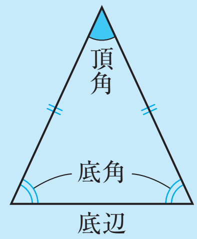
16 二等辺三角形の性質

学習1 二等辺三角形の性質

▶二等辺三角形で、長さの等しい2つの辺の間の角を**頂角**、頂角に対する辺を**底辺**、底辺の両端の角を**底角**という。



▶ことばの意味をはっきりと述べたものを**定義**という。

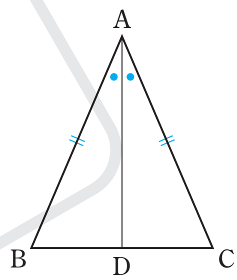
▶証明されたことがらのうちで、大切なものを**定理**という。図形の性質の証明を考えるときには、まず、その図形の定義を確かめ、定義や定理などを根拠として用いるとよい。

▶たとえば、定義や定理の例としては、次のようなものがある。

定義　二等辺三角形とは、2つの辺が等しい三角形のことである。

定理　二等辺三角形の底角は等しい。

例題1　右の図の△ABC で、AB＝AC、点 D は∠A の二等分線と辺 BC との交点である。このとき、∠B＝∠C となることを証明しなさい。



解き方　△ABD≡△ACD を証明し、∠B＝∠C であることを導く。

答　**△ABD と△ACD において**

仮定から　AB＝AC　……①

AD は∠A の二等分線だから　∠BAD＝∠CAD　……②

また　AD は共通　……③

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABD≡△ACD

合同な図形の対応する角は等しいから　∠B＝∠C

参考　これは、「二等辺三角形の底角は等しい。」という定理の証明である。

確認問題1　次の問いに答えなさい。

□(1)「二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。」という定理を次のように証明した。［　］をうめて証明を完成させなさい。

【証明】 AB＝AC の△ABC で、∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とすると、

例題1の証明と同様にして、△ABD≡△ACD となる。

よって、合同な図形の対応する辺や角は等しいから

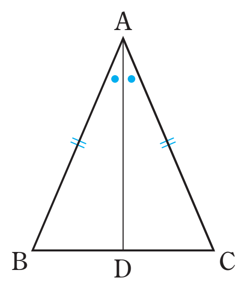
BD＝［　　　　］……①　　∠ADB＝∠［　　　　］……②

また　∠ADB＋∠［　　　　］＝180°……③

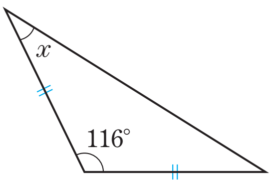
②、③より、2∠ADB＝［　　　　］° であるから　∠ADB＝［　　　　］°

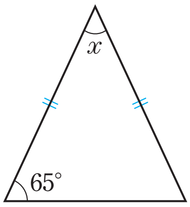
すなわち　AD⊥［　　　　］……④

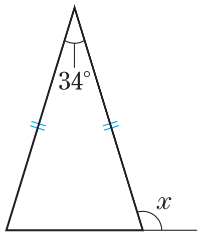
①、④より、二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。



(2)　次の図で、同じ印をつけた辺は等しいとして、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

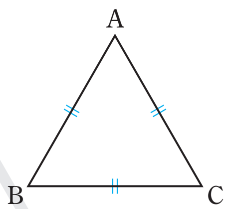
□①


□②


□③


学習2　二等辺三角形の性質と証明

例題 2　右の図の△ABC で、AB＝BC＝CA であるとして、「正三角形の３つの角は等しい。」という定理を証明しなさい。



解き方　正三角形とは、３つの辺が等しい三角形のことである（**定義**）。このことと、「二等辺三角形の底角は等しい。」という定理を組み合わせて使う。

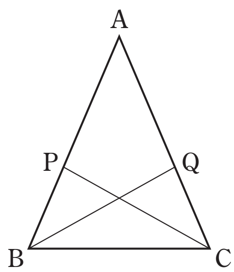
答　**CA＝CB より　∠A＝∠B　……①**
AB＝AC より　∠B＝∠C　……②
（①・②：二等辺三角形の底角は等しい。）

①、②より、∠A＝∠B＝∠C であるから、正三角形の３つの角は等しい。

参考　この証明より、正三角形の１つの角の大きさは、180°÷3＝60°　であることもわかる。

確認問題 2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、点 P、Q はそれぞれ辺 AB、AC 上の点で、PB＝QC である。このとき、△PBC≡△QCB であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】　△PBC と△QCB において

仮定から　　PB＝[　　　　　]　……①

また　　BC は共通　……②

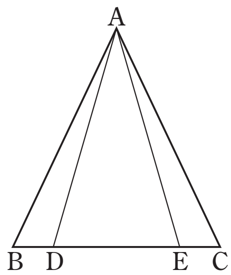
AB＝AC より、二等辺三角形の[　　　　　]は等しいから

∠PBC＝∠[　　　　　]　……③

①、②、③より、[　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから

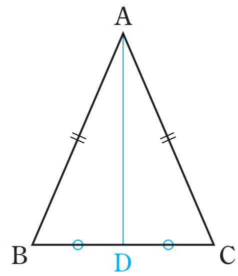
△PBC≡△QCB

□(2)　右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、点 D、E は辺 BC 上の点で、BD＝CE である。このとき、△ABD≡△ACE であることを証明しなさい。



練 習 問 題

1 **[二等辺三角形の性質①]**　右の図の△ABC で、AB＝AC であるとき、∠B＝∠C となることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。　例題 1



【証明】　辺 BC の中点を D とする。△ABD と△ACD において

仮定から　　AB＝[　　　　　]　……①　　[　　　　　]＝CD　……②

また　　　　AD は共通　　　　　……③

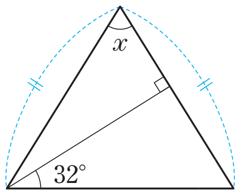
①、②、③より、[　　　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから

△[　　　　　]≡△ACD

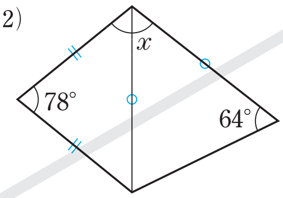
合同な図形の対応する[　　　　]は等しいから　　∠B＝∠C

2 **[二等辺三角形の性質②]**　次の図で、同じ印をつけた線分の長さは等しいとして、∠x の大きさを求めなさい。　例題 1

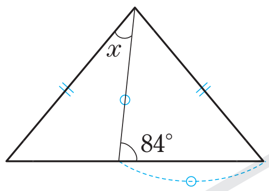
□(1)



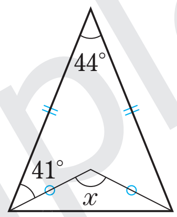
□(2)



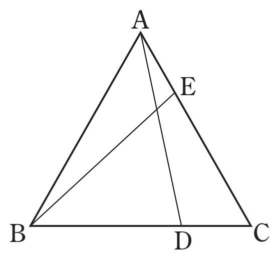
□(3)



□(4)



3 **[二等辺三角形の性質と証明①]**　右の図の正三角形 ABC で、辺 BC、CA 上にそれぞれ点 D、E を CD＝AE となるようにとる。このとき、AD＝BE となることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。　例題 2



【証明】　△ACD と△BAE において

仮定から　　　　　　　　　CD＝[　　　　　]　……①

△ABC は正三角形だから　　AC＝[　　　　　]　……②

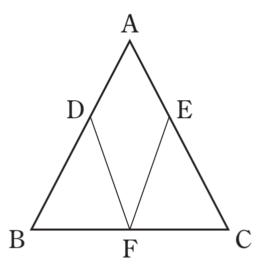
∠[　　　　　]＝∠BAE＝60°　……③

①、②、③より、[　　　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから

△ACD≡△[　　　　　]

合同な図形の対応する[　　　　]は等しいから　AD＝BE

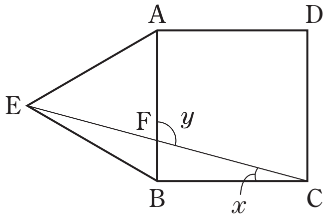
4 **[二等辺三角形の性質と証明②]**　右の図の△ABC で、AB＝AC、点 D、E はそれぞれ辺 AB、AC 上の点で、DB＝EC である。また、点 F は辺 BC の中点である。このとき、DF＝EF であることを証明しなさい。　例題 2



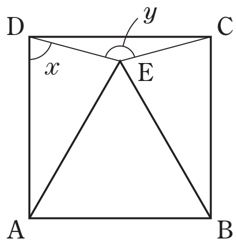
応用問題

1 次の図で、四角形 ABCD は正方形、△ABE は正三角形である。$\angle x$、$\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

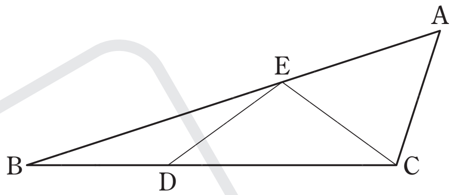
□(1)



□(2)

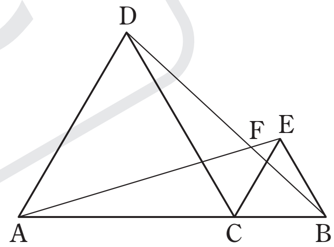


2 右の図の△ABC で、D は辺 BC 上の点、E は辺 AB 上の点で、
□BD＝DE＝EC＝CA である。∠BCA＝108° のとき、∠BAC の大きさを求めなさい。



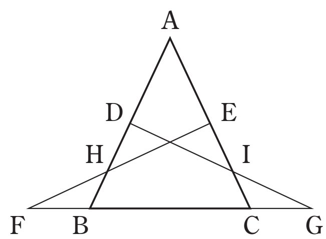
3 右の図で、点 C は線分 AB 上の点、△ACD と△CBE はともに正三角形であり、点 F は線分 AE と BD の交点である。このとき、次の問いに答えなさい。

□(1) △ACE≡△DCB であることを証明しなさい。



難□(2) ∠AFB の大きさを求めなさい。

4 右の図の△ABC で、AB＝AC、点 D、E はそれぞれ辺 AB、AC の中点である。
□点 F、B、C、G は一直線上にあり、FB＝GC で、点 H、I はそれぞれ辺 AB と線分 EF、辺 AC と線分 DG との交点である。このとき、∠BHF＝∠CIG であることを証明しなさい。



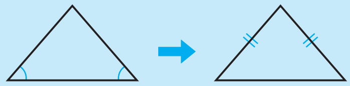
17

5章 三角形と四角形

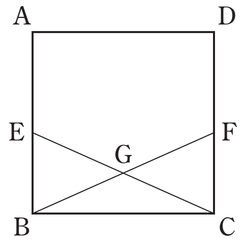
二等辺三角形になるための条件、直角三角形の合同

学習1 二等辺三角形になるための条件

▶**定理** 三角形の2つの角が等しければ、その三角形は、等しい2つの角を底角とする二等辺三角形である。



例題1 右の図の四角形ABCDは正方形で、点E、Fはそれぞれ辺AB、DC上にあり、点Gは線分BFとCEとの交点である。BE=CF のとき、△GBCは二等辺三角形であることを証明しなさい。



解き方 上に示した**定理**を利用するために、2つの角が等しいことを導く。そのために、まず、三角形の合同を証明する。

答 △EBCと△FCBにおいて

仮定から EB=FC ……①

また BCは共通 ……②

四角形ABCDは正方形だから ∠EBC=∠FCB=90° ……③

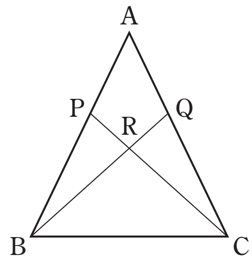
①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △EBC≡△FCB

合同な図形の対応する角は等しいから ∠ECB=∠FBC つまり ∠GCB=∠GBC

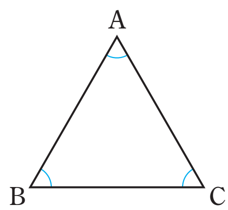
2つの角が等しいから、△GBCは二等辺三角形である。

確認問題1 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の△ABCは、AB=AC の二等辺三角形で、点P、Qはそれぞれ辺AB、AC上にあり、点Rは線分BQとCPとの交点である。BP=CQ のとき、△RBCは二等辺三角形であることを証明しなさい。



□(2) 右の図の△ABCで、∠A=∠B=∠C であるとして、「3つの角が等しい三角形は正三角形である。」という定理を次のように証明した。[ ]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 ∠B=∠C より、△ABCは∠B、∠[ ]を底角とする二等辺三角形であるから AB=[ ] ……①

∠C=∠[ ] より、△ABCは∠C、∠[ ]を底角とする二等辺三角形でもあるから [ ]=BA ……②

①、②より AB=[ ]=CA であるから、△ABCは正三角形である。

学習2 ことがらの逆

▶あることがらの仮定と結論を入れかえたものを、そのことがらの逆(ぎゃく)という。つまり、「○ならば△」の逆は、「△ならば○」である。正しいことがらの逆はいつでも正しいとはかぎらない。

例題2 次のことがらの逆を答え、それが正しいときは○を書きなさい。また、正しくないときには×を書き、反例(はんれい)をあげなさい。

(1) △ABC で、∠A=90° ならば ∠B+∠C=90°　　(2) $a>1$ ならば $a^2>1$

解き方 (1) ∠B+∠C=90° のとき、∠A=180°−(∠B+∠C)=180°−90°=90° となり、逆は正しい。

答 △ABC で、∠B+∠C=90° ならば ∠A=90°、○

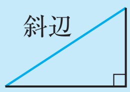
(2) 逆は「$a^2>1$ ならば $a>1$」 たとえば、$a=-2$ のとき、$a^2>1$ だが、$a>1$ ではないから逆は正しくない。このように、あることがらの仮定にあてはまるもののうち、結論が成り立たない例を**反例**という。 **答** $a^2>1$ ならば $a>1$、× 反例…$a=-2$ のとき、$a^2>1$ であるが、$a>1$ ではない。

確認問題2 次のことがらの逆を答え、それが正しいときは○を書きなさい。また、正しくないときには×を書き、反例をあげなさい。

□(1) $x \geqq 1$ ならば $x>0$

□(2) △ABC で、∠B=∠C ならば AB=AC

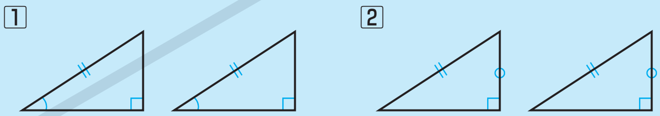
学習3 直角三角形の合同条件



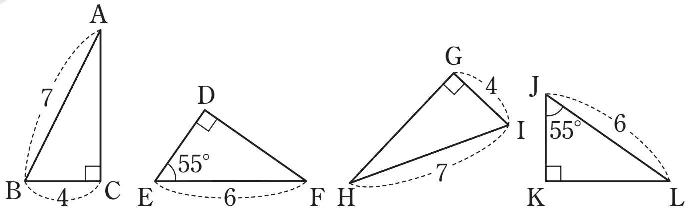
▶直角三角形で、直角に対する辺を斜辺(しゃへん)という。2つの直角三角形は、次のどちらかが成り立つとき合同である。

1 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

2 斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。



例題3 右の図で、合同な三角形はどれとどれか、記号≡を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件を書きなさい。



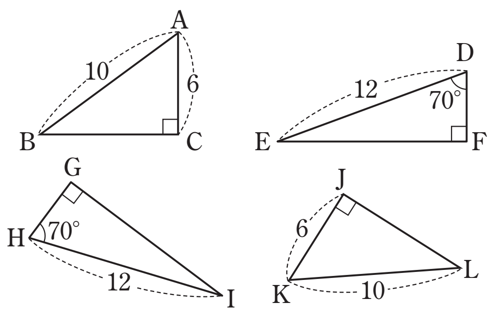
解き方 △ABC と△HIG で、∠C=∠G=90°、AB=HI=7、BC=IG=4　△DEF と△KJL で、∠D=∠K=90°、EF=JL=6、∠E=∠J=55°

答 △ABC≡△HIG 直角三角形で、斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。

△DEF≡△KJL 直角三角形で、斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

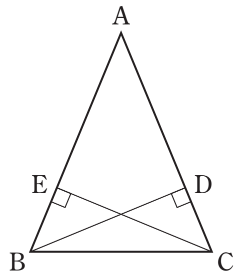
確認問題3 右の図で、合同な三角形はどれとどれか。記号≡を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件を書きなさい。

□



学習4　直角三角形の合同

例題4　右の図の△ABC は、AB＝AC の二等辺三角形である。点 B、C から辺 AC、AB に垂線をひき、辺 AC、AB との交点をそれぞれ D、E とするとき、BD＝CE であることを証明しなさい。



解き方　BD、CE をふくむ直角三角形 DBC、ECB の合同を証明する。斜辺が等しいことを確認したうえで、どの合同条件が使えるかを考える。

答　**△DBC と△ECB において**

BD⊥AC、CE⊥AB より　∠BDC＝∠CEB＝90°　……①

また　BC は共通　……②

AC＝AB より　∠ACB＝∠ABC　つまり　∠DCB＝∠EBC　……③

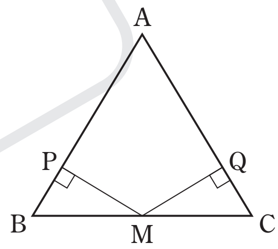
①、②、③より、直角三角形で、斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

△DBC≡△ECB

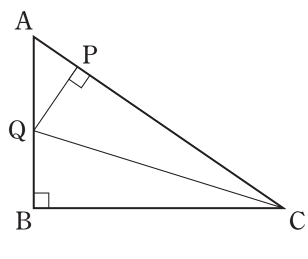
合同な図形の対応する辺は等しいから　BD＝CE

確認問題 4　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図の△ABC は、AB＝AC の二等辺三角形で、点 M は辺 BC の中点である。点 M から辺 AB、AC に垂線をひき、辺 AB、AC との交点をそれぞれ P、Q とするとき、PB＝QC であることを証明しなさい。



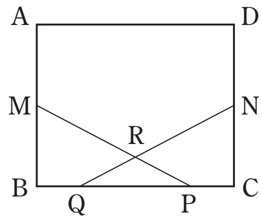
□(2)　右の図の△ABC は、∠B＝90° の直角三角形である。辺 AC 上に点 P を、BC＝PC となるようにとり、点 P を通り、辺 AC に垂直な直線と辺 AB との交点を Q とする。このとき、直線 CQ は∠ACB の二等分線であることを証明しなさい。



練 習 問 題

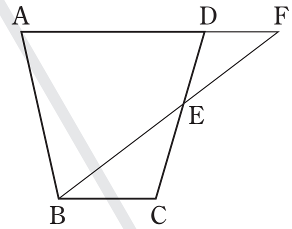
1 **［二等辺三角形になるための条件①］** 右の図の四角形 ABCD は長方形で、点 M、N はそれぞれ辺 AB、DC の中点である。辺 BC 上に点 P、Q を線分 MP、NQ が交わるようにとり、その交点を R とする。BP＝CQ のとき、△RQP は二等辺三角形であることを証明しなさい。

例題 1



2 **［二等辺三角形になるための条件②］** 右の図の四角形 ABCD は AD∥BC の台形で、点 E は辺 DC 上にあり、BC＝CE である。直線 BE と AD との交点を F とするとき、△DEF は二等辺三角形であることを次のように証明した。［　　］をうめて証明を完成させなさい。

例題 1



【証明】 対頂角は等しいから　　∠DEF＝∠［　　　　　　］ ……①

CE＝CB より　　∠CEB＝∠［　　　　　　］ ……②

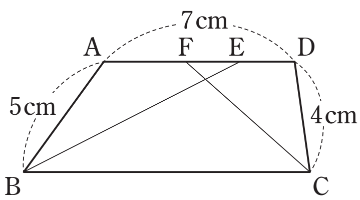
AF∥BC より、平行線の錯角は等しいから　　∠［　　　　　　］＝∠DFE ……③

①、②、③から　　∠DEF＝∠［　　　　　　］

よって、［　　　　　　　　　　　］が等しいから、△DEF は二等辺三角形である。

3 **［二等辺三角形になるための条件③］** 右の図で、四角形 ABCD は AD∥BC の台形、E は∠ABC の二等分線と辺 AD との交点、F は∠BCD の二等分線と辺 AD との交点である。線分 FE の長さを求めなさい。

例題 1



4 **［ことがらの逆］** 次のことがらの逆を答え、それが正しいときは○を書きなさい。また、正しくないときには×を書き、反例をあげなさい。

例題 2

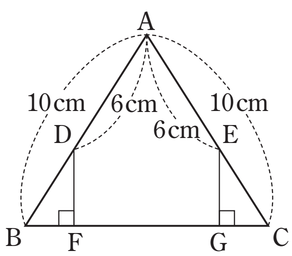
□(1) a も b も正の数　ならば　ab は正の数

□(2) 正三角形の 3 つの角は等しい。

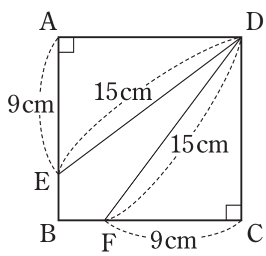
5 **［直角三角形の合同条件］** 次の図で、合同な三角形はどれとどれか。記号≡を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件を書きなさい。

例題 3

□(1)

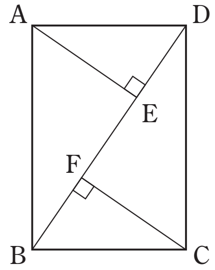


□(2)



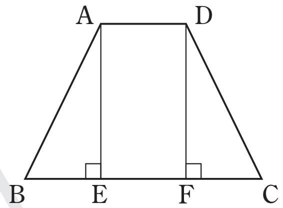
6 **[直角三角形の合同①]**　右の図の四角形 ABCD は長方形である。点 A、C から対角線 BD にそれぞれ垂線 AE、CF をひく。このとき、DE＝BF であることを証明しなさい。

例題 4



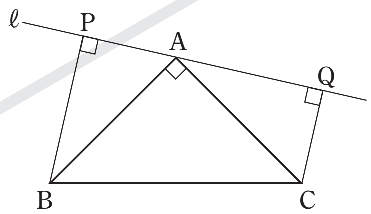
7 **[直角三角形の合同②]**　右の図の四角形 ABCD は、AD∥BC、AB＝DC の台形である。点 A、D から辺 BC にそれぞれ垂線 AE、DF をひく。このとき、△ABE≡△DCF であることを証明しなさい。

例題 4



8 **[直角三角形の合同③]**　右の図のような、∠A＝90° の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線 ℓ に、点 B、C からそれぞれ垂線 BP、CQ をひく。このとき、BP＝AQ となることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。

例題 4



【証明】　△ABP と△CAQ において

ℓ⊥BP、ℓ⊥CQ より　　∠APB＝∠[　　　　]＝90°　……①

△ABC は ∠A＝90° の直角二等辺三角形だから　AB＝[　　　　]　……②

また　∠BAP＝180°－(∠BAC＋∠[　　　　])

＝180°－(90°＋∠[　　　　])＝90°－∠[　　　　]　……③

△CAQ で　∠ACQ＝180°－(∠[　　　　]＋∠CAQ)

＝180°－([　　　　]°＋∠CAQ)＝[　　　　]°－∠CAQ　……④

③、④から　∠BAP＝∠[　　　　]　……⑤

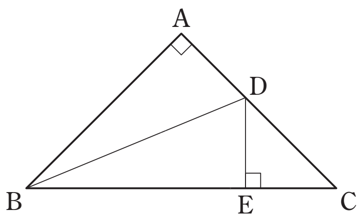
①、②、⑤より、直角三角形で、[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから

△[　　　　]≡△CAQ

合同な図形の対応する[　　　　]は等しいから　BP＝AQ

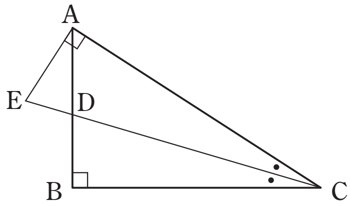
9 **[直角三角形の合同④]**　右の図の△ABC は、∠A＝90° の直角二等辺三角形である。∠ABC の二等分線が辺 AC と交わる点を D とし、点 D から辺 BC に垂線 DE をひく。図の中で、長さの等しい線分をすべて答えなさい。

例題 4

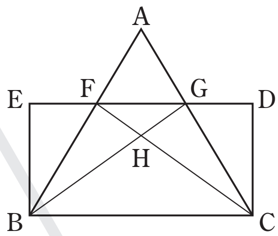


応用問題

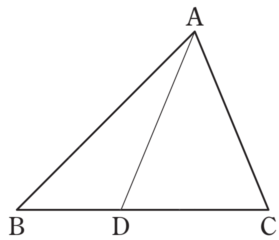
1 右の図の△ABC は ∠B＝90° の直角三角形で、点 D は∠C の二等分線と
□辺 AB との交点、点 E は点 A を通り辺 AC に垂直な直線と直線 CD との交点である。このとき、AD＝AE であることを証明しなさい。



難 **2** 右の図の△ABC は、AB＝AC の二等辺三角形、四角形 BCDE は長方形である。
□辺 AB、AC と辺 ED との交点をそれぞれ F、G、線分 BG と CF との交点を H とするとき、△HGF は二等辺三角形であることを証明しなさい。

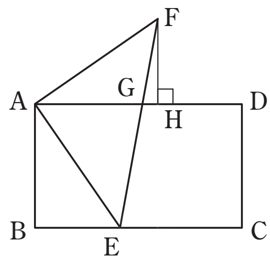


難 **3** 右の図で、D は△ABC の辺 BC 上の点で、∠CAD＝2∠BAD、AD＝AC である。
□AB＝15 cm、CD＝8 cm のとき、△ABD の面積を求めなさい。



4 右の図で、四角形 ABCD は長方形、△AEF は ∠A＝90° の直角二等辺三角形であり、点 G は辺 AD と EF との交点である。点 F から辺 AD に垂線 FH をひくとき、次の問いに答えなさい。

□(1) △ABE≡△AHF であることを証明しなさい。



難 □(2) AB＝6 cm、BE＝4 cm のとき、線分 GH の長さを求めなさい。

18 5章 三角形と四角形
平行四辺形の性質

学習1 平行四辺形の性質

▶四角形の向かい合う辺を**対辺**(たいへん)、向かい合う角を**対角**(たいかく)という。

▶**定義**　平行四辺形とは、2 組の対辺がそれぞれ平行な四角形のことである。

上の平行四辺形の定義から、次の性質を導くことができる。

▶**定理**　1　平行四辺形では、2 組の対辺はそれぞれ等しい。

2　平行四辺形では、2 組の対角はそれぞれ等しい。

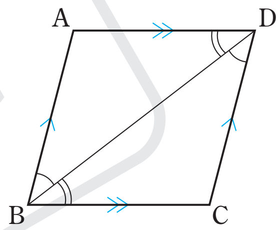
3　平行四辺形では、対角線はそれぞれの中点で交わる。

※ 平行四辺形 ABCD を□**ABCD** と書くことがある。

例題1　「平行四辺形では、2 組の対辺はそれぞれ等しい。」という定理を証明しなさい。

解き方　□ABCD で、AB∥DC、AD∥BC を仮定として、AB＝DC、AD＝BC を導く。

答　**□ABCD において、対角線 BD をひく。**



△ABD と△CDB において

BD は共通　……①

平行線の錯角は等しいから

AB∥DC より　∠ABD＝∠CDB　……②

AD∥BC より　∠ADB＝∠CBD　……③

①、②、③より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから　△ABD≡△CDB

合同な図形の対応する辺は等しいから　AB＝CD、AD＝CB

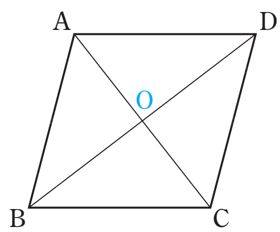
したがって、平行四辺形では、2 組の対辺はそれぞれ等しい。

参考　△ABD と△CDB において、②、③より、残りの角も等しいので、∠A＝∠C がいえる。同じような方法で、∠B＝∠D もいえるので、「平行四辺形では、2 組の対角はそれぞれ等しい。」ことがいえる。

確認問題 1　次の問いに答えなさい。

□(1) 「平行四辺形では、対角線はそれぞれの中点で交わる。」という定理を、**例題1**の結果を利用して、次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。

【証明】 □ABCD の対角線の交点を O とする。



△OAB と△[　　　　　]において

例題1の結果より、平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから

AB＝[　　　　　]　……①

[　　　　　]∥DC より、平行線の錯角は等しいから

∠OAB＝∠[　　　　　]　……②　　∠OBA＝∠[　　　　　]　……③

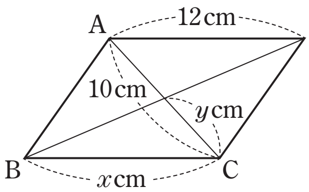
①、②、③より、[　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　△OAB≡△[　　　　　]

合同な図形の対応する辺は等しいから　OA＝[　　　　　]、[　　　　　]＝OD

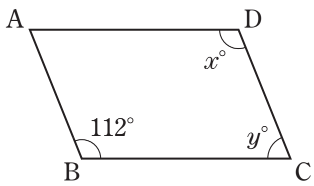
したがって、平行四辺形では、対角線はそれぞれの中点で交わる。

(2)　次の図の▱ABCD で、x、y の値をそれぞれ求めなさい。

□①

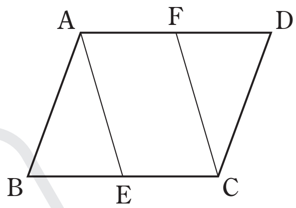


□②



学習2　平行四辺形の性質を利用した証明

例題 2　右の図の▱ABCD で、点 E、F はそれぞれ辺 BC、AD 上にあり、BE＝DF である。このとき、△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



解き方　平行四辺形の性質を利用して、等しい辺や角を見つける。

答　**△ABE と△CDF において**

仮定から　　BE＝DF　……①

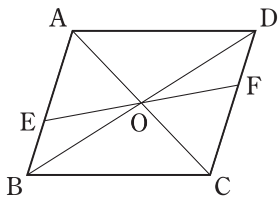
平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから　　AB＝CD　……②

平行四辺形の対角はそれぞれ等しいから　　∠ABE＝∠CDF　……③

①、②、③より、2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから　△ABE≡△CDF

確認問題 2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図の▱ABCD で、対角線の交点 O を通る直線と辺 AB、CD との交点をそれぞれ E、F とする。このとき、OE＝OF であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】　△OBE と△ODF において

平行四辺形の対角線はそれぞれの[　　　　]で交わるから　OB＝[　　　　]　……①

対頂角は等しいから　　∠BOE＝∠[　　　　]　……②

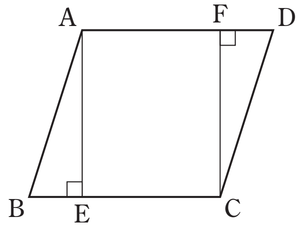
AB∥[　　　　]より、平行線の錯角は等しいから

∠OBE＝∠[　　　　]　……③

①、②、③より、[　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　△OBE≡△ODF

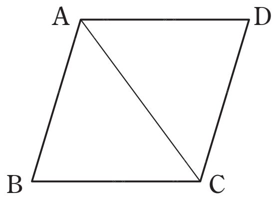
合同な図形の対応する[　　　　]は等しいから　OE＝[　　　　]

□(2)　右の図の▱ABCD で、点 E、F はそれぞれ辺 BC、AD 上にある。AE⊥BC、CF⊥AD のとき、△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



練習問題

1 **[平行四辺形の性質①]** 「平行四辺形では、2組の対角はそれぞれ等しい。」という定理を次のように証明した。
□[　　]をうめて証明を完成させなさい。 例題1



【証明】 ▱ABCD において、対角線 AC をひく。

平行線の[　　　　　]は等しいから

AB∥DC より　　　　　　　　∠BAC＝∠[　　　　　]　……①

AD∥[　　　　　] より　　∠[　　　　　]＝∠BCA　　　　……②

ここで　∠BAD＝∠BAC＋∠[　　　　　]、

∠BCD＝∠[　　　　　]＋∠DCA であるから、

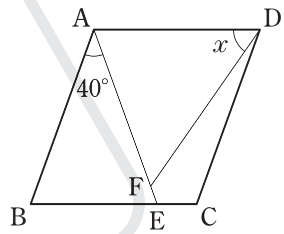
①、②から　∠BAD＝∠[　　　　　]　つまり　∠A＝∠C　……③

△ABC と△CDA で、①、②より、残りの角も等しいので　∠B＝∠[　　　　　]　……④

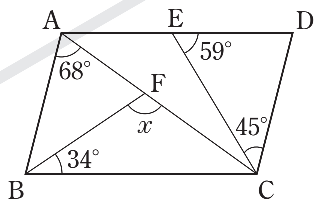
③、④より、平行四辺形では、2組の対角はそれぞれ等しい。

2 **[平行四辺形の性質②]** 次の問いに答えなさい。 例題1

□(1) 右の図の▱ABCD で、AB＝AE、AF＝AD のとき、∠x の大きさを求めなさい。

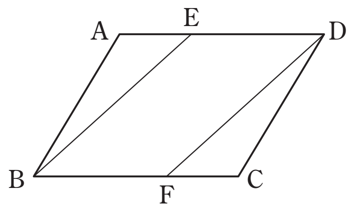


□(2) 右の図の▱ABCD で、∠x の大きさを求めなさい。



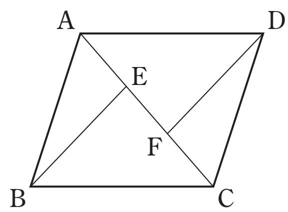
3 **[平行四辺形の性質を利用した証明①]** 右の図の▱ABCD で、点 E、F はそれぞれ辺 AD、BC 上にある。∠ABE＝∠CDF のとき、BE＝DF であることを証明しなさい。 例題2

□



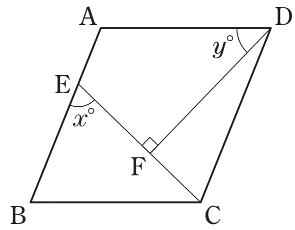
4 **[平行四辺形の性質を利用した証明②]** 右の図の▱ABCD で、点 E、F は対角線 AC 上にあり、AE＝CF である。このとき、△BEC≡△DFA であることを証明しなさい。 例題2

□

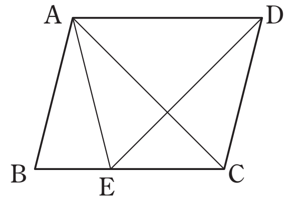


応用問題

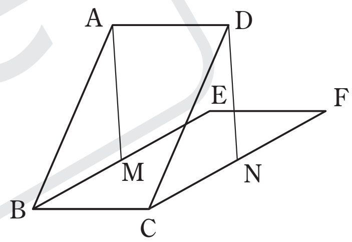
1 右の図の▱ABCD で、CB＝CE、DF⊥EC である。∠CEB＝x°、∠ADF＝y° とするとき、y を x の式で表しなさい。



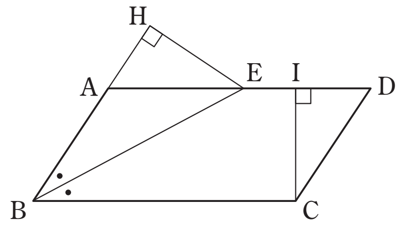
難 **2** 右の図の▱ABCD で、点 E は辺 BC 上の点で、AB＝AE である。このとき、△AED≡△DCA であることを証明しなさい。



3 右の図の四角形 ABCD、EBCF はともに平行四辺形であり、点 M、N はそれぞれ辺 EB、FC の中点である。このとき、△ABM≡△DCN であることを証明しなさい。



4 ∠B＜90° である平行四辺形 ABCD で、∠B の二等分線と辺 AD との交点を E とし、点 E から直線 BA に垂線 EH をひく。また、点 C から辺 AD に垂線 CI をひく。このとき、次の問いに答えなさい。



□(1) △ABE は二等辺三角形であることを証明しなさい。

□(2) △AEH≡△DCI であることを証明しなさい。

5章 三角形と四角形

19 平行四辺形になるための条件

学習1 平行四辺形になるための条件(1)

▶**定理** 四角形は、次のどれかが成り立てば、平行四辺形である。

1 2組の対辺がそれぞれ平行である。……**定義**

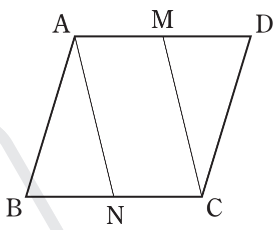
2 2組の対辺がそれぞれ等しい。

3 2組の対角がそれぞれ等しい。

4 対角線がそれぞれの中点で交わる。

5 1組の対辺が平行でその長さが等しい。

例題1 右の図の▱ABCDで、点M、Nはそれぞれ辺AD、BCの中点である。このとき、四角形ANCMは平行四辺形であることを証明しなさい。



解き方 AM∥NC、AM＝NC を導き、上の5を用いる。

答 **AD∥BC より　AM∥NC　……①**

M、N はそれぞれ辺 AD、BC の中点であるから

$$\mathbf{AM=\frac{1}{2}AD}\quad\cdots\cdots②\qquad \mathbf{NC=\frac{1}{2}BC}\quad\cdots\cdots③$$

平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから

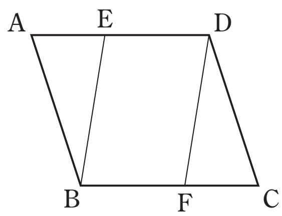
AD＝BC　……④

②、③、④から　AM＝NC　……⑤

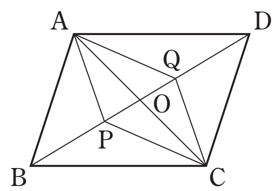
①、⑤より、1組の対辺が平行でその長さが等しいから、四角形 ANCM は平行四辺形である。

確認問題 1 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCDで、点E、Fはそれぞれ辺AD、BC上の点で、AE＝CFである。このとき、四角形EBFDは平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2) 右の図の▱ABCDで、点Oは対角線の交点、点P、Qはそれぞれ線分OB、OD上の点である。BP＝DQ のとき、四角形APCQは平行四辺形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

OA＝[　　　　　]　……①　　[　　　　　]＝OD　……②

仮定から　BP＝[　　　　　]　……③

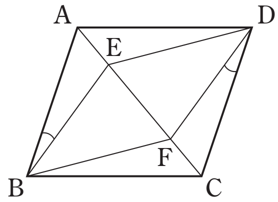
また　OP＝OB−BP　……④　　OQ＝[　　　　　]−[　　　　　]　……⑤

②、③、④、⑤から　[　　　　　]＝OQ　……⑥

①、⑥より、[　　　　　　　　　　　　　　]から、四角形APCQは平行四辺形である。

学習2 平行四辺形になるための条件(2)

例題2 右の図の▱ABCD で、対角線 AC 上に、$\angle ABE=\angle CDF$ となるように点 E、F をとるとき、四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



解き方 三角形の合同を利用して、等しい辺や角の関係を導く。

答 △ABE と△CDF において

平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから　$AB=CD$ ……①

仮定から　$\angle ABE=\angle CDF$ ……②

$AB /\!/ DC$ より、平行線の錯角は等しいから　$\angle BAE=\angle DCF$ ……③

①、②、③より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$

合同な図形の対応する辺は等しいから　$BE=DF$　つまり　$EB=DF$ ……④

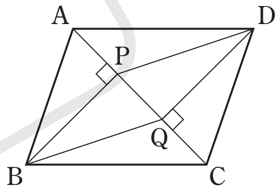
また　$\angle BEF=\angle ABE+\angle BAE$、$\angle DFE=\angle CDF+\angle DCF$ ……⑤

よって、②、③、⑤より、$\angle BEF=\angle DFE$ で、錯角が等しいから　$EB /\!/ DF$ ……⑥

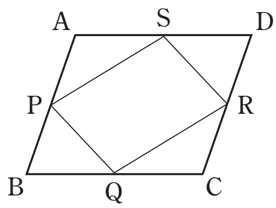
④、⑥より、1 組の対辺が平行でその長さが等しいから、四角形 EBFD は平行四辺形である。

確認問題2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCD で、対角線 AC 上に、$BP\perp AC$、$DQ\perp AC$ となる点 P、Q をとるとき、四角形 PBQD は平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2) 右の図の▱ABCD で、点 P、Q、R、S は各辺の中点である。このとき、四角形 PQRS は平行四辺形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 △APS と△CRQ において

P、R はそれぞれ辺 AB、DC の中点だから　$AP=\frac{1}{2}$[　　　　　] ……①　$CR=\frac{1}{2}DC$ ……②

平行四辺形の[　　　　　]はそれぞれ等しいから　AB=[　　　　　] ……③

①、②、③から　AP=[　　　　　] ……④　同様にして　AS=[　　　　　] ……⑤

平行四辺形の[　　　　　]はそれぞれ等しいから　∠PAS=∠[　　　　　] ……⑥

④、⑤、⑥より、[　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから　$\triangle APS\equiv\triangle CRQ$

合同な図形の対応する[　　　　　]は等しいから　[　　　　　]=RQ ……⑦

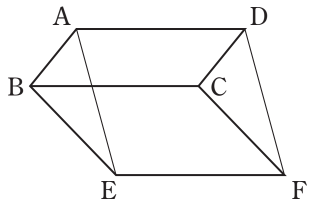
同様にして、$\triangle BPQ\equiv\triangle DRS$ であることから　PQ=[　　　　　] ……⑧

⑦、⑧より、[　　　　　　　　　　]から、四角形 PQRS は平行四辺形である。

練 習 問 題

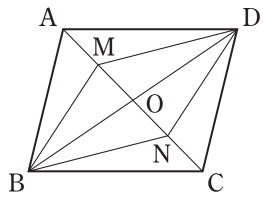
1 **［平行四辺形になるための条件⑴①］**　右の図で、四角形 ABCD、BEFC が平行四
□辺形であるとき、四角形 AEFD は平行四辺形であることを証明しなさい。

例題 1



2 **［平行四辺形になるための条件⑴②］**　右の図の▱ABCD で、点 O は対角線の交点、
□点 M、N はそれぞれ線分 OA、OC の中点である。このとき、四角形 MBND は平行四
辺形であることを証明しなさい。

例題 1



3 **［平行四辺形になるための条件⑴③］**　次のア～エのうちで、四角形 ABCD がつねに平行四辺形になるものを
□すべて選び、記号で答えなさい。ただし、O は対角線の交点とする。

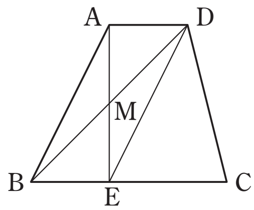
例題 1

ア　AB∥DC、AB＝DC　　　イ　AD∥BC、AB＝DC

ウ　∠A＝∠C、∠B＝∠D　　エ　OA＝OB、OC＝OD

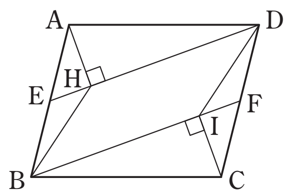
4 **［平行四辺形になるための条件⑵①］**　右の図は、AD∥BC の台形 ABCD で、点 M は
□対角線 BD の中点、点 E は直線 AM と辺 BC との交点である。このとき、四角形 ABED
は平行四辺形であることを証明しなさい。

例題 2



5 **［平行四辺形になるための条件⑵②］**　右の図で、四角形 ABCD、EBFD は平行四辺
□形である。点 A、C から辺 ED、FB にそれぞれ垂線 AH、CI をひくとき、四角形
HBID は平行四辺形であることを証明しなさい。

例題 2



応用問題

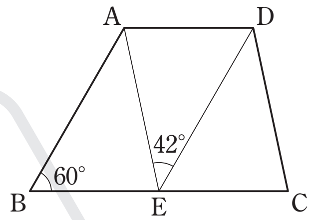
1 次の**ア**～**オ**のうちで、四角形 ABCD がつねに平行四辺形になるものをすべて選び、記号で答えなさい。ただし、O は対角線の交点とする。

ア　∠ABD＝∠BDC、AB＝DC　　**イ**　∠A＋∠B＝∠B＋∠C＝180°

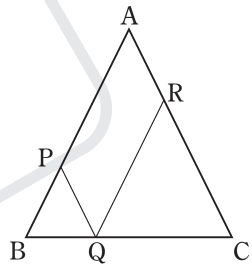
ウ　AC＝BD、AC⊥BD　　**エ**　OA＝OC、AD∥BC

オ　∠ABD＝∠CBD、∠ADB＝∠CDB

2 右の図の四角形 ABCD は、AD∥BC の台形で、E は辺 BC の中点である。AB∥DE、∠B＝60°、∠AED＝42° のとき、∠DCE の大きさを求めなさい。



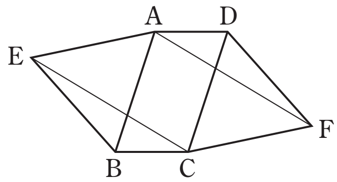
3 右の図の△ABC は AB＝AC の二等辺三角形で、点 P、Q、R はそれぞれ辺 AB、BC、AC 上にあり、AR＝BP、AC∥PQ である。このとき、次の問いに答えなさい。



(1)　四角形 APQR は平行四辺形であることを証明しなさい。

(2)　PB＝4 cm、RC＝8 cm のとき、四角形 APQR の周の長さを求めなさい。

難 **4** 右の図で、四角形 ABCD は平行四辺形、△ABE、△CDF は正三角形である。このとき、四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



20 特別な平行四辺形、平行線と面積

学習1 特別な平行四辺形

▶**定義** 長方形とは、4つの角がすべて等しい四角形のことである。

定義 ひし形とは、4つの辺がすべて等しい四角形のことである。

定義 正方形とは、4つの角がすべて等しく、4つの辺がすべて等しい四角形のことである。

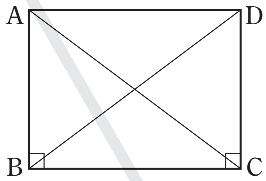
▶長方形、ひし形、正方形は、どれも平行四辺形であり、正方形は、長方形とひし形の両方の性質をもつ。

▶**対角線の性質** 1 長方形の対角線は等しい。 2 ひし形の対角線は垂直に交わる。

例題1 「長方形の対角線は等しい。」ことを証明しなさい。

解き方 長方形は平行四辺形の性質をもつことに着目し、三角形の合同を利用して証明する。

答 長方形 ABCD で、対角線 AC、BD をひく。



△ABC と△DCB において

長方形の対辺はそれぞれ等しいから　AB＝DC　……①

また　BC は共通　……②

長方形の4つの角はすべて等しいから　∠ABC＝∠DCB　……③

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

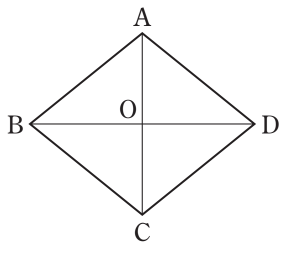
△ABC≡△DCB

合同な図形の対応する辺は等しいから　AC＝DB

したがって、長方形の対角線は等しい。

確認問題 1 「ひし形の対角線は垂直に交わる。」ことを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。

【証明】 ひし形 ABCD で、対角線の交点を O とする。



△OAB と△[　　　　]において

ひし形の4つの辺はすべて等しいから　[　　　　]＝AD　……①

また　OA は共通　……②

ひし形の対角線はそれぞれの中点で交わるから　OB＝[　　　　]　……③

①、②、③より、[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから

△OAB≡△[　　　　]

合同な図形の対応する[　　　　]は等しいから

∠AOB＝∠[　　　　]

点 B、O、D は一直線上にあるから　∠AOB＝∠[　　　　]＝[　　　　]°

したがって、ひし形の対角線は垂直に交わる。

学習2 特別な平行四辺形になるための条件

▶「1つの角が直角である」か「対角線が等しい」という条件をみたす平行四辺形は**長方形**になる。

▶「となり合う辺が等しい」か「対角線が垂直に交わる」という条件をみたす平行四辺形は**ひし形**になる。

▶長方形でもあり、ひし形でもある平行四辺形は**正方形**になる。

例題2 「1つの角が直角である平行四辺形は長方形である。」ことを証明しなさい。

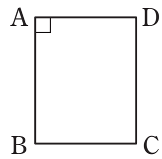
解き方 平行四辺形の対角はそれぞれ等しいことと、内角の和が360°であることに着目する。

答 **▱ABCD で、∠A＝90° とすると、平行四辺形の対角は等しいから ∠C＝∠A＝90°**

よって ∠B＝∠D＝(360°－90°×2)÷2＝90° より ∠A＝∠B＝∠C＝∠D

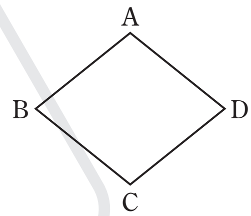
4つの角がすべて等しいから、▱ABCD は長方形である。

したがって、1つの角が直角である平行四辺形は長方形である。



確認問題2 次の問いに答えなさい。

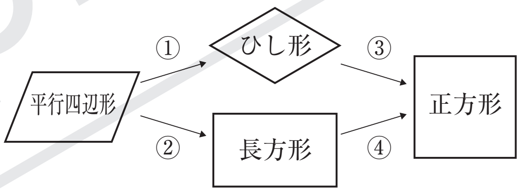
□(1) 右の図の▱ABCD で、AB＝AD であるとして、「となり合う辺が等しい平行四辺形はひし形である。」ことを証明しなさい。



□(2) 平行四辺形に条件を加えて特別な平行四辺形にする過程を示す右の図で、①～④にあてはまるものを、次の**ア**～**エ**の中からそれぞれ2つ選び、記号で答えなさい。

ア 1つの角が直角である。　**イ** 対角線が等しい。

ウ となり合う辺が等しい。　**エ** 対角線が垂直に交わる。

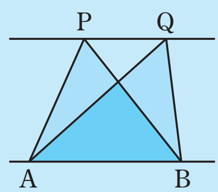


学習3 平行線と面積

▶△ABC と△DEF の面積が等しいことを、△ABC＝△DEF と書く。

▶底辺を共有し、底辺に平行な直線上に頂点をもつ2つの三角形の面積は等しい。

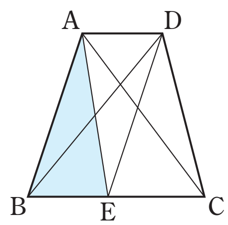
(右の図で、PQ∥AB ならば、△PAB＝△QAB である。)



例題3 右の図で、AD∥BC、AB∥DE であるとき、図の中の三角形のうち、△ABE と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。

解き方 AD∥BC より、△ABE＝△DBE　AB∥DE より、△DBE＝△DAE

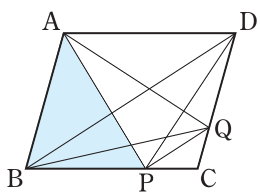
AD∥BC より、△DAE＝△DAB＝△DAC



答 **△DBE、△DAE、△DAB、△DAC**

確認問題3 右の図の▱ABCD で、点 P、Q はそれぞれ辺 BC、CD 上の点で、PQ∥BD である。図の中の三角形のうち、△ABP と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。

□



練習問題

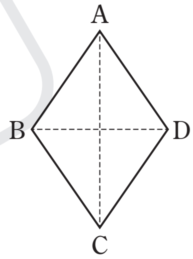
1 ［特別な平行四辺形］ 平行四辺形、長方形、ひし形、正方形について、次の表のそれぞれの性質がいつも成り立つ場合は○を入れなさい。 例題1

性質 / 四角形	2組の対辺		となり合う辺が等しい	2組の対角が等しい	となり合う角が等しい	対角線		
	平行	等しい				それぞれの中点で交わる	等しい	垂直に交わる
平行四辺形								
長方形								
ひし形								
正方形								

2 ［特別な平行四辺形になるための条件①］ ▱ABCD に次の条件を加えると、それぞれどんな四角形になりますか。ただし、O は対角線の交点とする。 例題2

(1) ∠OCD＝∠ODC　　(2) ∠ABD＝∠ADB

3 ［特別な平行四辺形になるための条件②］ 右の図の▱ABCD で、BD⊥AC であるとして、「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。」ことを証明しなさい。 例題2

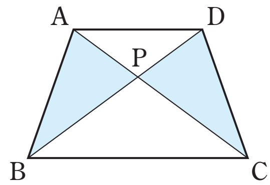


4 ［平行線と面積①］ 右の図で、AD∥BC のとき、△ABP＝△DCP であることを次のように証明した。［　］をうめて証明を完成させなさい。 例題3

【証明】 AD∥BC より　△ABC＝△［　　　］……①

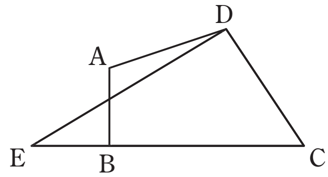
△ABP＝△ABC－△［　　　］……②

△DCP＝△［　　　］－△PBC ……③　①、②、③から　△ABP＝△DCP

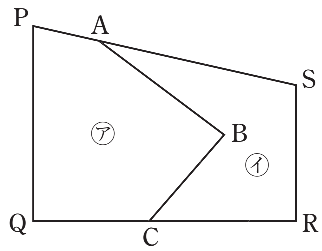


5 ［平行線と面積②］ 右の図のように、四角形 ABCD の辺 CB の延長上に、四角形 ABCD と△ECD の面積が等しくなるように点 E をとる方法を次のように説明した。［　］をうめて説明を完成させなさい。 例題3

『対角線 BD をひき、頂点［　　　］を通り、対角線 BD に［　　　］な直線を ℓ として、ℓ と辺 CB の延長との交点を E とする。』

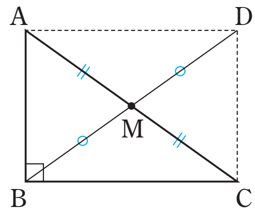


6 ［平行線と面積③］ 右の図のように、四角形 PQRS の土地が、折れ線 ABC を境界線として、㋐、㋑の 2 つの部分に分かれている。2 つの土地の面積は変えずに、境界線を点 A を通る直線 AD に改めたい。点 D は直線 QR 上にあるものとして、直線 AD を作図しなさい。 例題3



応用問題

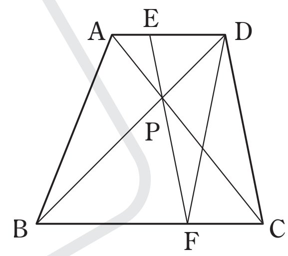
1 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC の斜辺 AC の中点を M とする。また、線分 BM の延長線上に、BM＝DM となる点 D をとる。このとき、次の問いに答えなさい。



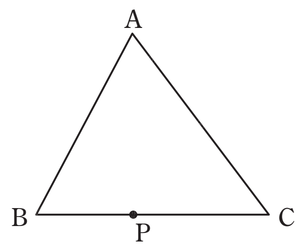
□(1) 四角形 ABCD は長方形であることを証明しなさい。

□(2) (1)の結果を利用して、AM＝BM＝CM であることを証明しなさい。

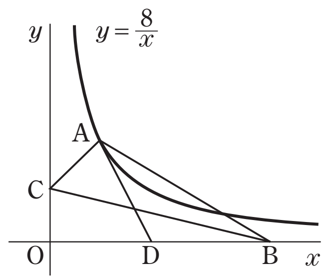
2 右の図で、四角形 ABCD は AD∥BC の台形、E、F はそれぞれ辺 AD、BC 上の点で、
□EF∥DC、また、線分 AC、BD、EF は 1 点 P で交わっている。このとき、△ABP＝△DEF であることを証明しなさい。



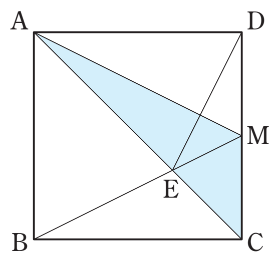
3 右の図の△ABC の辺 BC 上の点 P を通り、△ABC の面積を 2 等分する直線 ℓ を
□作図する手順を説明しなさい。



4 右の図で、点 A、B、C はそれぞれ曲線 $y=\dfrac{8}{x}$ 上、x 軸上、y 軸上、点 D は線
□分 OB 上にあり、点 A、B の x 座標はそれぞれ 2、9、点 C の y 座標は 2 である。△ACB＝△ADB のとき、点 D の座標を求めなさい。



難 **5** 右の図で、四角形 ABCD は正方形、M は辺 CD の中点、E は対角線 AC と線分 BM と
□の交点で、△DEM の面積は 4 cm^2 である。このとき、△ACM の面積を求めなさい。

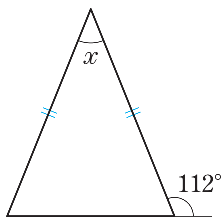


5 章のまとめ

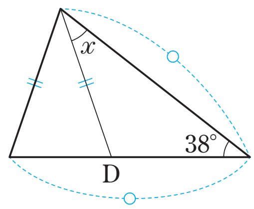
1 二等辺三角形の性質①

次の図で、同じ印をつけた線分の長さは等しいとして、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

□(1)

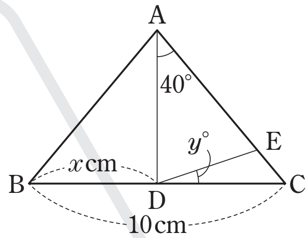


□(2)



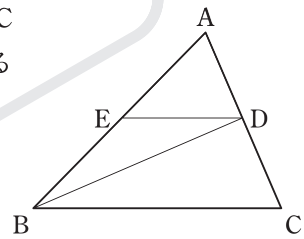
2 二等辺三角形の性質②

□ 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、D は∠BAC の二等分線と辺 BC との交点、E は辺 AC 上の点で、AD＝AE である。BC＝10 cm、∠DAE＝40°のとき、x、y の値をそれぞれ求めなさい。



3 二等辺三角形になるための条件

□ 右の図で、△ABC の∠ABC の二等分線と辺 AC との交点を D、点 D を通って辺 BC に平行な直線と辺 AB との交点を E とする。このとき、△EBD が二等辺三角形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 仮定から　∠EBD＝∠[　　　　　　]　……①

ED∥BC より、平行線の[　　　　　　]は等しいから

∠CBD＝∠EDB　……②

①、②から　∠EBD＝∠[　　　　　　]

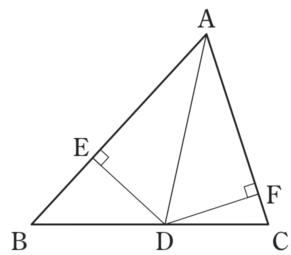
[　　　　　　　　　]が等しいから、△EBD は二等辺三角形である。

4 逆

□「正方形の 4 つの辺はすべて等しい。」ということがらの逆を答え、それが正しいかどうかも答えなさい。

5 直角三角形の合同

□ 右の図で、D は△ABC の∠BAC の二等分線と辺 BC との交点、E、F はそれぞれ辺 AB、AC 上の点で、AB⊥DE、AC⊥DF である。このとき、△ADE≡△ADF であることを証明しなさい。

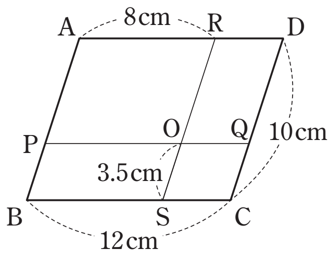


6 平行四辺形の性質

次の問いに答えなさい。

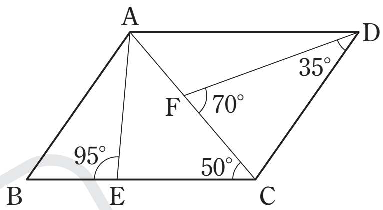
(1) 右の図の▱ABCD で、AD∥PQ、AB∥RS、O は線分 PQ と RS との交点である。このとき、次の線分の長さを求めなさい。

□① 線分 OQ　　□② 線分 AP



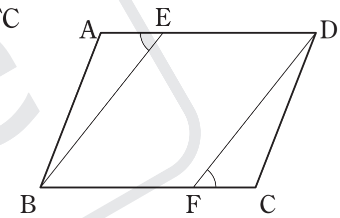
(2) 右の図の▱ABCD で、次の角の大きさを求めなさい。

□① ∠ADF　　□② ∠BAE



7 平行四辺形になるための条件

□ 右の図の▱ABCD で、点 E、F はそれぞれ辺 AD、BC 上にあり、∠AEB＝∠DFC である。このとき、四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



8 特別な平行四辺形

次のことがらについて、正しければ○、正しくなければ×を書きなさい。

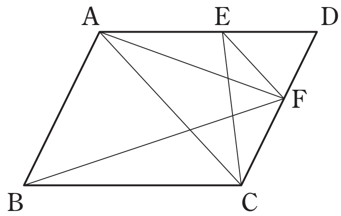
□(1) 正方形はひし形である。　　□(2) 長方形は正方形である。

□(3) 対角線が等しい平行四辺形は長方形である。　　□(4) 対角線が垂直に交わる四角形はひし形である。

9 平行線と面積

右の図の▱ABCD で、E、F はそれぞれ辺 AD、CD 上の点で、AC∥EF である。図の中の三角形のうち、次の三角形と面積が等しい三角形をそれぞれすべて答えなさい。

□(1) △ABC　　□(2) △FBC



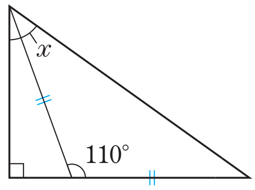
➡巻末の**補充の問題**⑤(P.175)で、この章で学習した内容を確実に身につけよう。

5章　三角形と四角形　まとめテスト

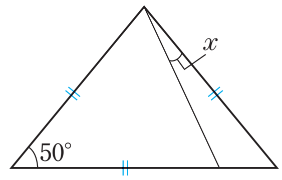
得点　　／100点

1 次の図で、同じ印をつけた線分の長さは等しいとして、$\angle x$ の大きさを求めなさい。〈5点×2〉

□(1)

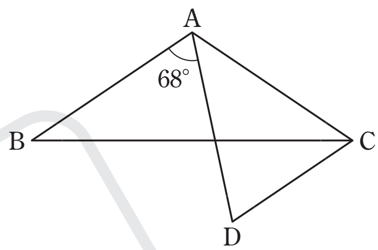


□(2)



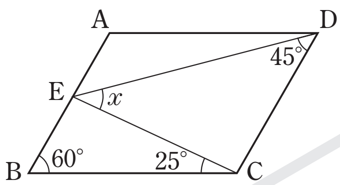
2 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、△ADC は AD＝AC の二等辺三角形で、∠ADC＝2∠ABC である。∠BAD＝68° のとき、∠DAC の大きさを求めなさい。〈5点〉

□

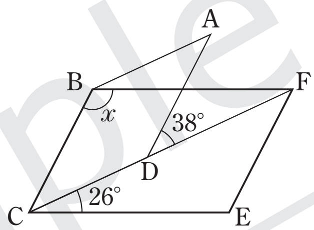


3 次の図で、四角形 ABCD、BCEF は平行四辺形である。$\angle x$ の大きさを求めなさい。〈5点×2〉

□(1)

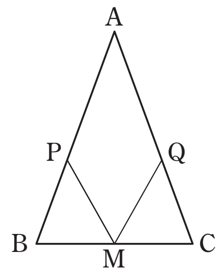


□(2)



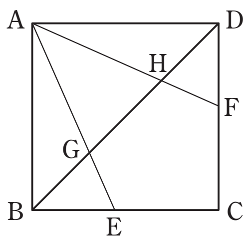
4 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、点 P、Q はそれぞれ辺 AB、AC 上の点、点 M は辺 BC の中点である。∠BMP＝∠CMQ のとき、△PBM≡△QCM であることを証明しなさい。〈10点〉

□



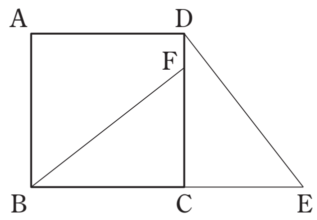
5 右の図で、四角形 ABCD は正方形、点 E、F はそれぞれ辺 BC、DC 上の点、点 G、H はそれぞれ対角線 BD と線分 AE、AF との交点である。BE＝DF のとき、△AGH は二等辺三角形であることを証明しなさい。〈10点〉

□



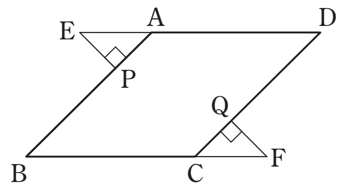
6 右の図で、四角形 ABCD は正方形、E は辺 BC の延長線上の点、F は辺 CD 上の点で、BF＝DE である。BE＝14cm、DF＝2cm のとき、正方形 ABCD の1辺の長さを求めなさい。 〈5点〉

□



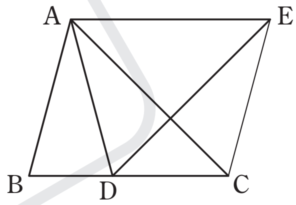
7 右の図の▱ABCD で、辺 DA、BC の延長上にそれぞれ点 E、F を AE＝CF となるようにとり、点 E、F から辺 AB、CD にそれぞれ垂線 EP、FQ をひく。このとき、AP＝CQ であることを証明しなさい。 〈10点〉

□



8 右の図で、△ABC≡△DAE であり、点 D は辺 BC 上にある。このとき、四角形 ABCE は平行四辺形であることを証明しなさい。 〈10点〉

□



9 ▱ABCD に次の条件を加えると、それぞれどんな四角形になりますか。ただし、O は対角線の交点とする。 〈5点×4〉

□(1) ∠ACB＝∠ACD

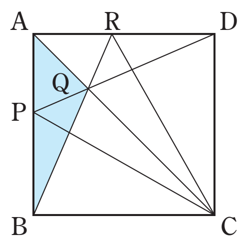
□(2) OA＝OB

□(3) ∠A＝∠D、∠BOC＝90°

□(4) ∠ACD＋∠BDC＝90°

10 右の図の正方形 ABCD で、点 P は辺 AB 上の点、点 Q は対角線 AC と線分 PD との交点、点 R は直線 BQ と辺 AD との交点である。図の中の三角形のうち、△ABQ と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。 〈10点〉

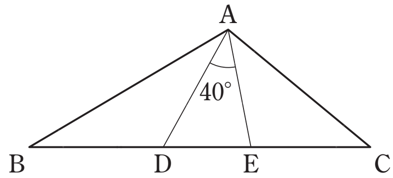
□



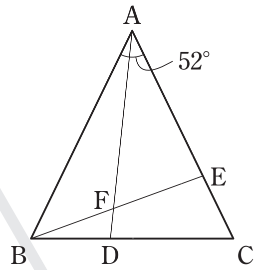
チャレンジ問題

1 次の問いに答えなさい。

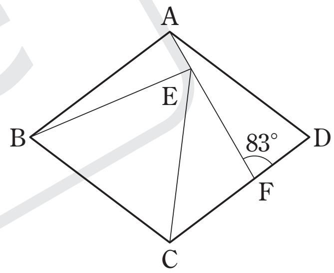
□(1) 右の図のような△ABC があり、D、E は辺 BC 上の点で、AD＝BD、AE＝CE である。∠DAE＝40° のとき、∠BAC の大きさを求めなさい。



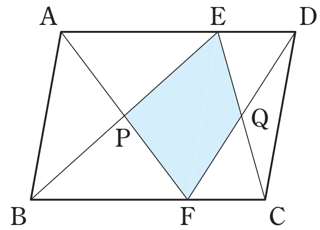
□(2) 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形、D、E はそれぞれ辺 BC、AC 上の点で、F は線分 AD と BE との交点である。∠BAC＝52°、∠ADC＝∠AEB のとき、∠AFE の大きさを求めなさい。



□(3) 右の図で、四角形 ABCD はひし形、△EBC は正三角形で、F は AE の延長と辺 CD との交点である。∠EFD＝83° のとき、∠ADF の大きさを求めなさい。

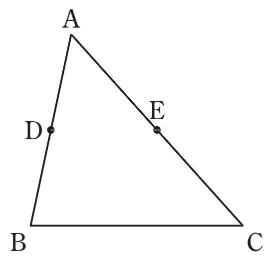


2 右の図の平行四辺形 ABCD で、E は辺 AD 上の点、F は辺 BC 上の点で、
□AE：ED＝BF：FC＝2：1 である。また、P は線分 AF と BE との交点、Q は線分 CE と DF との交点である。▱ABCD の面積が60 cm^2 のとき、四角形 EPFQ の面積を求めなさい。



3 右の図のように、△ABC の辺 AB、AC の中点をそれぞれ D、E とする。DE の延長線上に、DE＝EF となるように点 F をとって、四角形 ADCF をつくるとき、次の問いに答えなさい。

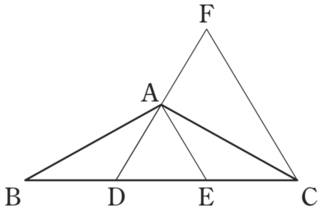
□(1) 四角形 ADCF はどのような四角形になりますか。



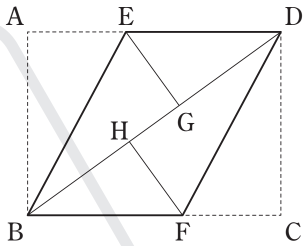
(2) さらに、△ABC に次のような条件を加えたとき、四角形 ADCF はどのような四角形になりますか。

□① ∠C＝90°　　□② ∠A＝∠B

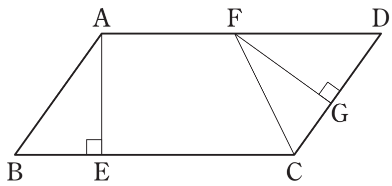
4 □ 右の図で、△ABC は AB＝AC の二等辺三角形で、辺 BC を 3 等分する点を、点 B に近いほうからそれぞれ D、E とする。また、点 C を通って AE に平行な直線と DA の延長線との交点を F とする。このとき、△FDC が二等辺三角形であることを証明しなさい。



5 □ 右の図は、長方形の紙 ABCD を、辺 AB、CD がそれぞれ対角線 BD と重なるように折り返したところを示したものである。このときできた辺 AD、BC 上の折り目の端をそれぞれ E、F とし、A、C が対角線 BD と重なった点をそれぞれ G、H とする。このとき、四角形 EBFD が平行四辺形であることを証明しなさい。



6 右の図で、四角形 ABCD は平行四辺形、E は点 A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点である。また、F は∠BCD の二等分線と辺 AD との交点、G は点 F から辺 CD にひいた垂線と辺 CD との交点である。このとき、次の問いに答えなさい。



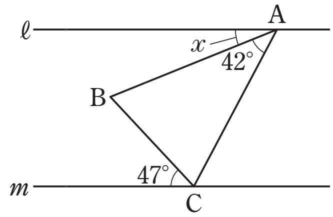
□(1) △ABE≡△FDG であることを証明しなさい。

□(2) AB＝4 cm、BC＝10 cm とする。四角形 AECF の面積が四角形 ABCD の面積の $\frac{2}{3}$ 倍となるとき、線分 BE の長さを求めなさい。

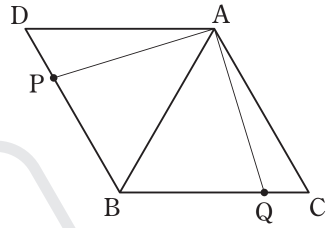
思考力・実践力をのばす問題

1 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図のように、AB＝AC である二等辺三角形 ABC と、頂点 A、C をそれぞれ通る 2 本の平行な直線 ℓ、m がある。このとき、$\angle x$ の大きさは何度か。〈鹿児島〉

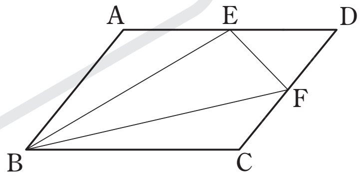


□(2) 右の図で、△ABC と△ABD は、ともに同じ平面上にある正三角形で、頂点 C と頂点 D は一致しない。点 P は、辺 BD 上にある点で、頂点 B、頂点 D のいずれにも一致しない。点 Q は、辺 BC 上にある点で、頂点 B、頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 A と点 P、頂点 A と点 Q をそれぞれ結ぶ。
　$\angle$PAQ＝90°、$\angle$DAP＝a° とするとき、$\angle$AQB の大きさを表す式を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。〈東京〉



ア $(75-a)$度　**イ** $(90-a)$度　**ウ** $(a+30)$度　**エ** $(a+60)$度

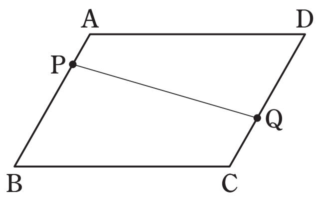
□(3) 右の図のような平行四辺形 ABCD があり、辺 AD、CD の中点をそれぞれ E、F とします。このとき、△EBF の面積は△DEF の面積の何倍になるか求めなさい。〈埼玉 24〉



2 右の □ の中に示したことがらの逆を書きなさい。
□ また、□ の中のことがらは正しいが、逆は正しくない。□ の中のことがらの逆が正しくないことを示すための反例を、1 つ書きなさい。〈静岡〉

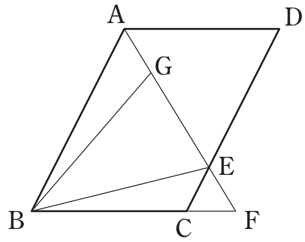
a も b も正の数ならば、$a+b$ は正の数である。

3 右の図は、$\angle$A が鈍角の平行四辺形 ABCD です。平行四辺形 ABCD の辺 AB 上
□を点 P が動き、辺 DC 上を点 Q が動きます。点 P は点 A、点 B と重ならず、点 Q は点 C、点 D と重ならないこととします。次のア～エのうち、四角形 PBCQ がいつでも平行四辺形になるのはどの条件をみたすときですか。一つ選び、その記号を書きなさい。〈岩手〉

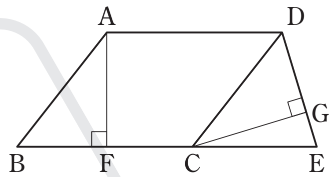


ア PD // BQ　**イ** AD // PQ　**ウ** CP＝BQ　**エ** AP＝CQ

4 右の図で、四角形ABCDは平行四辺形であり、∠BADの二等分線と辺CD、辺BCを延長した直線との交点をそれぞれE、Fとする。また、点Gは線分AF上の点で、∠ABG＝∠CBE である。このとき、△ABG≡△FBE であることを証明しなさい。〈岐阜〉



5 右の図において、四角形ABCDは内角∠ABCが鋭角の平行四辺形である。△EDCは ED＝EC の二等辺三角形であり、Eは直線BC上にある。Fは、Aから辺BCにひいた垂線と辺BCとの交点である。Gは、Cから辺EDにひいた垂線と辺EDとの交点である。次の問いに答えなさい。〈大阪〉



□(1)　△ABF≡△CDG であることを証明しなさい。

□(2)　四角形ABCDの面積を a cm^2、四角形AFEDの面積を b cm^2 とするとき、△CEGの面積を a、b を用いて表しなさい。

6 右の図のように、平行四辺形ABCDの辺AB、BC、CD、DA上に4点E、F、G、Hをそれぞれとり、線分EGとBH、DFとの交点をそれぞれI、Jとします。AE＝BF＝CG＝DH のとき、△BEI≡△DGJ であることを証明しなさい。

〈埼玉 23〉