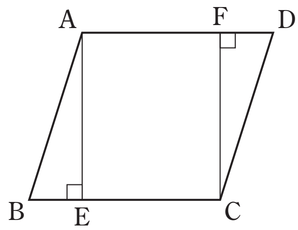
平行線の[　　　　　]は等しいから、AB // [　　　　　] より

∠OBE＝∠[　　　　　]　……③

①、②、③より、[　　　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから

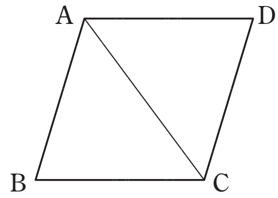
△OBE≡△ODF

□(2) 右の図は、∠A>∠B である▱ABCD で、点 E、F はそれぞれ辺 BC、AD 上にある。AE⊥BC、CF⊥AD のとき、△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



練習問題

1 **[平行四辺形の性質①]** 「平行四辺形の 2 組の対角は、それぞれ等しい。」という定理を次のように証明した。□[　　]をうめて証明を完成しなさい。 例題 1



【証明】 ▱ABCD において、対角線 AC をひく。

平行線の[　　　　　]は等しいから

AB∥DC より　　∠BAC＝∠[　　　　　]　……①

AD∥[　　　　　]より　∠[　　　　　]＝∠BCA　……②

ここで　∠BAD＝∠BAC＋∠[　　　　　]、

∠BCD＝∠[　　　　　]＋∠DCA であるから、

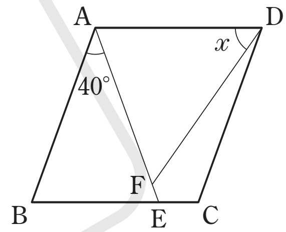
①、②より　∠BAD＝∠[　　　　　]　つまり　∠A＝∠C　……③

△ABC と△CDA で、①、②より、残りの角も等しいから　∠B＝∠[　　　　　]　……④

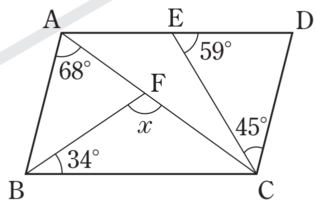
③、④より、平行四辺形の 2 組の対角は、それぞれ等しい。

2 **[平行四辺形の性質②]** 次の問いに答えなさい。 例題 1

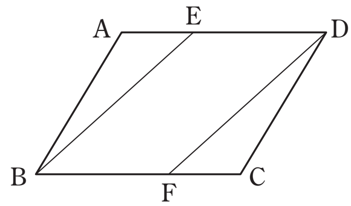
□(1)　右の図の▱ABCD で、AB＝AE、AF＝AD のとき、∠x の大きさを求めなさい。



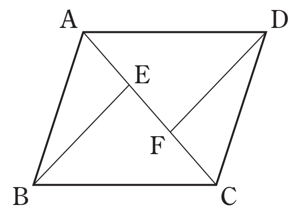
□(2)　右の図の▱ABCD で、∠x の大きさを求めなさい。



3 **[平行四辺形の性質を使う証明①]** 右の図の▱ABCD で、点 E、F はそれぞれ辺 AD、BC 上にある。∠ABE＝∠CDF のとき、BE＝DF であることを証明しなさい。 例題 2

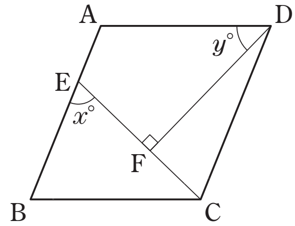


4 **[平行四辺形の性質を使う証明②]** 右の図の▱ABCD で、点 E、F は対角線 AC 上にあり、AE＝CF である。このとき、△BEC≡△DFA であることを証明しなさい。 例題 2

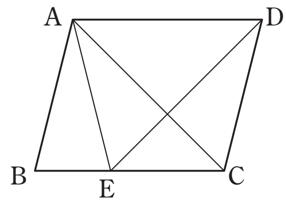


応用問題

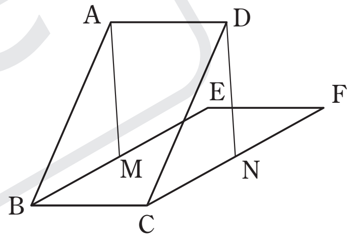
1 右の図の▱ABCD で、CB＝CE、DF⊥EC である。∠CEB＝x°、∠ADF＝y° と
□するとき、y を x の式で表しなさい。



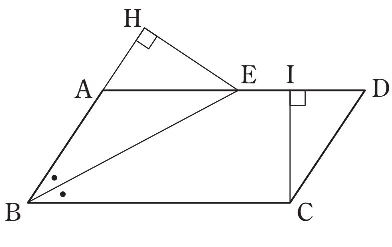
難 **2** 右の図の▱ABCD で、点 E は辺 BC 上の点で、AB＝AE である。このとき、
□△AED≡△DCA であることを証明しなさい。



3 右の図の四角形 ABCD、EBCF はともに平行四辺形であり、点 M、N はそれ
□ぞれ辺 EB、FC の中点である。このとき、△ABM≡△DCN であることを証明
しなさい。



4 ∠B＜90° である平行四辺形 ABCD で、∠B の二等分線と辺 AD との交点を E とし、点 E から直線 BA に垂線 EH をひく。また、点 C から辺 AD に垂線 CI をひく。このとき、次の問いに答えなさい。



□(1) △ABE は二等辺三角形であることを証明しなさい。

□(2) △AEH≡△DCI であることを証明しなさい。

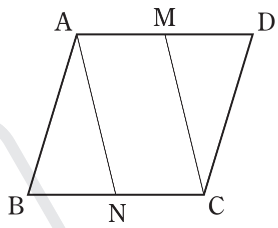
19 平行四辺形②

学習1 平行四辺形になる条件

▶**定理**　四角形は、次のどれかが成り立つとき平行四辺形である。

1. 2組の対辺がそれぞれ平行である。……**定義**
2. 2組の対辺がそれぞれ等しい。
3. 2組の対角がそれぞれ等しい。
4. 対角線がそれぞれの中点で交わる。
5. 1組の対辺が平行で、その長さが等しい。

例題 1　右の図の▱ABCD で、点 M、N はそれぞれ辺 AD、BC の中点である。このとき、四角形 ANCM は平行四辺形であることを証明しなさい。



解き方　AM∥NC、AM＝NC を導き、上の5の条件を用いる。

答　**AD∥BC より　　AM∥NC　　……①**

M、N はそれぞれ辺 AD、BC の中点だから

AM＝$\frac{1}{2}$AD　……②　　NC＝$\frac{1}{2}$BC　……③

四角形 ABCD は平行四辺形だから

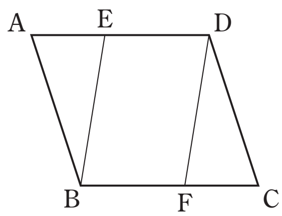
AD＝BC　　……④

②、③、④より　　AM＝NC　　……⑤

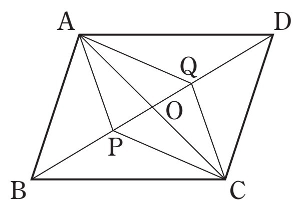
①、⑤より、1組の対辺が平行で、その長さが等しいから、四角形 ANCM は平行四辺形である。

確認問題 1　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図の▱ABCD で、点 E、F はそれぞれ辺 AD、BC 上の点で、AE＝CF である。このとき、四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2)　右の図の▱ABCD で、点 O は対角線の交点、点 P、Q はそれぞれ線分 OB、OD 上の点である。BP＝DQ のとき、四角形 APCQ は平行四辺形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成しなさい。



【証明】　平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるから

OA＝[　　　　　]　……①　　[　　　　　]＝OD　……②

仮定から　　BP＝[　　　　　]　……③

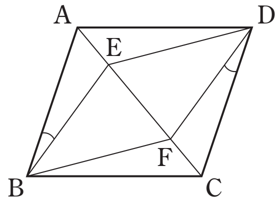
また　　OP＝OB－BP　……④　　OQ＝[　　　　　]－[　　　　　]　……⑤

②、③、④、⑤より　　[　　　　　]＝OQ　……⑥

①、⑥より、[　　　　　　　　　　　　　　　　]から、四角形 APCQ は平行四辺形である。

学習2 平行四辺形になる条件の活用

例題2 右の図の▱ABCD で、対角線 AC 上に、∠ABE＝∠CDF となるように点 E、F をとるとき、四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



解き方 三角形の合同を利用して、等しい辺や角の関係を導く。

答 △ABE と△CDF において

四角形 ABCD は平行四辺形だから　AB＝CD　……①

仮定から　∠ABE＝∠CDF　……②

平行線の錯角は等しいから、AB∥DC より　∠BAE＝∠DCF　……③

①、②、③より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから　△ABE≡△CDF

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから　BE＝DF　つまり　EB＝DF　……④

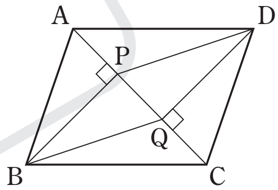
また　∠BEF＝∠ABE＋∠BAE、∠DFE＝∠CDF＋∠DCF　……⑤

よって、②、③、⑤より、∠BEF＝∠DFE で、錯角が等しいから　EB∥DF　……⑥

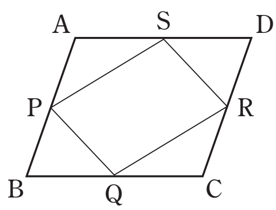
④、⑥より、1 組の対辺が平行で、その長さが等しいから、四角形 EBFD は平行四辺形である。

確認問題2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCD で、対角線 AC 上に、BP⊥AC、DQ⊥AC となる点 P、Q をとるとき、四角形 PBQD は平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2) 右の図の▱ABCD で、点 P、Q、R、S は各辺の中点である。このとき、四角形 PQRS は平行四辺形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成しなさい。



【証明】 △APS と△CRQ において

P、R はそれぞれ辺 AB、DC の中点だから　AP＝$\frac{1}{2}$[　　　　]　……①　CR＝$\frac{1}{2}$DC　……②

平行四辺形の[　　　　]は等しいから　AB＝[　　　　]　……③

①、②、③より　AP＝[　　　　]　……④　同様にして　AS＝[　　　　]　……⑤

平行四辺形の[　　　　]は等しいから　∠PAS＝∠[　　　　]　……⑥

④、⑤、⑥より、[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　△APS≡△CRQ

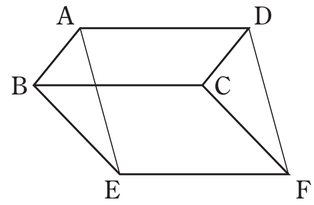
合同な図形の対応する[　　　　　　]は等しいから　[　　　　]＝RQ　……⑦

同様にして、△BPQ≡△DRS であることから　PQ＝[　　　　]　……⑧

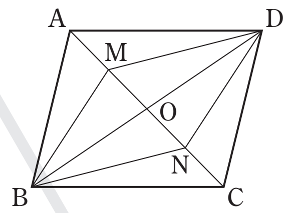
⑦、⑧より、[　　　　　　　　　　]から、四角形 PQRS は平行四辺形である。

練習問題

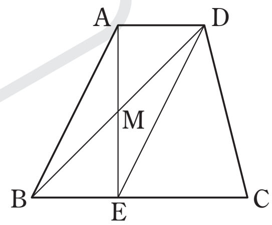
1　**［平行四辺形になる条件①］**　右の図で、四角形 ABCD、BEFC が平行四辺形で
□あるとき、四角形 AEFD は平行四辺形であることを証明しなさい。　例題 1



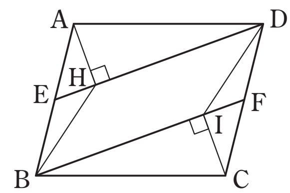
2　**［平行四辺形になる条件②］**　右の図の▱ABCD で、点 O は対角線の交点、点 M、N
□はそれぞれ線分 OA、OC の中点である。このとき、四角形 MBND は平行四辺形であることを証明しなさい。　例題 1



3　**［平行四辺形になる条件の活用①］**　右の図は、AD∥BC の台形 ABCD で、点 M
□は対角線 BD の中点、点 E は直線 AM と辺 BC との交点である。このとき、四角形 ABED は平行四辺形であることを証明しなさい。　例題 2



4　**［平行四辺形になる条件の活用②］**　右の図で、四角形 ABCD、EBFD は平行四
□辺形である。点 A、C から辺 ED、FB にそれぞれ垂線 AH、CI をひくとき、四角形 HBID は平行四辺形であることを証明しなさい。　例題 2

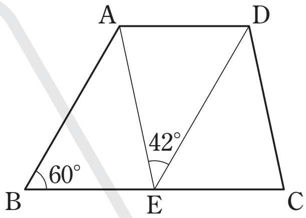


応用問題

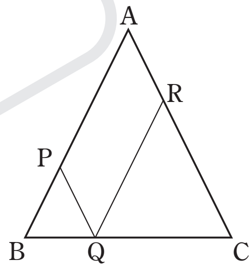
1 次の**ア**～**ク**の条件を満たす四角形 ABCD で、いつも平行四辺形になるものをすべて選び、記号で答えなさい。
□ただし、O は対角線の交点とする。

ア $AB \parallel DC$、$AB = DC$
イ $AD \parallel BC$、$AB = DC$
ウ $\angle A = \angle C$、$\angle B = \angle D$
エ $\angle A = \angle B$、$\angle C = \angle D$
オ $OA = OB$、$OC = OD$
カ $OA = OC$、$AD \parallel BC$
キ $AC = BD$、$AC \perp BD$
ク $\angle A + \angle B = \angle B + \angle C = 180°$

2 右の図の四角形 ABCD は、$AD \parallel BC$ の台形で、E は辺 BC の中点である。
□$AB \parallel DE$、$\angle B = 60°$、$\angle AED = 42°$ のとき、$\angle DCE$ の大きさを求めなさい。



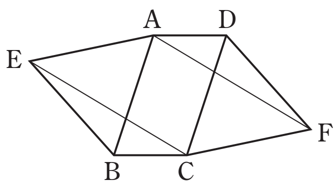
3 右の図の△ABC は $AB = AC$ の二等辺三角形で、点 P、Q、R はそれぞれ辺 AB、BC、AC 上にあり、$AR = BP$、$AC \parallel PQ$ である。このとき、次の問いに答えなさい。



□(1) 四角形 APQR は平行四辺形であることを証明しなさい。

□(2) $PB = 4$ cm、$RC = 8$ cm のとき、四角形 APQR の周の長さを求めなさい。

難 **4** 右の図で、四角形 ABCD は平行四辺形、△ABE、△CDF は正三角形である。
□このとき、四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



20 平行四辺形③

学習1 特別な平行四辺形

▶**長方形の定義**　4つの角がすべて等しい四角形を長方形という。

ひし形の定義　4つの辺がすべて等しい四角形をひし形という。

正方形の定義　4つの角がすべて等しく、4つの辺がすべて等しい四角形を正方形という。

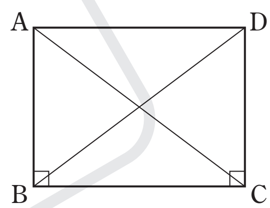
▶長方形、ひし形、正方形は、いずれも平行四辺形の特別な場合であり、平行四辺形の性質をもつ。

▶**対角線の性質**　1　長方形の対角線は、長さが等しい。
2　ひし形の対角線は、垂直に交わる。
3　正方形の対角線は、長さが等しく、垂直に交わる。

例題1　「長方形の対角線は、長さが等しい。」ことを証明しなさい。

解き方　長方形は平行四辺形の性質をもつことに着目し、三角形の合同を利用して証明する。

答　**長方形ABCDで、対角線AC、BDをひく。**



△ABCと△DCBにおいて

長方形の対辺は等しいから　AB＝DC　……①

長方形の4つの角はすべて等しいから　∠ABC＝∠DCB　……②

また　BCは共通　……③

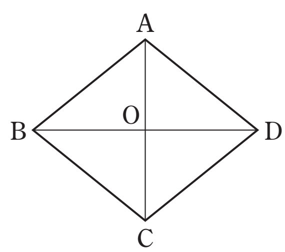
①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△DCB

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから　AC＝DB

したがって、長方形の対角線は、長さが等しい。

確認問題1　「ひし形の対角線は、垂直に交わる。」ことを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成しなさい。



【証明】　ひし形ABCDで、対角線の交点をOとする。

△OABと△[　　　　]において

ひし形の4つの辺はすべて等しいから　[　　　　]＝AD　……①

ひし形の対角線はそれぞれの中点で交わるから　OB＝[　　　　]　……②

また　OAは共通　……③

①、②、③より、[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから

△OAB≡△[　　　　]

合同な図形の対応する[　　　　　　　　]は等しいから

∠AOB＝∠[　　　　]

点B、O、Dは一直線上にあるから　∠AOB＝∠[　　　　]＝[　　　　]°

したがって、ひし形の対角線は、垂直に交わる。

学習2　特別な平行四辺形になる条件

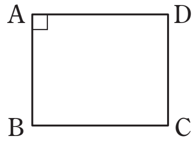
▶「1つの角が直角である」か「対角線が等しい」という条件を満たす平行四辺形は**長方形**になる。

▶「となり合う辺が等しい」か「対角線が垂直に交わる」という条件を満たす平行四辺形は**ひし形**になる。

▶長方形でもあり、ひし形でもある平行四辺形は**正方形**になる。

例題2　「1つの角が直角である平行四辺形は長方形である。」ことを証明しなさい。

解き方　平行四辺形の対角はそれぞれ等しいことと、内角の和が360°であることに着目する。



答　**▱ABCD で、∠A＝90°　とすると、対角は等しいから　∠C＝∠A＝90°**

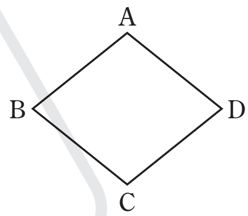
よって　∠B＝∠D＝(360°－90°×2)÷2＝90°　より　∠A＝∠B＝∠C＝∠D

4つの角がすべて等しいから、▱ABCD は長方形である。

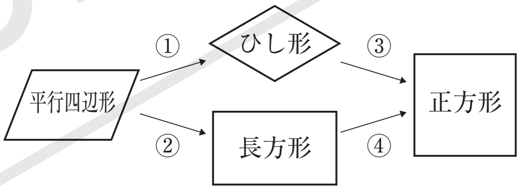
したがって、1つの角が直角である平行四辺形は長方形である。

確認問題2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図の▱ABCD で、AB＝AD であるとして、「となり合う辺が等しい平行四辺形はひし形である。」ことを証明しなさい。



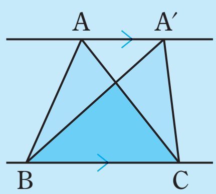
□(2)　平行四辺形に条件を加えて特別な平行四辺形にする過程を示す右の図で、①～④にあてはまるものを、次の**ア**～**エ**の中からそれぞれ2つ選び、記号で答えなさい。



ア　1つの角が直角である。　**イ**　対角線が等しい。

ウ　となり合う辺が等しい。　**エ**　対角線が垂直に交わる。

学習3　平行線と面積

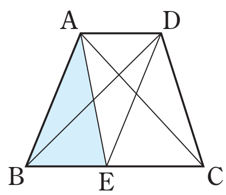


▶底辺と高さがそれぞれ等しい2つの三角形の面積は等しくなる。

▶△ABC と△DEF の面積が等しいことを、△ABC＝△DEF と表す。

▶右の図で、AA′∥BC ならば、△ABC＝△A′BC である。

例題3　右の図で、AD∥BC、AB∥DE であるとき、図の中の三角形のうち、△ABE と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。

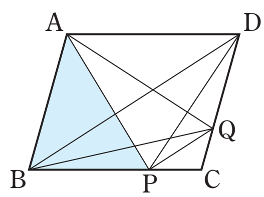


解き方　AD∥BC より、△ABE＝△DBE　AB∥DE より、△DBE＝△DAE

AD∥BC より、△DAE＝△DAB＝△DAC

答　**△DBE、△DAE、△DAB、△DAC**

確認問題3　右の図の▱ABCD で、点 P、Q はそれぞれ辺 BC、CD 上の点で、PQ∥BD である。図の中の三角形のうち、△ABP と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。

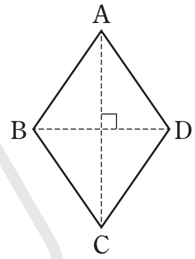


練習問題

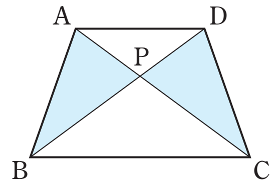
1 **［特別な平行四辺形］** 平行四辺形、長方形、ひし形、正方形について、次の表のそれぞれの性質がいつも成り立つ場合は○をかき入れなさい。 例題1

性質 ＼ 四角形	2組の対辺 平行	2組の対辺 等しい	となり合う辺が等しい	2組の対角が等しい	となり合う角が等しい	対角線 それぞれの中点で交わる	対角線 等しい	対角線 垂直に交わる
平行四辺形								
長方形								
ひし形								
正方形								

2 **［特別な平行四辺形になる条件］** 右の図の□ABCD で、BD⊥AC であるとして、「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。」ことを証明しなさい。 例題2



3 **［平行線と面積①］** 右の図で、AD∥BC のとき、△ABP＝△DCP であることを次のように証明した。［ ］をうめて証明を完成しなさい。 例題3



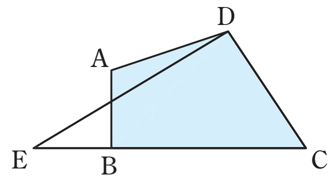
【証明】 AD∥BC より △ABC＝△［ ］ ……①

△ABP＝△ABC－△［ ］ ……②

△DCP＝△［ ］－△PBC ……③

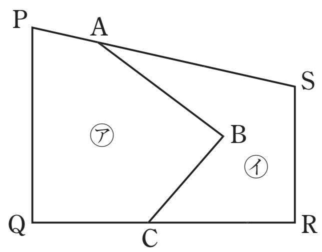
①、②、③より △ABP＝△DCP

4 **［平行線と面積②］** 右の図のように、四角形 ABCD の辺 CB の延長上に、四角形 ABCD と△ECD の面積が等しくなるように点 E をとる方法を次のように説明した。［ ］をうめて説明を完成しなさい。 例題3



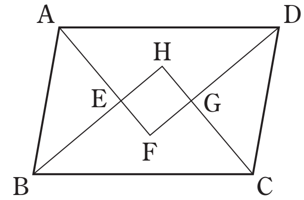
対角線［ ］をひき、頂点 A を通り、対角線［ ］に平行な直線を ℓ として、直線 ℓ と辺［ ］の延長との交点を E とする。

5 **［平行線と面積③］** 右の図のように、四角形 PQRS の土地が、折れ線 ABC を境界線として、㋐、㋑の 2 つの部分に分かれている。2 つの土地の面積は変えずに、境界線を点 A を通る直線 AD に改めたい。点 D は直線 QR 上にあるものとして、直線 AD を作図しなさい。 例題3



応用問題

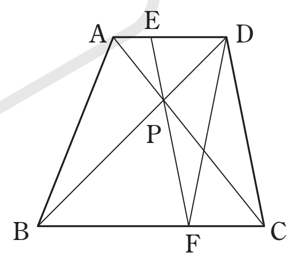
1 右の図で、点 E、F、G、H は▱ABCD の 4 つの角それぞれの二等分線の交点である。このとき、次の問いに答えなさい。



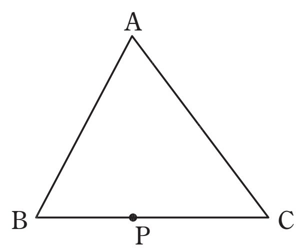
難 □(1) 四角形 EFGH は長方形であることを証明しなさい。

□(2) ▱ABCD が長方形のとき、四角形 EFGH はどんな四角形になりますか。

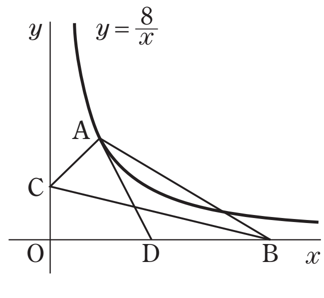
2 右の図で、四角形 ABCD は AD∥BC の台形、E、F はそれぞれ辺 AD、BC 上の
□点で、EF∥DC である。また、線分 AC、BD、EF は 1 点 P で交わっている。このとき、△ABP＝△DEF であることを証明しなさい。



3 右の図の△ABC の辺 BC 上の点 P を通り、△ABC の面積を 2 等分する直線 ℓ を
□作図する手順を説明しなさい。



難 **4** 右の図で、点 A、B、C はそれぞれ曲線 $y=\dfrac{8}{x}$ 上、x 軸上、y 軸上、点 D は線
□分 OB 上にあり、点 A、B の x 座標はそれぞれ 2、9、点 C の y 座標は 2 である。△ACB＝△ADB のとき、点 D の座標を求めなさい。



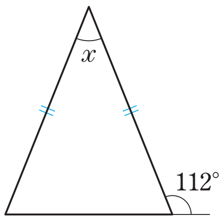
5 章のまとめ

1 二等辺三角形の性質①

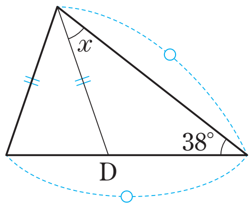
▶教科書 P.138〜139

次の図で、同じ印をつけた線分の長さは等しいとして、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

□(1)



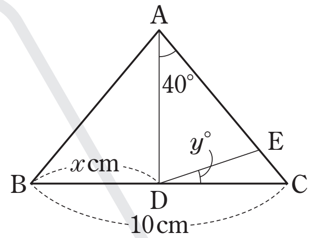
□(2)



2 二等辺三角形の性質②

▶教科書 P.140〜141

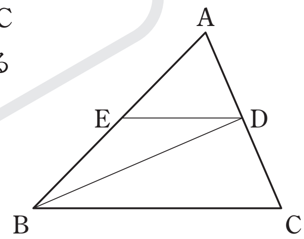
□ 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、D は∠BAC の二等分線と辺 BC との交点、E は辺 AC 上の点で、AD＝AE である。BC＝10 cm、∠DAE＝40° のとき、x、y の値をそれぞれ求めなさい。



3 2つの角が等しい三角形

▶教科書 P.142〜143

□ 右の図で、△ABC の∠ABC の二等分線と辺 AC との交点を D、点 D を通って辺 BC に平行な直線と辺 AB との交点を E とする。このとき、△EBD が二等辺三角形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成しなさい。



【証明】 仮定から　∠EBD＝∠[　　　　　　] ……①

平行線の[　　　　　　]は等しいから、ED∥BC より

∠CBD＝∠EDB ……②

①、②より　∠EBD＝∠[　　　　　　]

[　　　　　　　　]が等しいから、△EBD は二等辺三角形である。

4 逆

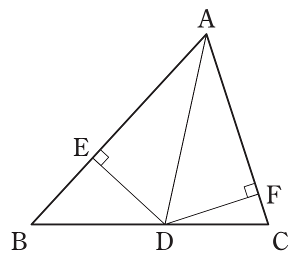
▶教科書 P.144〜145

□「正方形の 4 つの辺はすべて等しい。」ということがらの逆を答え、それが正しいかどうかも答えなさい。

5 直角三角形の合同

▶教科書 P.146〜148

□ 右の図で、D は△ABC の∠BAC の二等分線と辺 BC との交点、E、F はそれぞれ辺 AB、AC 上の点で、AB⊥DE、AC⊥DF である。このとき、△ADE≡△ADF であることを証明しなさい。

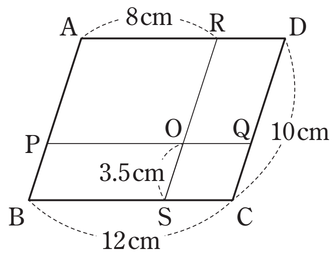


6 平行四辺形の性質 ▶教科書 P.152〜153

次の問いに答えなさい。

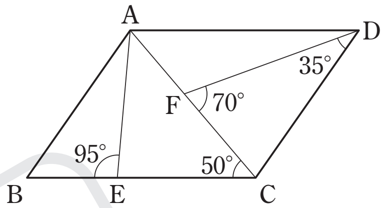
(1) 右の図の▱ABCD で、AD∥PQ、AB∥RS、O は線分 PQ と RS との交点である。このとき、次の線分の長さを求めなさい。

□① 線分 OQ　　□② 線分 AP



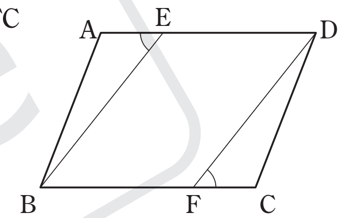
(2) 右の図の▱ABCD で、次の角の大きさを求めなさい。

□① ∠ADF　　□② ∠BAE



7 平行四辺形になる条件 ▶教科書 P.154〜158

□ 右の図の▱ABCD で、点 E、F はそれぞれ辺 AD、BC 上にあり、∠AEB＝∠DFC である。このとき、四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



8 特別な平行四辺形 ▶教科書 P.159〜161

次のことがらについて、正しければ○、正しくなければ×を書きなさい。

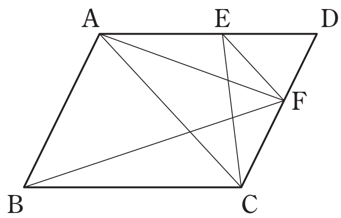
□(1) 正方形はひし形である。　　□(2) 長方形は正方形である。

□(3) 対角線が等しい平行四辺形は長方形である。　　□(4) 対角線が垂直に交わる四角形はひし形である。

9 平行線と面積 ▶教科書 P.162〜163

右の図の▱ABCD で、E、F はそれぞれ辺 AD、CD 上の点で、AC∥EF である。図の中の三角形のうち、次の三角形と面積が等しい三角形をそれぞれすべて答えなさい。

□(1) △ABC　　□(2) △FBC



➡巻末の**補充の問題**⑤(P.175)で、この章で学習した内容を確実に身につけよう。

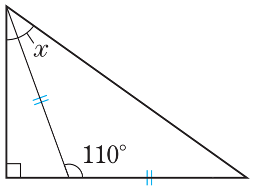
5章　三角形と四角形

まとめテスト

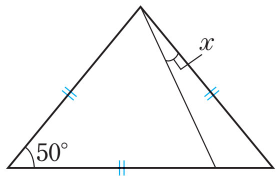
得点　　／100点

1 次の図で、同じ印をつけた線分の長さは等しいとして、∠x の大きさを求めなさい。〈5点×2〉

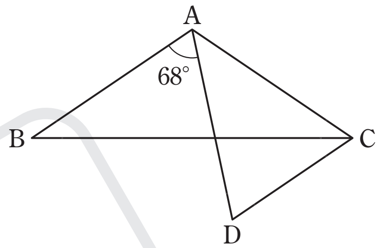
□(1)



□(2)

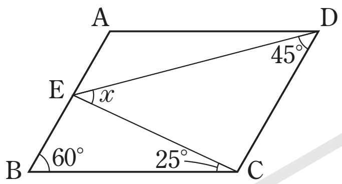


2 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、△ADC は AD＝AC の
□二等辺三角形で、∠ADC＝2∠ABC である。∠BAD＝68° のとき、∠DAC の大きさを求めなさい。〈5点〉

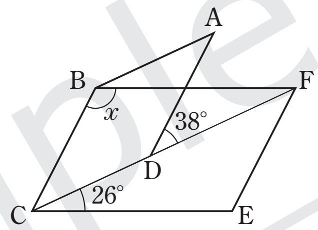


3 次の図で、四角形 ABCD、BCEF は平行四辺形である。∠x の大きさを求めなさい。〈5点×2〉

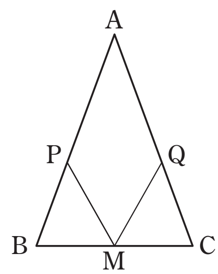
□(1)



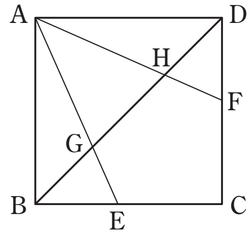
□(2)



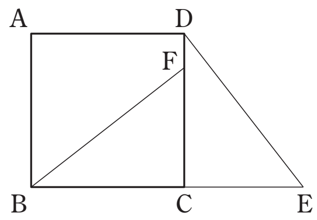
4 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、点 P、Q はそれぞれ辺 AB、AC 上の点、
□点 M は辺 BC の中点である。∠BMP＝∠CMQ のとき、△PBM≡△QCM であることを証明しなさい。〈10点〉



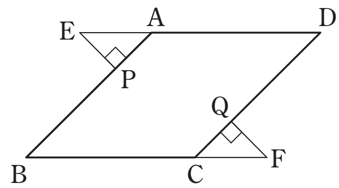
5 右の図で、四角形 ABCD は正方形、点 E、F はそれぞれ辺 BC、DC 上の点、点 G、
□H はそれぞれ対角線 BD と線分 AE、AF との交点である。BE＝DF のとき、△AGH は二等辺三角形であることを証明しなさい。〈10点〉



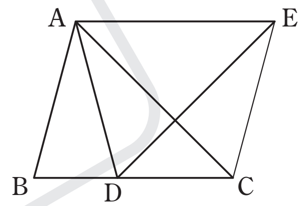
6 □ 右の図で、四角形 ABCD は正方形、E は辺 BC の延長線上の点、F は辺 CD 上の点で、BF＝DE である。BE＝14cm、DF＝2cm のとき、正方形 ABCD の 1 辺の長さを求めなさい。〈5 点〉



7 □ 右の図の▱ABCD で、辺 DA、BC の延長上にそれぞれ点 E、F を AE＝CF となるようにとり、点 E、F から辺 AB、CD にそれぞれ垂線 EP、FQ をひく。このとき、AP＝CQ であることを証明しなさい。〈10点〉



8 □ 右の図で、△ABC≡△DAE であり、点 D は辺 BC 上にある。このとき、四角形 ABCE は平行四辺形であることを証明しなさい。〈10点〉



9 ▱ABCD に次の条件を加えると、それぞれどんな四角形になりますか。ただし、O は対角線の交点とする。〈5 点× 4〉

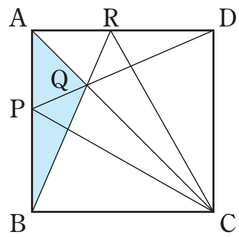
□(1) ∠ACB＝∠ACD

□(2) OA＝OB

□(3) ∠A＝∠D、∠BOC＝90°

□(4) ∠ACD＋∠BDC＝90°

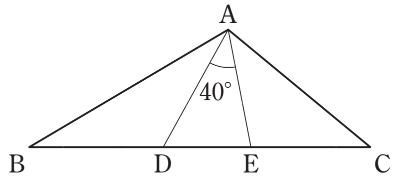
10 □ 右の図の正方形 ABCD で、点 P は辺 AB 上の点、点 Q は対角線 AC と線分 PD との交点、点 R は直線 BQ と辺 AD との交点である。図の中の三角形のうち、△ABQ と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。〈10点〉



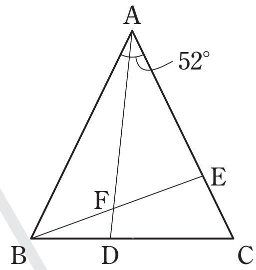
チャレンジ問題

1 次の問いに答えなさい。

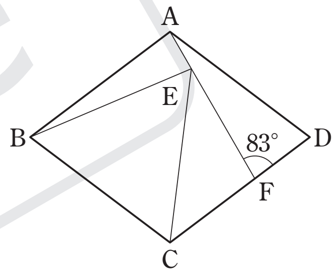
□(1) 右の図のような△ABC があり、点 D、E は辺 BC 上の点で、AD＝BD、AE＝CE である。∠DAE＝40° のとき、∠BAC の大きさを求めなさい。



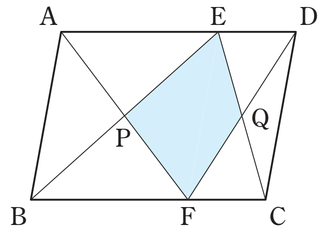
□(2) 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、点 D、E はそれぞれ辺 BC、AC 上の点で、点 F は線分 AD と BE との交点である。∠BAC＝52°、∠ADC＝∠AEB のとき、∠AFE の大きさを求めなさい。



□(3) 右の図で、四角形 ABCD はひし形、△EBC は正三角形で、F は AE の延長と辺 CD との交点である。∠EFD＝83° のとき、∠ADF の大きさを求めなさい。

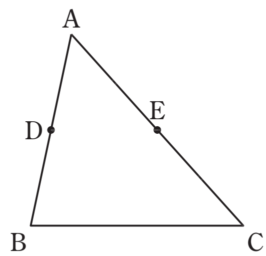


2 右の図の平行四辺形 ABCD で、点 E は辺 AD 上の点、点 F は辺 BC 上の点で、
□AE : ED＝BF : FC＝2 : 1 である。また、点 P は線分 AF と BE との交点、点 Q は線分 CE と DF との交点である。▱ABCD の面積が60 cm² のとき、四角形 EPFQ の面積を求めなさい。



3 右の図のように、△ABC の辺 AB、AC の中点をそれぞれ D、E とする。DE の延長線上に、DE＝EF となるように点 F をとって、四角形 ADCF をつくるとき、次の問いに答えなさい。

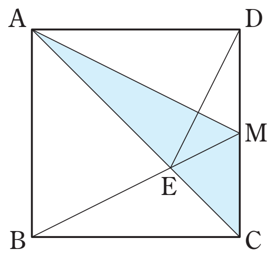
□(1) 四角形 ADCF はどんな四角形になりますか。



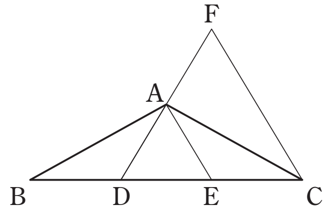
(2) さらに、△ABC に次のような条件を加えたとき、四角形 ADCF はどんな四角形になりますか。

□① ∠C＝90°　　　□② ∠A＝∠B

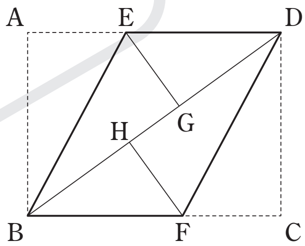
4 右の図で、四角形ABCDは正方形、Mは辺CDの中点、Eは対角線ACと線分BM
□との交点で、△DEMの面積は4cm^{2}である。このとき、△ACMの面積を求めなさい。



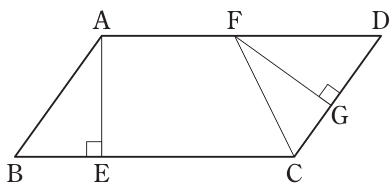
5 右の図で、△ABCは AB＝AC の二等辺三角形で、辺BCを3等分する点を、
□点Bに近い方からそれぞれD、Eとする。また、点Cを通ってAEに平行な直線とDAの延長線との交点をFとする。このとき、△FDCが二等辺三角形であることを証明しなさい。



6 右の図は、長方形の紙ABCDを、辺AB、CDがそれぞれ対角線BDと重なるよ
□うに折り返したところを示したものである。このときできた辺AD、BC上の折り目の端をそれぞれE、Fとし、点A、Cが対角線BDと重なった点をそれぞれG、Hとする。このとき、四角形EBFDが平行四辺形であることを証明しなさい。



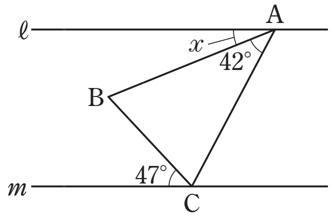
7 右の図で、四角形ABCDは平行四辺形、点Eは点Aから辺BCにひいた
□垂線と辺BCとの交点である。また、点Fは∠BCDの二等分線と辺ADとの交点、点Gは点Fから辺CDにひいた垂線と辺CDとの交点である。このとき、△ABE≡△FDG であることを証明しなさい。



思考力・実践力をのばす問題

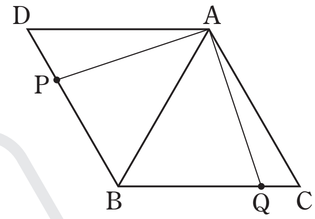
1 次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図のように、AB＝AC である二等辺三角形 ABC と、頂点 A、C をそれぞれ通る２本の平行な直線 ℓ、m がある。このとき、$\angle x$ の大きさは何度か。〈鹿児島〉



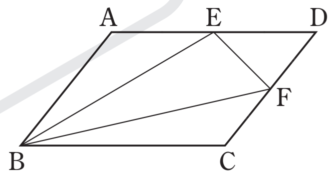
□(2)　右の図で、△ABC と△ABD は、ともに同じ平面上にある正三角形で、頂点 C と頂点 D は一致しない。点 P は、辺 BD 上にある点で、頂点 B、頂点 D のいずれにも一致しない。点 Q は、辺 BC 上にある点で、頂点 B、頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 A と点 P、頂点 A と点 Q をそれぞれ結ぶ。

$\angle$PAQ＝90°、$\angle$DAP＝a° とするとき、$\angle$AQB の大きさを表す式を、次の**ア**～**エ**のうちから選び、記号で答えよ。〈東京〉



ア　$(75-a)$度　　**イ**　$(90-a)$度　　**ウ**　$(a+30)$度　　**エ**　$(a+60)$度

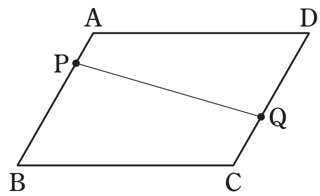
□(3)　右の図のような平行四辺形 ABCD があり、辺 AD、CD の中点をそれぞれ E、F とします。このとき、△EBF の面積は△DEF の面積の何倍になるか求めなさい。〈埼玉 24〉



2 右の　　　の中に示したことがらの逆を書きなさい。
□ また、　　　の中のことがらは正しいが、逆は正しくない。　　　の中のことがらの逆が正しくないことを示すための反例を、１つ書きなさい。〈静岡〉

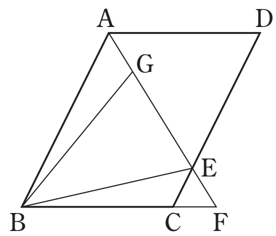
a も b も正の数ならば、$a+b$ は正の数である。

3 右の図は、$\angle$A が鈍角の平行四辺形 ABCD です。平行四辺形 ABCD の辺 AB 上
□を点 P が動き、辺 DC 上を点 Q が動きます。点 P は点 A、点 B と重ならず、点 Q は点 C、点 D と重ならないこととします。次の**ア**～**エ**のうち、四角形 PBCQ がいつでも平行四辺形になるのはどの条件をみたすときですか。一つ選び、その記号を書きなさい。〈岩手〉

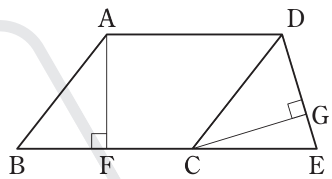


ア　PD∥BQ　　**イ**　AD∥PQ　　**ウ**　CP＝BQ　　**エ**　AP＝CQ

4 右の図で、四角形 ABCD は平行四辺形であり、∠BAD の二等分線と辺 CD、
□辺 BC を延長した直線との交点をそれぞれ E、F とする。また、点 G は線分 AF 上の点で、∠ABG＝∠CBE である。このとき、△ABG≡△FBE であることを証明しなさい。〈岐阜〉



5 右の図において、四角形 ABCD は内角∠ABC が鋭角の平行四辺形である。△EDC は ED＝EC の二等辺三角形であり、E は直線 BC 上にある。F は、A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点である。G は、C から辺 ED にひいた垂線と辺 ED との交点である。次の問いに答えなさい。〈大阪〉



□(1)　△ABF≡△CDG であることを証明しなさい。

□(2)　四角形 ABCD の面積を $a$cm^2、四角形 AFED の面積を $b$cm^2 とするとき、△CEG の面積を a、b を用いて表しなさい。

6 右の図のように、平行四辺形 ABCD の辺 AB、BC、CD、DA 上に 4 点 E、F、G、
□H をそれぞれとり、線分 EG と BH、DF との交点をそれぞれ I、J とします。AE＝BF＝CG＝DH のとき、△BEI≡△DGJ であることを証明しなさい。

〈埼玉 23〉