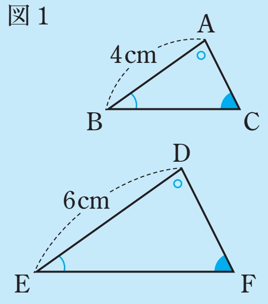
14 相似な図形の性質，三角形の相似条件

学習1 相似な図形の性質

▶ 2つの図形の一方を拡大または縮小した図形が，他方と合同になるとき，この2つの図形は**相似**(そうじ)であるという。



▶**相似な図形の性質**

[1]　相似な図形では，対応する線分の長さの比は，すべて等しい。

例　右の図1で，△ABC∽△DEF ならば，AB：DE＝BC：EF＝CA：FD

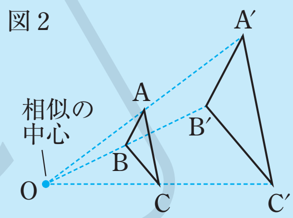
[2]　相似な図形では，対応する角の大きさは，それぞれ等しい。

例　右の図1で，△ABC∽△DEF ならば，∠A＝∠D，∠B＝∠E，∠C＝∠F

▶相似な図形で，対応する線分の長さの比を**相似比**という。

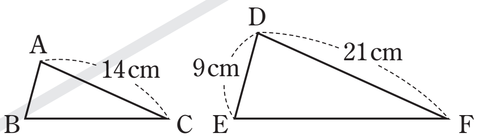
例　右の図1の△ABC と△DEF の相似比は，AB：DE＝4：6＝2：3

▶右の図2の△ABC と△A′B′C′のように，2つの図形の対応する頂点を結んだ直線が1点Oで交わり，点Oから対応する点までの距離の比がすべて等しいとき，2つの図形は相似になる。このような位置にある2つの図形を**相似の位置**にあるといい，点Oを**相似の中心**という。



例　△ABC∽△A′B′C′　　OA：OA′＝OB：OB′＝OC：OC′

例題1　右の図で，△ABC∽△DEF であるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　△ABC と△DEF の相似比を求めなさい。

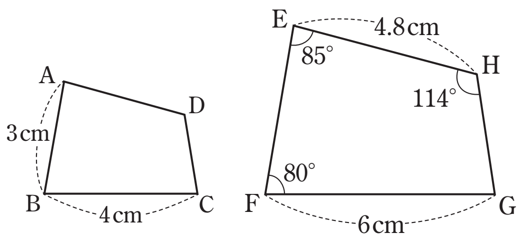
(2)　辺 AB の長さを求めなさい。

解き方　(1)　辺 AC と辺 DF が対応しているから，相似比は　AC：DF＝14：21＝2：3　　答 **2：3**

(2)　相似な図形では，対応する線分の長さの比は等しいから，AB＝$x$cm とすると

x：9＝2：3，3x＝18，x＝6　　比例式の性質　$a：b＝c：d$　ならば　$ad＝bc$　　答 **6cm**

確認問題1　右の図で，四角形 ABCD∽四角形 EFGH であるとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　四角形 ABCD と四角形 EFGH の相似比を求めなさい。

(2)　次の辺の長さを求めなさい。

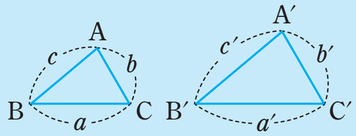
□①　辺 AD　　　□②　辺 EF

□(3)　∠C の大きさを求めなさい。

学習2　三角形の相似条件

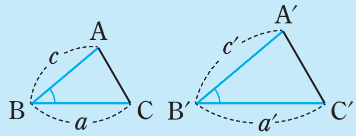
▶ 2つの三角形は，次のどれかが成り立つとき相似である。

[1]　**3組の辺の比**がすべて等しい。



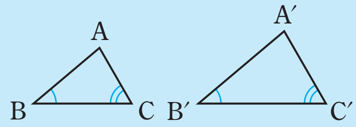
$a:a'=b:b'=c:c'$

[2]　**2組の辺の比とその間の角**がそれぞれ等しい。



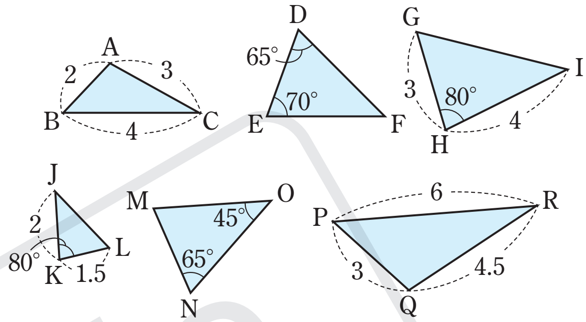
$a:a'=c:c'$，$\angle B=\angle B'$

[3]　**2組の角**がそれぞれ等しい。



$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$

例題 2　右の図で，相似な三角形の組を見つけ，記号∽を使って表しなさい。また，そのとき使った相似条件を書きなさい。



解き方　● AB：QP＝2：3，BC：PR＝4：6＝2：3，CA：RQ＝3：4.5＝2：3　← 相似条件[1]

答　**△ABC∽△QPR**　3組の辺の比がすべて等しい。

● ∠D＝∠N＝65°，∠M＝180°－(65°＋45°)＝70°　より　∠E＝∠M＝70°　← 相似条件[3]

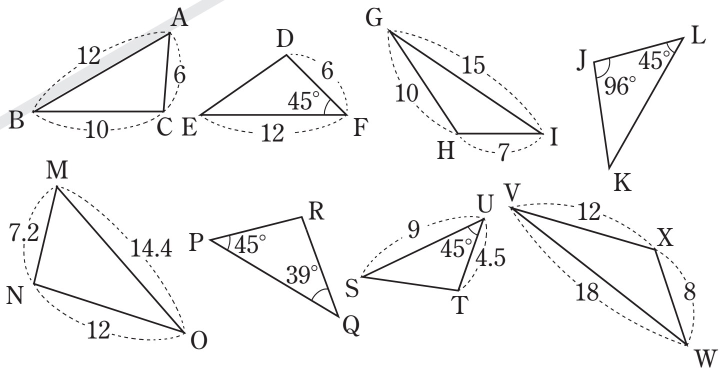
答　**△DEF∽△NMO**　2組の角がそれぞれ等しい。

● GH：LK＝3：1.5＝2：1，HI：KJ＝4：2＝2：1，∠H＝∠K＝80°　← 相似条件[2]

答　**△GHI∽△LKJ**　2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

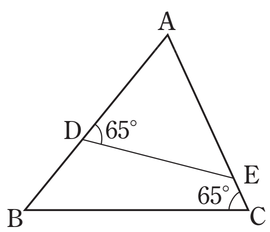
確認問題 2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図で，相似な三角形の組を見つけ，記号∽を使って表しなさい。また，そのとき使った相似条件を書きなさい。

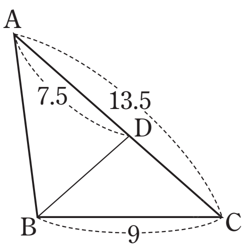


(2)　次の図で，相似な三角形を記号∽を使って表しなさい。また，そのとき使った相似条件を書きなさい。

□①



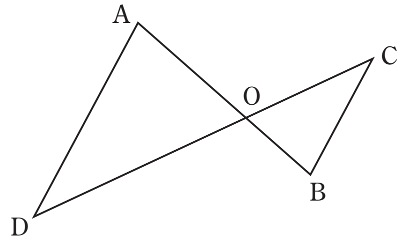
□②



学習3　相似な三角形の証明

▶三角形の相似条件を使った証明を考える。

例題 3　右の図のように，2 つの線分 AB と CD が点 O で交わっているとき，AD∥CB ならば，△AOD∽△BOC であることを証明しなさい。



答　**△AOD と△BOC において**

対頂角は等しいから

∠AOD＝∠BOC　……①

AD∥CB より，錯角は等しいから

∠OAD＝∠OBC　……②

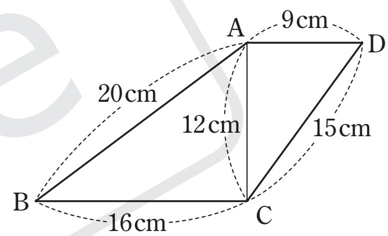
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△AOD∽△BOC

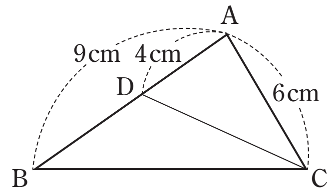
※　①のかわりに，平行線の錯角は等しいことから，∠ODA＝∠OCB を導いてもよい。

確認問題 3　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図で，△ABC∽△DCA であることを証明しなさい。

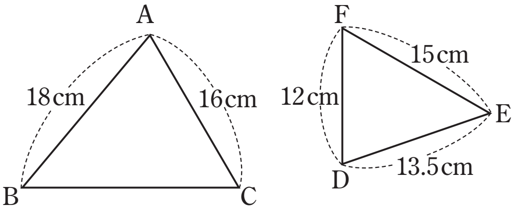


□(2)　右の図の△ABC で，D は辺 AB 上の点である。AB＝9 cm，AD＝4 cm，AC＝6 cm のとき，△ABC∽△ACD であることを証明しなさい。



練習問題

1 **［相似な図形の性質①］**　右の図で，△ABC∽△DEF であるとき，次の問いに答えなさい。　例題1



□(1)　△ABC と △DEF の相似比を求めなさい。

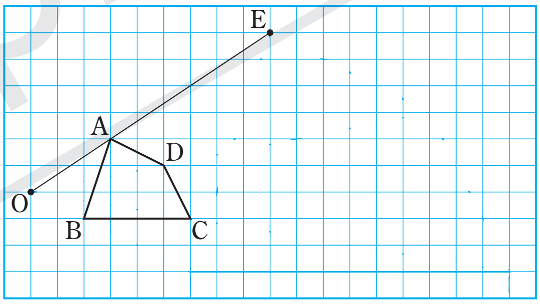
□(2)　辺 BC の長さを求めなさい。

2 **［相似な図形の性質②］**　四角形 ABCD∽四角形 EFGH で，BC＝4 cm，FG＝10 cm である。このとき，次の問いに答えなさい。　例題1

□(1)　AB＝6 cm のとき，辺 AB に対応する辺とその長さを求めなさい。

□(2)　GH＝17.5 cm のとき，辺 GH に対応する辺とその長さを求めなさい。

3 **［相似な図形の性質③］**　右の図は，点 O を相似の中心として，頂点 A に対応する点 E を OE＝3OA となるようにとったものである。このとき，次の問いに答えなさい。　例題1



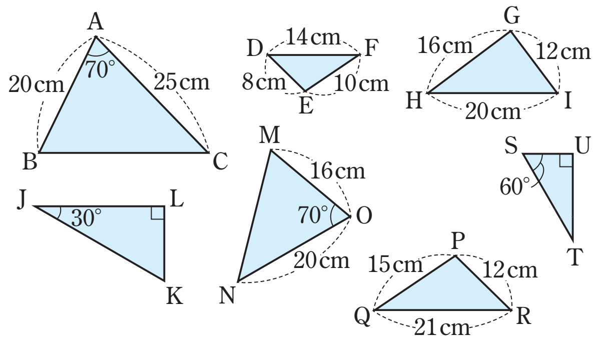
□(1)　同様にして，点 F，G，H をとり，四角形 ABCD と相似の位置にある四角形 EFGH をかきなさい。

□(2)　辺 AD に対応する辺はどれか答えなさい。

□(3)　BC＝4 cm のとき，辺 FG の長さを求めなさい。

□(4)　∠G＝60° のとき，∠C の大きさを答えなさい。

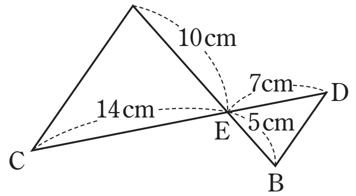
4 **［三角形の相似条件①］**　右の図で，相似な三角形の組を
□見つけ，記号∽を使って表しなさい。また，そのとき使った相似条件を書きなさい。　例題2



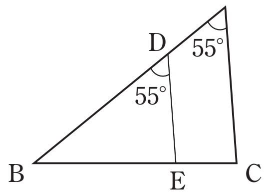
5 **[三角形の相似条件②]**　次のそれぞれの図で，相似な三角形の組を見つけ，その関係を記号∽を使って表しなさい。また，そのとき使った相似条件を書きなさい。

例題2

□(1)

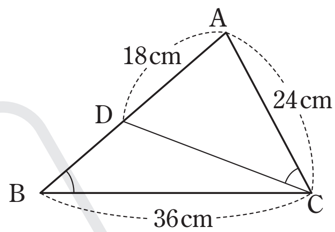


□(2)



6 **[三角形の相似条件③]**　右の図で，∠ACD＝∠ABC，AC＝24 cm，AD＝18 cm，BC＝36 cm のとき，次の問いに答えなさい。

例題2



□(1)　相似な三角形の組を見つけ，その関係を記号∽を使って表しなさい。また，そのとき使った相似条件を書きなさい。

(2)　次の線分の長さを求めなさい。

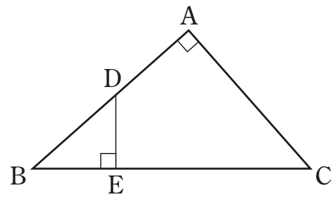
□①　CD

□②　DB

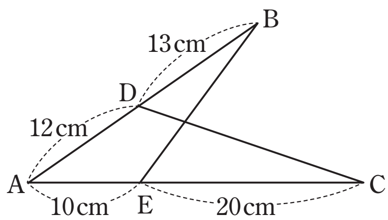
7 **[相似な三角形の証明]**　次の問いに答えなさい。

例題3

□(1)　右の図で，D，E はそれぞれ ∠A＝90° の直角三角形 ABC の辺 AB，BC 上の点で，DE⊥BC である。このとき，△ABC∽△EBD であることを証明しなさい。

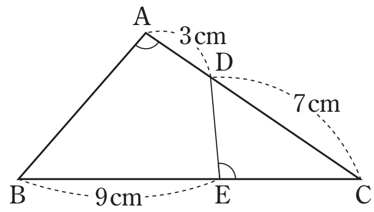


□(2)　右の図で，点 D，E は，それぞれ，線分 AB，AC 上の点である。このとき，△ABE∽△ACD であることを証明しなさい。



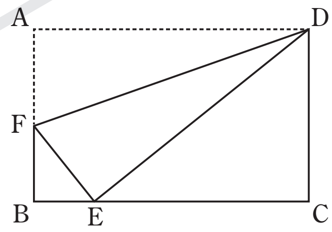
■ 応用問題 ■

1 右の図の△ABC で，点 D，E は，それぞれ，辺 AC，BC 上の点である。
□AD＝3 cm，DC＝7 cm，BE＝9 cm，∠BAC＝∠DEC のとき，EC の長さを求めなさい。



2 3 辺の長さが 9 cm，12 cm，16 cm の三角形がある。この三角形と相似で，2 辺の長さが 18 cm，24 cm である
□ような三角形の残りの辺の長さをすべて求めなさい。

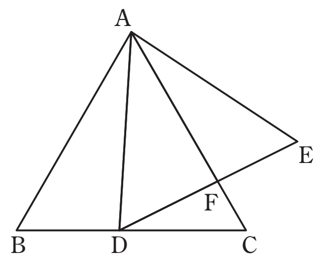
3 右の図は，長方形 ABCD の紙を DF を折り目として，頂点 A が辺 BC 上にくるように折り返したもので，E は頂点 A が移った点である。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1) △BEF と相似な三角形はどの三角形か答えなさい。

□(2) AD＝15 cm，AF＝5 cm，FB＝4 cm のとき，EC の長さを求めなさい。

4 右の図のような正三角形 ABC がある。この正三角形の辺 BC 上に点 D をとり，
□辺 AD を 1 辺とする正三角形 ADE をつくる。辺 AC と DE との交点を F とするとき，△ABD∽△AEF であることを証明しなさい。



15 相似な図形の面積の比，相似な立体とその性質

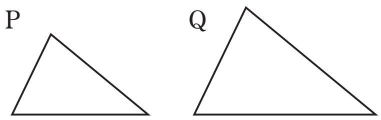
学習1 相似な図形の面積の比

▶ 2つの相似な図形の相似比が $\boldsymbol{m}:\boldsymbol{n}$ であるとき，それらの面積の比は $\boldsymbol{m}^2:\boldsymbol{n}^2$ である。
周の長さの比は $\boldsymbol{m}:\boldsymbol{n}$ である。

例題1 相似な2つの図形P, Qがあり，その相似比は 2:3 である。

(1) Pの周の長さが30 cmのとき，Qの周の長さを求めなさい。

(2) Qの面積が54 cm^2 のとき，Pの面積を求めなさい。



解き方 (1) 周の長さの比は相似比に等しい。

Qの周の長さを $x$cm とすると　$\underbrace{30:x}_{\text{周の長さの比}}=\underbrace{2:3}_{\text{相似比}}$，$2x=90$，$x=45$　　**答 45 cm**

(2) Pの面積を $y$cm^2 とすると　$\underbrace{y:54}_{\text{面積の比}}=\underbrace{2^2:3^2}_{\text{相似比の2乗}}$，$y:54=4:9$，$9y=216$，$y=24$　　**答 24 cm^2**

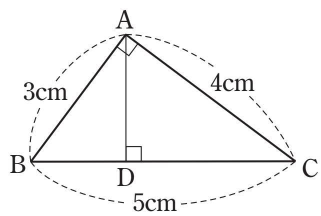
確認問題1 次の問いに答えなさい。

□(1) 相似な2つの図形A，Bがあって，AとBの相似比は4：5である。Bの面積が100 cm^2 のとき，Aの面積を求めなさい。

□(2) 相似な2つの図形P，Qがあって，周の長さはPが36 cm，Qが30 cmである。Pの面積が72 cm^2 のとき，Qの面積を求めなさい。

□(3) 相似な2つの図形C，Dがあって，CとDの面積の比は，25：81である。このとき，CとDの相似比を求めなさい。

□(4) 右の図の直角三角形ABCにおいて，頂点Aから辺BCにひいた垂線をADとする。このとき，△ABDの面積を求めなさい。

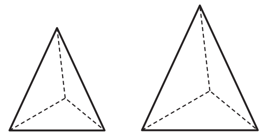


学習2 相似な立体とその性質

▶ 2つの相似な立体の相似比が $\boldsymbol{m : n}$ であるとき,
それらの表面積の比は $\boldsymbol{m^2 : n^2}$ であり,
体積の比は $\boldsymbol{m^3 : n^3}$ である。

例題2 相似な2つの三角錐P，Qがあり，その相似比は 4：5 である。

三角錐P 三角錐Q



(1) Qの表面積が$50\,\text{cm}^2$のとき，Pの表面積を求めなさい。

(2) Pの体積が$128\,\text{cm}^3$のとき，Qの体積を求めなさい。

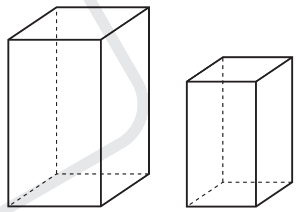
解き方 (1) Pの表面積を $x\,\text{cm}^2$ とすると $\underbrace{x : 50}_{\text{表面積の比}}=\underbrace{4^2 : 5^2}_{\text{相似比の2乗}}$, $x : 50=16 : 25$,
$25x=800$, $x=32$ 答 $\boldsymbol{32\,\text{cm}^2}$

(2) Qの体積を $y\,\text{cm}^3$ とすると $\underbrace{128 : y}_{\text{体積の比}}=\underbrace{4^3 : 5^3}_{\text{相似比の3乗}}$, $128 : y=64 : 125$, $64y=16000$, $y=250$ 答 $\boldsymbol{250\,\text{cm}^3}$

確認問題2 次の問いに答えなさい。

(1) 右の図のように，相似な2つの四角柱P，Qがあって，PとQの相似比は 4：3 である。このとき，次の問いに答えなさい。

四角柱P 四角柱Q

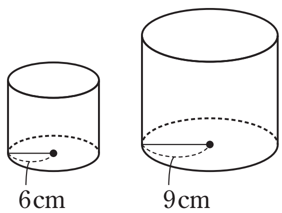


□① Qの表面積が$135\,\text{cm}^2$のとき，Pの表面積を求めなさい。

□② Pの体積が$192\,\text{cm}^3$のとき，Qの体積を求めなさい。

(2) 相似な2つの円柱A，Bがあって，底面の半径はAが6 cm，Bが9 cmである。このとき，次の問いに答えなさい。

円柱A 円柱B



□① Aの表面積が$240\pi\,\text{cm}^2$のとき，Bの表面積を求めなさい。

□② Bの体積が$432\pi\,\text{cm}^3$のとき，Aの体積を求めなさい。

練習問題

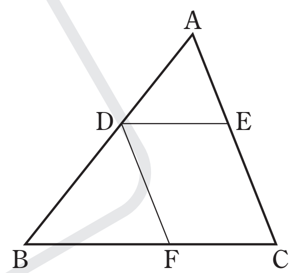
1 **［相似な図形の面積の比①］**　次の問いに答えなさい。 例題1

□(1)　相似な２つの円 P，Q があって，P と Q の相似比は $3:4$ である。P の面積が $54\pi\,cm^2$ のとき，Q の面積を求めなさい。

□(2)　相似な２つの四角形 A，B があり，周の長さは，A が70 cm，B が112 cm である。A の面積が $275\,cm^2$ のとき，B の面積を求めなさい。

□(3)　相似な２つの△ABC，△DEF があり，辺 AB と対応する辺 DE の長さの比は $3:8$ である。△ABC の面積が $36\,cm^2$ のとき，△DEF の面積を求めなさい。

2 **［相似な図形の面積の比②］**　右の図の△ABC で，DE∥BC，DF∥AC とする。△ADE の面積が $36\,cm^2$ で，AD：DB＝３：４ のとき，次の問いに答えなさい。 例題1



□(1)　△DBF の面積を求めなさい。

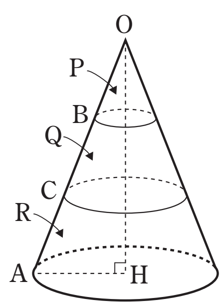
□(2)　四角形 DFCE の面積を求めなさい。

3 **［相似な立体とその性質①］**　２つの球 A，B があって，A と B の半径の比が $2:3$ のとき，次の問いに答えなさい。 例題2

□(1)　A と B の表面積の比を求めなさい。

□(2)　B の体積が $972\pi\,cm^3$ のとき，A の体積を求めなさい。

4 **［相似な立体とその性質②］**　右の図のような円錐を，母線 OA を３等分する点 B，C を通り，底面に平行な平面で切って，３つの立体 P，Q，R に分けるとき，次の問いに答えなさい。 例題2

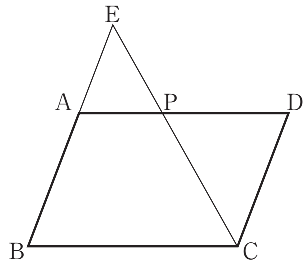


□(1)　立体 P と立体 Q の側面積の比を求めなさい。

□(2)　OH＝18 cm，AH＝6 cm とするとき，立体 R の体積を求めなさい。

■ 応用問題 ■

1 右の図のように，▱ABCD の辺 AD 上に，AP：PD＝2：3 となるような点 P をとり，BA の延長と CP の延長との交点を E とする。このとき，次の問いに答えなさい。



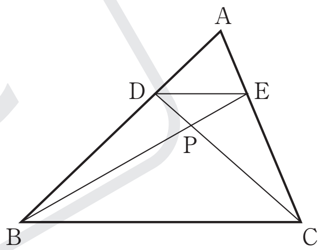
□(1) EA＝6cm のとき，EB の長さを求めなさい。

□(2) △CDP と△EAP の面積比を求めなさい。

□(3) △EAP の面積が 8 cm^2 のとき，▱ABCD の面積を求めなさい。

2 相似な 2 つの角錐 P，Q があって，底面積は P が27 cm^2，Q が48 cm^2 である。P の体積が81 cm^3 のとき，Q の体積を求めなさい。 □

3 右の図の△ABC で，D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，DE∥BC である。DB＝2AD，△PDE＝3 cm^2 のとき，次の問いに答えなさい。

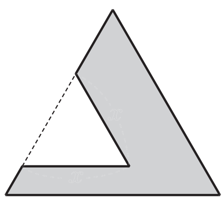


□(1) DE：BC を求めなさい。

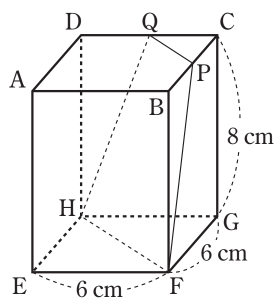
□(2) △DBE の面積を求めなさい。

□(3) △ABC の面積を求めなさい。

難 4 右の図のように，大きい正三角形から小さい正三角形を取り除いてできた図形がある。この図形の面積は，取り除いた正三角形の面積の 3 倍であり，この図形の周の長さは 56cm である。取り除いた正三角形の 1 辺の長さを求めなさい。 □



5 右の図のような，EF＝FG＝6 cm，CG＝8 cm の直方体 ABCDEFGH で，P，Q はそれぞれ辺 BC，CD の中点とする。この直方体を四角形 PQHF で切って 2 つの立体に分けたとき，頂点 C をふくむほうの立体の体積を求めなさい。 □



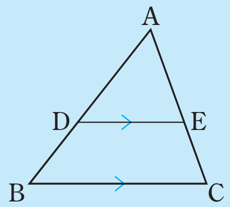
16 三角形と比

学習1 三角形と線分の比の定理

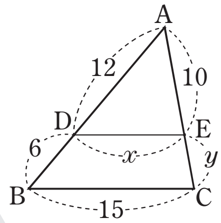
▶定理　△ABC の辺 AB，AC 上に，それぞれ点 D，E をとるとき，

[1]　DE∥BC ならば　AD：AB＝AE：AC＝DE：BC

[2]　DE∥BC ならば　AD：DB＝AE：EC



例題1　右の図で，DE∥BC のとき，x，y の値（あたい）を求めなさい。



解き方

AD：AB＝DE：BC
12：18＝x：15
18x＝180
x＝10

AD：DB＝AE：EC
12：6＝10：y
12y＝60
y＝5

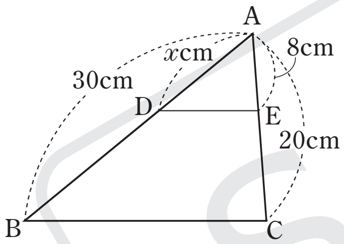
〈比例式の性質〉
a：b＝c：d　ならば
ad＝bc

答　x＝10，y＝5

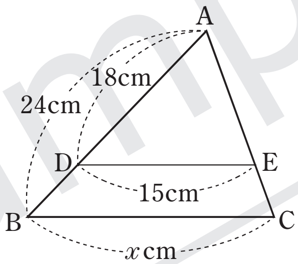
確認問題1　次の問いに答えなさい。

(1)　次の図で，DE∥BC のとき，x の値を求めなさい。

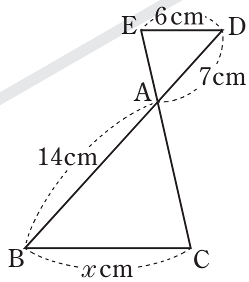
□①



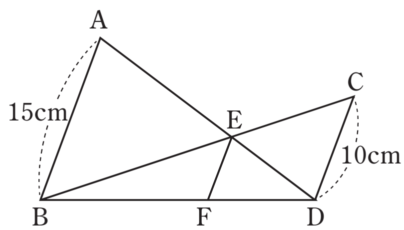
□②



□③



(2)　右の図で，AB，EF，CD が平行であるとき，次の問いに答えなさい。



□①　AE：ED を求めなさい。

□②　ED：AD を求めなさい。

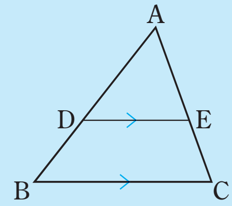
□③　EF の長さを求めなさい。

学習 2　三角形と線分の比の定理の逆

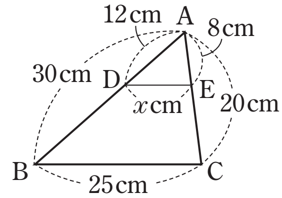
▶**定理**　△ABC の辺 AB，AC 上に，それぞれ点 D，E をとるとき，

［1］　AD：AB＝AE：AC　ならば　DE∥BC

［2］　AD：DB＝AE：EC　ならば　DE∥BC



例題 2　右の図の△ABC で，D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点である。x の値を求めなさい。

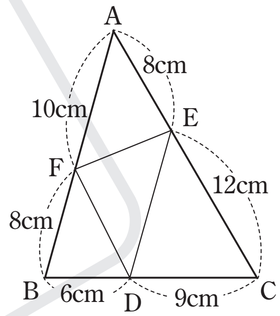


解き方　AD：AB＝12：30＝2：5，AE：AC＝8：20＝2：5 より，
AD：AB＝AE：AC であるから　DE∥BC　　よって　DE：BC＝AD：AB
x：25＝2：5，5x＝50，x＝10

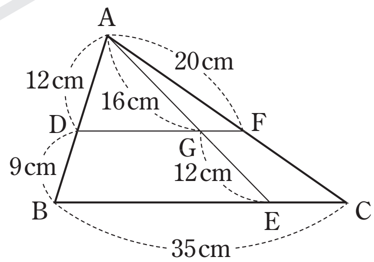
答　x＝10

確認問題 2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図で，線分 DE，EF，FD のうち，△ABC の辺に平行なものはどれか答えなさい。また，その理由も書きなさい。



□(2)　右の図の△ABC で，D，E，F はそれぞれ辺 AB，BC，CA 上の点，G は AE と DF との交点である。このとき，FC，DF の長さを求めなさい。



□(3)　右の図で，直線 AP，BQ，CR は点 O で交わっている。このとき，PR∥AC，QR∥BC ならば，PQ∥AB となることを次のように証明した。［　　］をうめて証明を完成させなさい。

【証明】　△OAC で，PR∥AC であるから

OP：OA＝OR：［　　　　　］　……①

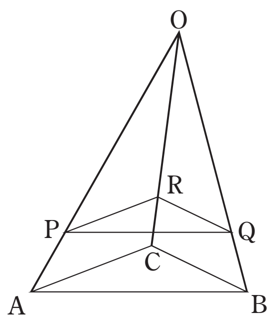
△OBC で，QR∥BC であるから

OQ：OB＝OR：［　　　　　］　……②

①，②より

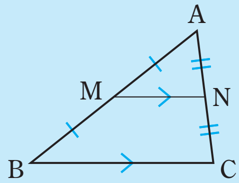
OP：OA＝［　　　　　］：［　　　　　］

したがって　　PQ∥AB



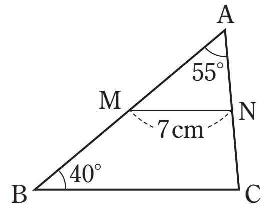
学習3　中点連結定理

▶定理　△ABC の辺 AB，AC の中点を，それぞれ M，N とすると，次のことが成り立つ。



$$MN /\!/ BC,\qquad MN=\frac{1}{2}BC$$

例題3　右の図の△ABC で，M，N はそれぞれ辺 AB，AC の中点である。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　BC の長さを求めなさい。

(2)　∠ANM の大きさを求めなさい。

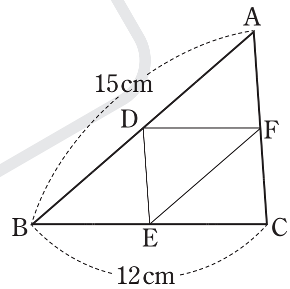
解き方　(1)　中点連結定理により，$MN=\frac{1}{2}BC$ であるから　$BC=2MN=2\times7=14$(cm)　答 **14 cm**

(2)　△ABC で，$\angle ACB=180^\circ-(55^\circ+40^\circ)=85^\circ$

中点連結定理により，$MN /\!/ BC$ であるから　$\angle ANM=\angle ACB=85^\circ$ ← 同位角は等しい。　答 85°

確認問題3　次の問いに答えなさい。

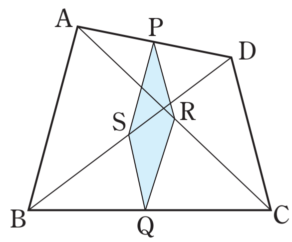
(1)　右の図の△ABC で，D，E，F はそれぞれ辺 AB，BC，CA の中点である。AB＝15 cm，BC＝12 cm のとき，次の問いに答えなさい。



□①　CA＝9 cm のとき，△DEF の周の長さを求めなさい。

□②　∠ADF＝45° のとき，∠BEF の大きさを求めなさい。

(2)　右の図の四角形 ABCD で，辺 AD，BC の中点をそれぞれ P，Q とし，対角線 AC，BD の中点をそれぞれ R，S とするとき，次の問いに答えなさい。



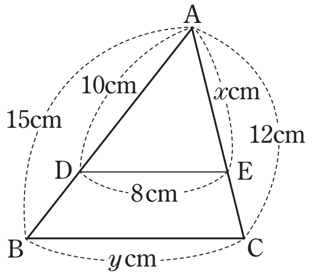
□①　四角形 PSQR はどんな四角形になるか答えなさい。

□②　AB＝DC のとき，四角形 PSQR はどんな四角形になるか答えなさい。

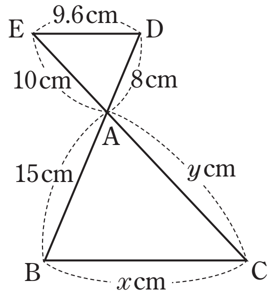
練習問題

1 **［三角形と線分の比の定理①］** 次の図で，DE∥BC のとき，x，y の値を求めなさい。 例題1

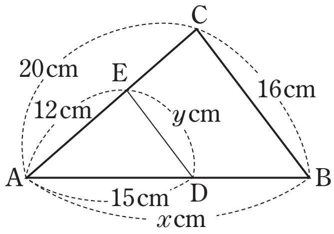
□(1)



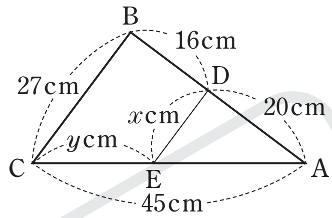
□(2)



□(3)

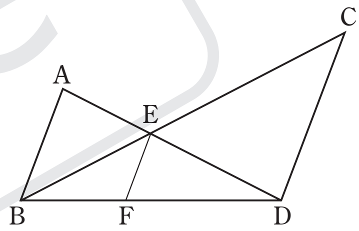


□(4)



2 **［三角形と線分の比の定理②］** 次の問いに答えなさい。 例題1

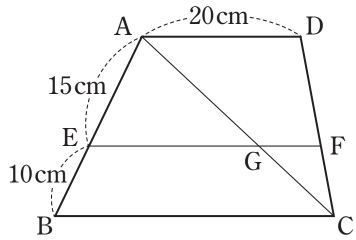
(1) 右の図で，AB，EF，CD が平行で，AB＝25 cm，EF＝15 cm，BD＝55 cm のとき，次の問いに答えなさい。



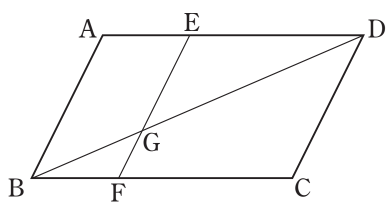
□① FD の長さを求めなさい。

□② CD の長さを求めなさい。

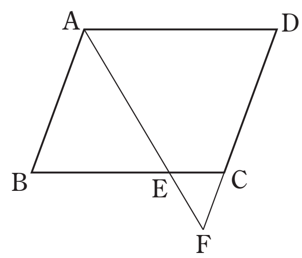
□(2) 右の図の四角形 ABCD は，AD∥BC の台形である。辺 AB，DC 上にそれぞれ点 E，F を EF∥BC となるようにとる。また，G は，AC と EF との交点である。このとき，GF の長さを求めなさい。



□(3) 右の図の▱ABCD で，AB∥EF，G は EF と BD との交点である。AB＝6 cm，AD＝9 cm，BF＝3 cm のとき，EG の長さを求めなさい。

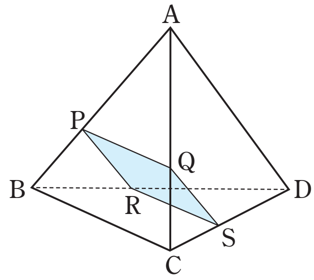


□(4) 右の図の▱ABCD において，E は辺 BC 上の点で，BE:EC＝5:2 である。また，直線 AE と DC との交点を F とする。AD＝21 cm のとき，EC の長さを求めなさい。



3 **[三角形と線分の比の定理の逆]**　右の図で，三角錐 ABCD の 4 辺 AB，AC，DB，DC をそれぞれ 3:2 に分ける点を P，Q，R，S とするとき，次の問いに答えなさい。

例題 2



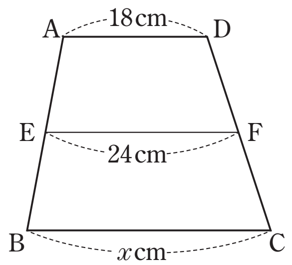
□(1)　BC＝15 cm のとき，PQ の長さを求めなさい。

□(2)　四角形 PQSR はどんな四角形になるか答えなさい。

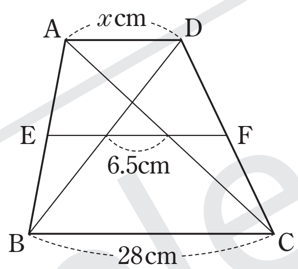
4 **[中点連結定理①]**　次の図で，四角形 ABCD は，AD∥BC の台形で，辺 AB の中点を E とし，E から辺 BC に平行な直線をひき，辺 CD との交点を F とする。このとき，x の値を求めなさい。

例題 3

□(1)

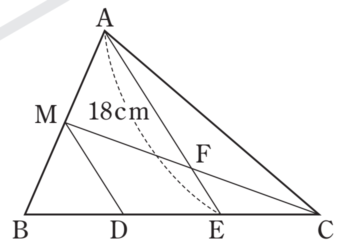


□(2)



5 **[中点連結定理②]**　右の図の△ABC で，辺 AB の中点を M，辺 BC を 3 等分する点を D，E とし，AE と CM との交点を F とする。AE＝18 cm のとき，次の問いに答えなさい。

例題 3



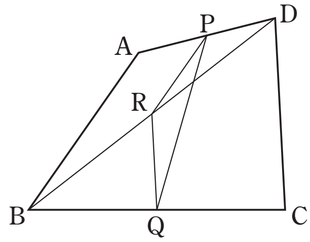
□(1)　MD の長さを求めなさい。

□(2)　AF の長さを求めなさい。

6 **[中点連結定理③]**　右の図で，四角形 ABCD の辺 AD，BC，対角線 BD の中点をそれぞれ P，Q，R とする。AB＝CD のとき，△PRQ は二等辺三角形であることを証明しなさい。

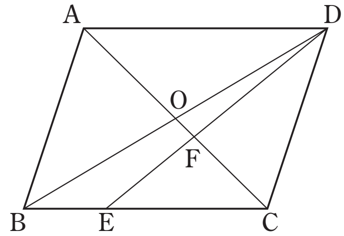
□

例題 3



■ 応用問題 ■

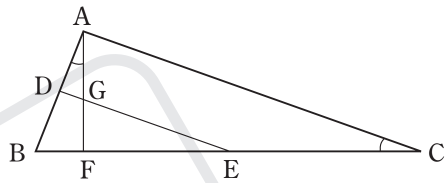
1 右の図の▱ABCD で，対角線 AC と BD との交点を O，辺 BC を 1：2 に分ける点を E，AC と DE との交点を F とする。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1) DF：FE を求めなさい。

□(2) OF：AC を求めなさい。

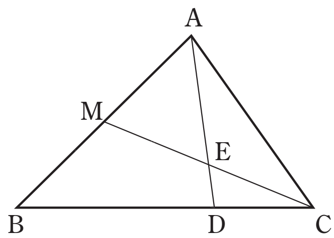
2 右の図の△ABC で，D，E はそれぞれ辺 AB，BC の中点，F は辺 BC 上の点で，∠BAF＝∠BCA，G は AF と DE との交点である。AB＝3 cm，BC＝9 cm のとき，次の問いに答えなさい。



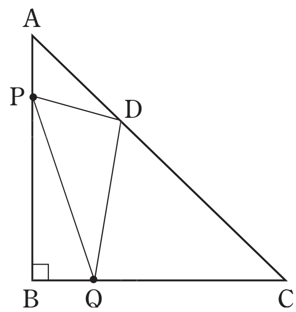
□(1) FE の長さを求めなさい。

□(2) GE の長さは DG の長さの何倍か求めなさい。

3 右の図の△ABC で，辺 AB の中点を M，辺 BC を 2：1 に分ける点を D とし，
□AD と CM との交点を E とする。AD＝24 cm のとき，AE の長さを求めなさい。



4 右の図のように，AB＝BC＝12 cm，∠B＝90° の直角二等辺三角形 ABC があり，辺 AC 上に AD：DC＝1：2 となるように点 D をとる。辺 AB 上を動く点 P と辺 BC 上を動く点 Q があり，つねに AP＝BQ となるとき，次の問いに答えなさい。



□(1) AP＝3 cm のとき，△APD と△DQC の面積をそれぞれ求めなさい。

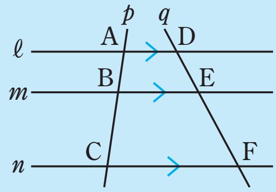
□(2) △DPQ の面積が34 cm^2 となるとき，AP の長さを求めなさい。

平行線と線分の比，相似の利用

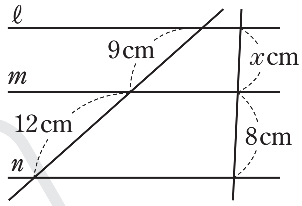
学習1 平行線と線分の比

▶**定理**　平行な３直線 ℓ, m, n に直線 p がそれぞれ点 A, B, C で交わり，
直線 q がそれぞれ点 D, E, F で交わるとき，

AB：BC＝DE：EF



例題1　右の図で，直線 ℓ，m, n が平行であるとき，x の値を求めなさい。



解き方　直線 ℓ，m, n が平行であるから

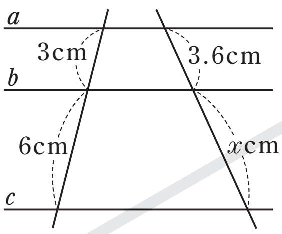
$9:12=x:8$,　$12x=72$,　$x=6$

答　$x=6$

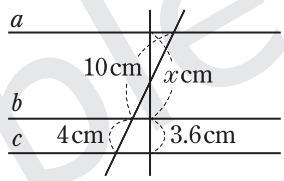
確認問題1　次の問いに答えなさい。

(1)　次の図で，直線 a, b, c, d が平行であるとき，x, y の値を求めなさい。

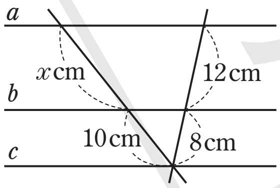
□①



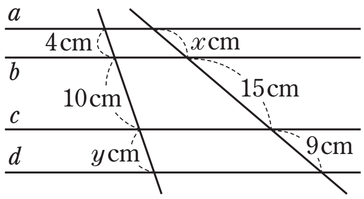
□②



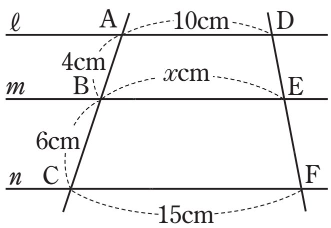
□③



□④



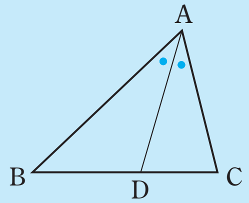
□(2)　右の図で，直線 ℓ，m, n が平行であるとき，x の値を求めなさい。



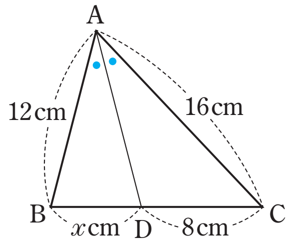
学習2 角の二等分線と線分の比

▶定理　△ABC において，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，

AB：AC=BD：DC



例題2　右の図の△ABC で，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき，x の値を求めなさい。



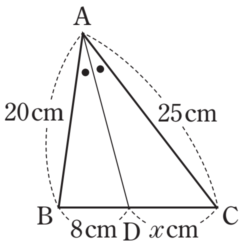
解き方　∠BAD=∠CAD であるから，AB：AC=BD：DC より

12：16=x：8，16x=96，x=6

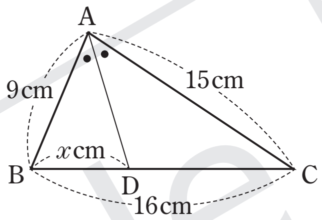
答 $x=6$

確認問題2　次の図の△ABC で，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき，x の値を求めなさい。

□(1)



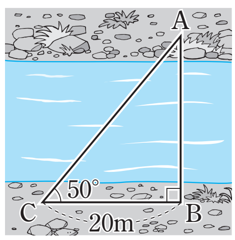
□(2)



学習3 縮図の利用

▶直接には測定できない長さは，縮図を利用して求めることができる。

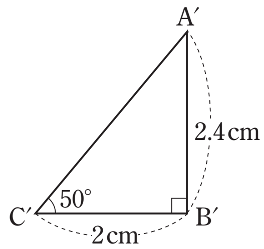
例題3　川をはさんだ 2 地点 A，B 間の距離を求めるために，C 地点を決めて測定したら，右の図のようになった。$\dfrac{1}{1000}$ の縮図をかいて，A，B 間の距離を求めなさい。



解き方　$\dfrac{1}{1000}$ の縮図をかくと，20 m=2000 cm であるから

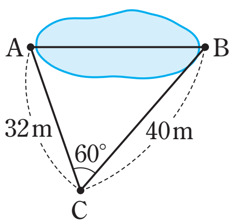
B′C′=2000×$\dfrac{1}{1000}$=2(cm)

右の縮図より　AB=2.4×1000=2400(cm)



答 約24 m

確認問題3　池をはさんだ 2 地点 A，B 間の距
□離を求めるために，C 地点を決めて測定したら，右の図のようになった。$\dfrac{1}{800}$ の縮図をかいて，A，B 間の距離を求めなさい。

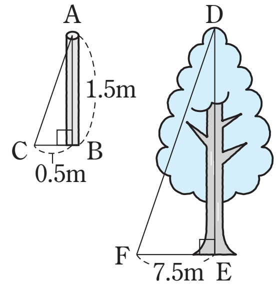


(縮図)

学習4 相似な三角形の利用

▶相似な三角形を利用して，高さを求めることができる。

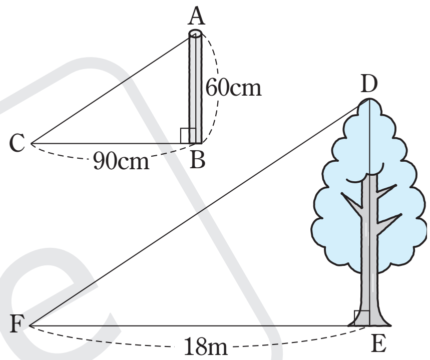
例題4 右の図のように，長さ 1.5m の棒 AB の影 BC が 0.5m であるとき，そばに立っている木 DE の影 EF の長さは 7.5m であった。このとき，この木の高さを求めなさい。



解き方 △ABC ∽△DEF であるから，AB：DE＝BC：EF が成り立つ。
この木の高さを x m とすると　1.5：x＝0.5：7.5，0.5x＝11.25，x＝22.5

答 **22.5m**

確認問題 4 右の図のように，長さ60cm の棒 AB の影 BC が90cm であるとき，そばに立っている木 DE の影 EF の長さは18m であった。このとき，この木の高さを求めなさい。



学習5 相似の利用

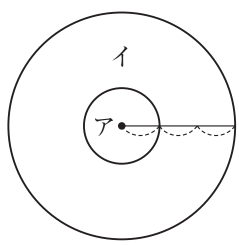
▶相似な図形の性質を利用して，身のまわりの問題を考える。

例題5 同じ原材料でつくられている大小 2 種類のブロックがある。これらは相似な立方体の形をしていて，大きいブロックの 1 辺の長さは50cm，小さいブロックの 1 辺の長さは30cm である。これらのブロックが入れ物に入れて売られており，入れ物 A には大きいブロックが 5 個，入れ物 B には小さいブロックが20個入っている。入れ物Aと入れ物Bで値段が同じとき，どちらの入れ物のブロックを買った方がブロックの総体積が大きいか求めなさい。

解き方 大きいブロックと小さいブロックはともに立方体なので，
相似比は，1 辺の長さの比に等しく，50：30＝5：3 であるから，体積の比は　5^3：3^3＝125：27
よって，大きいブロック 1 個の体積を125a とすると，小さいブロック 1 個の体積は27a と表せる。
よって，入れ物 A の総体積は　125a×5＝625a　　入れ物 B の総体積は　27a×20＝540a
したがって，入れ物 A の方が総体積が大きい。

答 **入れ物 A**

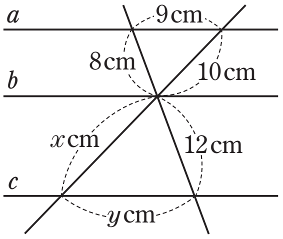
確認問題 5 右の図のように中心が同じ円があり，外側の円の半径は，内側の円の半径の 3 倍になっている。図のアの部分を黄色のペンキで，イの部分を茶色のペンキでそれぞれ塗(ぬ)ると，茶色のペンキは黄色のペンキの何倍必要か求めなさい。



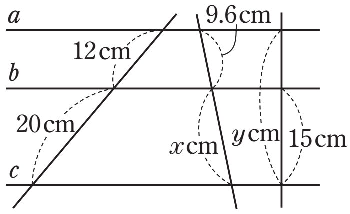
練習問題

1 **[平行線と線分の比①]**　次の図で，直線 a，b，c，d が平行であるとき，x，y の値を求めなさい。　例題1

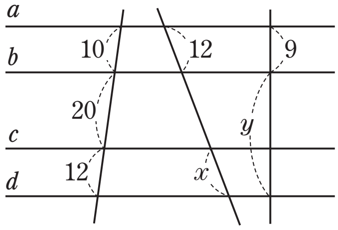
□(1)



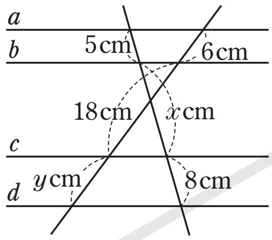
□(2)



□(3)

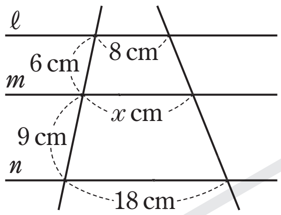


□(4)

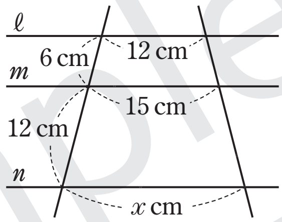


2 **[平行線と線分の比②]**　次の図で，直線 ℓ，m，n が平行であるとき，x の値を求めなさい。　例題1

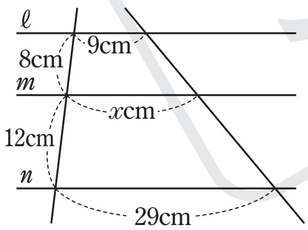
□(1)



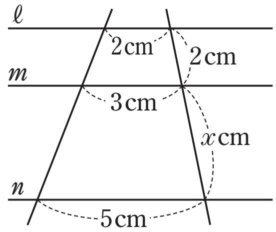
□(2)



□(3)

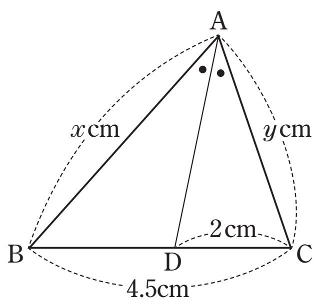


□(4)



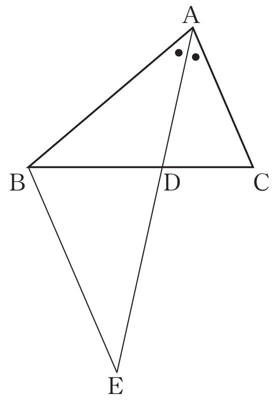
3 **[角の二等分線と線分の比①]**　右の図の△ABC で，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とする。△ABC の周の長さが13.5 cm，BC＝4.5 cm，DC＝2cm のとき，x，y の値を求めなさい。　例題2

□



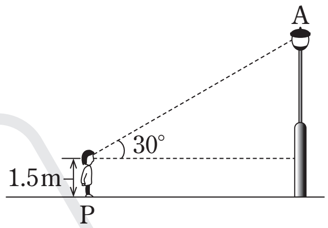
4　**［角の二等分線と線分の比②］**　右の図で，D は△ABC の∠A の二等分線と辺 BC との交点，E は直線 AD と B から AC に平行にひいた直線との交点である。このとき，AB：AC＝BD：DC となることを証明しなさい。

例題 2



5　**［縮図の利用］**　街灯から10m はなれた地点 P から，街灯の先端 A を見上げたら，30° 上に見えた。目の高さを 1.5m として，次の問いに答えなさい。

例題 3



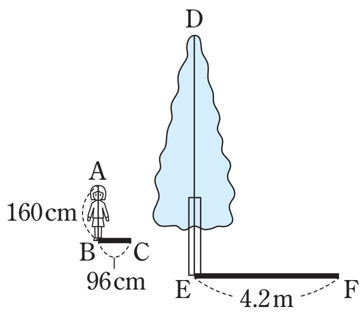
□(1)　$\frac{1}{200}$の縮図をかきなさい。

（縮図）

□(2)　縮図を利用して，街灯の高さを求めなさい。

6　**［相似な三角形の利用］**　右の図のように，身長160cm の生徒の影の長さが 96cm のとき，木の影の長さを測ったら，4.2m あった。生徒の身長を AB，生徒の影の長さを BC，木の影の長さを EF として，木の高さ DE を求めなさい。

例題 4



7　**［相似の利用］**　あるケーキ屋では，円柱形のチーズケーキを売っている。5 号サイズのチーズケーキは直径が 15cm，6 号サイズのチーズケーキは直径が18cm，7 号サイズのチーズケーキは直径が21cm である。チーズケーキの値段は底面積に比例する。5 号サイズのチーズケーキが2250円であるとき，次の問いに答えなさい。

例題 5

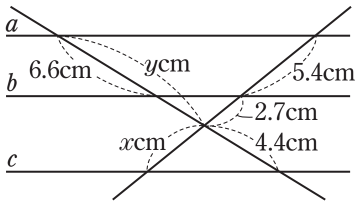
□(1)　6 号サイズのチーズケーキの値段を求めなさい。

□(2)　7 号サイズのチーズケーキの値段を求めなさい。

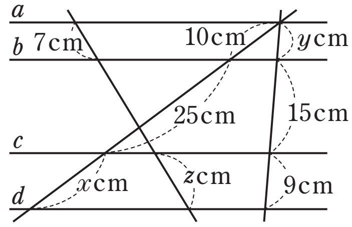
■ 応用問題 ■

1 次の図で，直線 a，b，c，d が平行であるとき，x，y，z の値を求めなさい。

□(1)

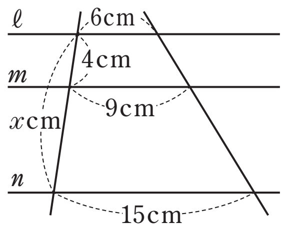


□(2)

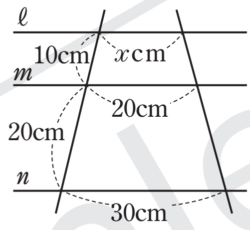


2 次の図で，直線 ℓ，m，n が平行であるとき，x の値を求めなさい。

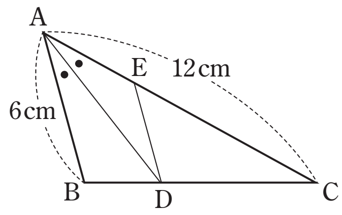
□(1)



□(2)



3 右の図の△ABC で，D，E はそれぞれ辺 BC，AC 上の点で，∠BAD＝∠CAD，ED // AB である。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1) BD＝3cm のとき，辺 BC の長さを求めなさい。

□(2) ED：AB を求めなさい。

難4 右の図 1 のように，円錐の容器の内側の面にぴったりつくように球を入れた。□この円錐の容器の底面の半径は 4 cm，母線の長さは12 cm で，円錐の容器の頂点から球の最上部までの長さも12 cm になった。図 2 は，そのときのようすを表している。円錐の容器の厚さは考えないものとして，この球の体積を求めなさい。

図 1

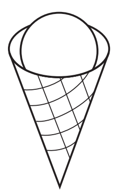
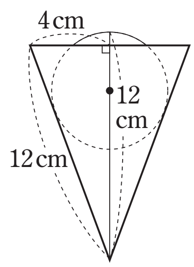


図 2

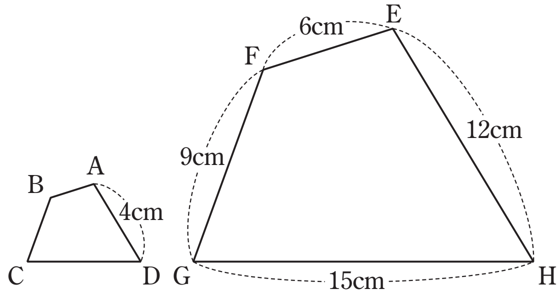


5 章のまとめ

1 相似な図形の性質

▶教科書 P.145～151

右の図で，四角形 ABCD∽四角形 EFGH であるとき，次の問いに答えなさい。



□(1) 四角形 ABCD と 四角形 EFGH の相似比を求めなさい。

□(2) 辺 AB の長さを求めなさい。

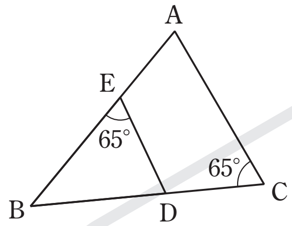
□(3) 辺 CD の長さを求めなさい。

2 三角形の相似条件①

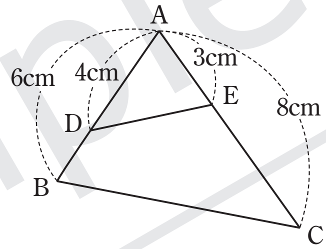
▶教科書 P.152～154

次のそれぞれの図で，相似な三角形の組を見つけ，その関係を記号∽を使って表しなさい。また，そのとき使った相似条件を書きなさい。

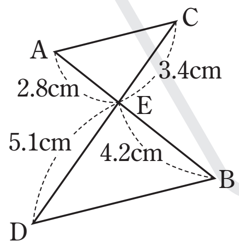
□(1)



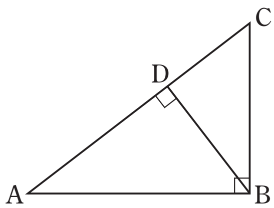
□(2)



□(3)



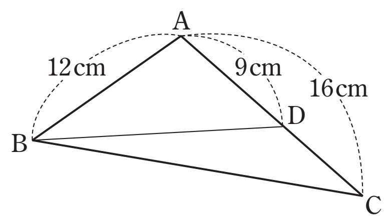
□(4)



3 三角形の相似条件②

▶教科書 P.155

□ 右の図の△ABC で，D は辺 AC 上の点である。AB＝12cm，AD＝9cm，AC＝16cm のとき，△ABC∽△ADB であることを証明しなさい。



4 相似な図形の面積の比　▶教科書 P.156～158

□ 相似な2つの五角形P，Qがあって，PとQの相似比は7：2である。Pの面積が147 cm^2 のとき，Qの面積を求めなさい。

5 相似な立体とその性質　▶教科書 P.159・160

相似な2つの円錐A，Bがあって，AとBの底面の円の半径の比が5：4のとき，次の問いに答えなさい。

□(1)　AとBの表面積の比を求めなさい。

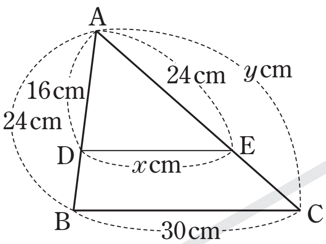
□(2)　Aの体積が750π cm^3 のとき，Bの体積を求めなさい。

6 三角形と比，中点連結定理　▶教科書 P.162～169

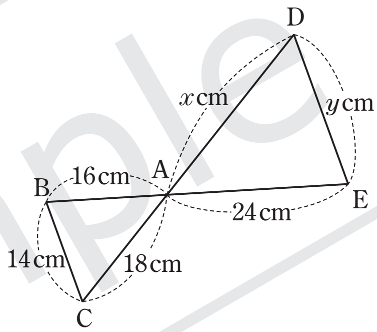
次の問いに答えなさい。

(1)　次の図で，DE∥BCのとき，x，y の値を求めなさい。

□①

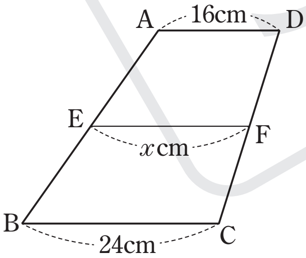


□②

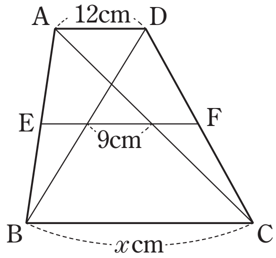


(2)　次の図で，四角形ABCDは，AD∥BC の台形で，辺ABの中点をEとし，Eから辺BCに平行な直線をひき，辺CDとの交点をFとする。このとき，x の値を求めなさい。

□①



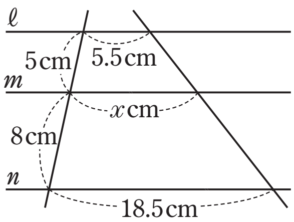
□②



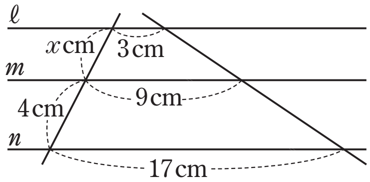
7 平行線と線分の比　▶教科書 P.170・171

次の図で，直線 ℓ，m，n が平行であるとき，x の値を求めなさい。

□(1)



□(2)



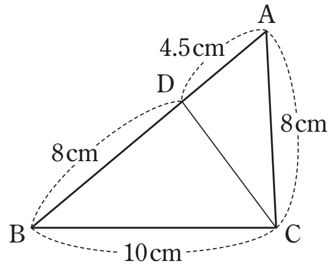
5章 相 似

まとめテスト

得点

／100点

1 右の図の△ABC で，AD＝4.5 cm，DB＝8 cm，BC＝10 cm，AC＝8 cm のとき，次の問いに答えなさい。〈6 点× 2〉

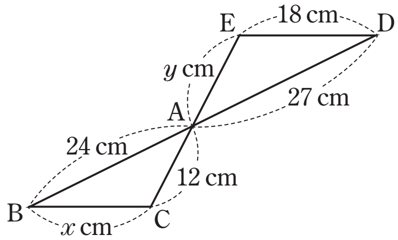


□(1) 相似な三角形を記号∽を使って表しなさい。また，そのとき使った相似条件を書きなさい。

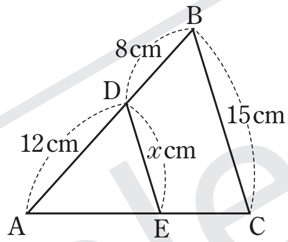
□(2) CD の長さを求めなさい。

2 次の図で，DE∥BC のとき，x，y の値を求めなさい。〈6 点× 3〉

□(1)

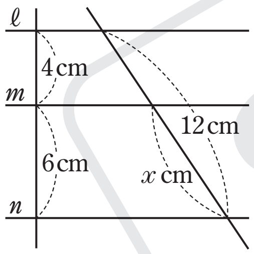


□(2)

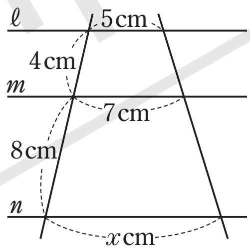


3 次の図で，直線 ℓ，m，n が平行であるとき，x の値を求めなさい。〈6 点× 2〉

□(1)

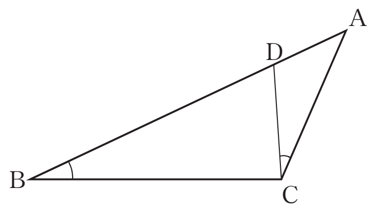


□(2)



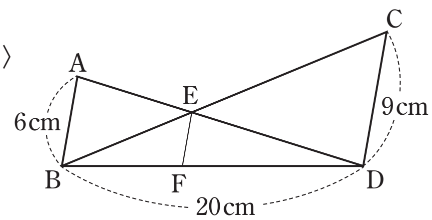
4 右の図で，∠ABC＝∠ACD，AB＝8cm，BC＝6cm，CA＝4cm のとき，

□BD の長さを求めなさい。〈6 点〉

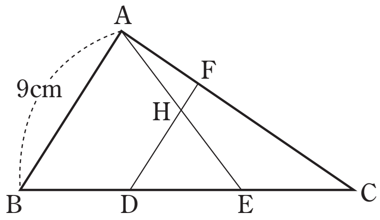


5 右の図で，AB，CD，EF は平行で，AB＝6 cm，CD＝9 cm，BD＝20 cm

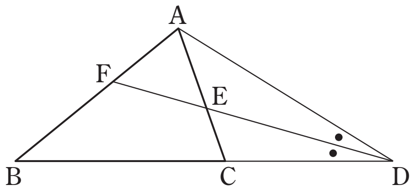
□である。このとき，BF，EF の長さを求めなさい。〈6 点× 2〉



6 右の図のような AB＝9 cm の△ABC がある。D，E は辺 BC を 3 等分する点で，FD∥AB となるように，辺 AC 上に点 F をとる。AE と DF との交点を H とするとき，FH の長さを求めなさい。〈6 点〉



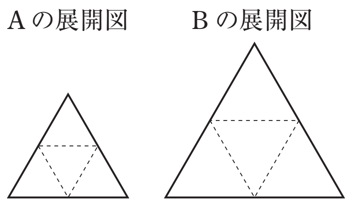
7 右の図のように，△ABC の辺 BC の延長上に，∠CBA＝∠CAD となる点 D をとる。∠ADC の二等分線が辺 AC，AB と交わる点をそれぞれ E，F とする。このとき，次の問いに答えなさい。〈7 点× 2〉



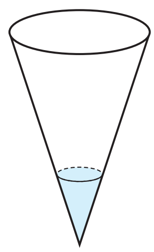
□(1) △ADF∽△CDE となることを証明しなさい。

□(2) AE＝3 cm，EC＝2 cm，CD＝6 cm のとき，BC の長さを求めなさい。

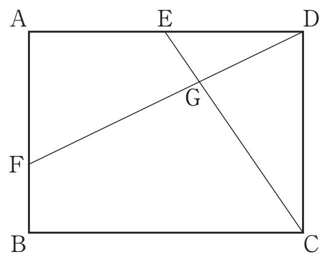
8 右の図は，正四面体 A，B の展開図である。展開図の面積がそれぞれ40 cm^2，90 cm^2 であるとき，正四面体 A の体積は正四面体 B の体積の何倍か求めなさい。〈6 点〉



9 右の図のような円錐形の容器に，水を60 cm^3 入れたら，容器の$\frac{1}{3}$の深さまで水が入った。あと何cm^3 入れたら，水は容器いっぱいになるか求めなさい。〈7 点〉

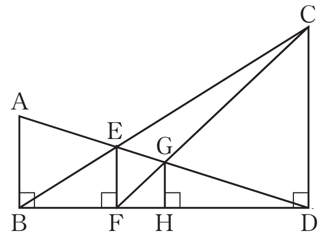


10 右の図の長方形 ABCD で，E は辺 AD の中点である。また，F は辺 AB 上の点で，G は CE と DF との交点である。AB＝6cm，AD＝8cm，AF＝4 cm のとき，四角形 BCGF の面積を求めなさい。〈7 点〉



チャレンジ問題

1 右の図で，AB，CD，EF，GH はすべて BD に垂直である。AB＝6cm，EF＝4cm のとき，次の問いに答えなさい。

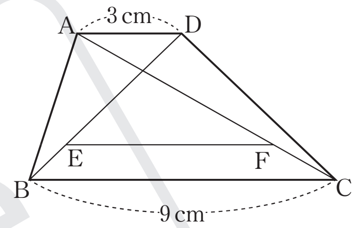


□(1) CD の長さを求めなさい。

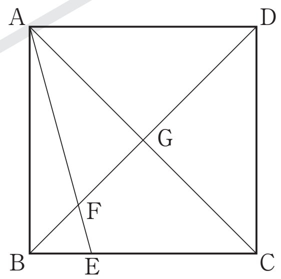
□(2) GH の長さを求めなさい。

2 右の図のように，AD∥BC，AD＝3cm，BC＝9cm の台形 ABCD がある。

□対角線 DB，AC をそれぞれ 3：1 に分ける点を E，F とするとき，EF の長さを求めなさい。



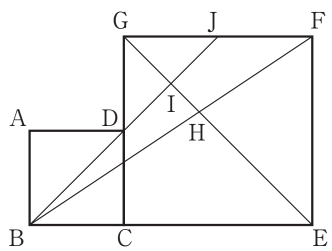
3 右の図で，四角形 ABCD は正方形であり，E は辺 BC 上の点で，BE：EC＝1：3 である。また，F，G はそれぞれ DB と AE，AC との交点である。AB＝10cm のとき，次の問いに答えなさい。



□(1) FE の長さは AF の長さの何倍か求めなさい。

□(2) △AFG の面積を求めなさい。

4 右の図の四角形 ABCD，CEFG は 1 辺の長さがそれぞれ 2cm，4cm の正方形で，3 点 B，C，E は一直線上にある。BF と EG との交点を H，BD の延長と EG，FG との交点をそれぞれ I，J とする。このとき，次の問いに答えなさい。



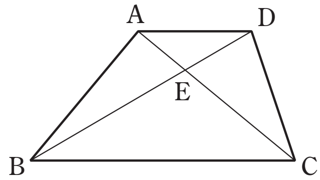
□(1) GI：IH を求めなさい。

□(2) △FGH の面積は△GIJ の面積の何倍か求めなさい。

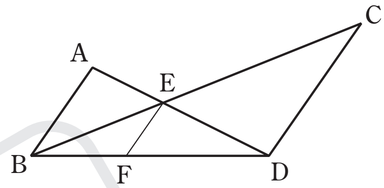
思考力 ― 実践力 をのばす問題

1 次の問いに答えなさい。

□(1) 図で，四角形 ABCD は AD∥BC の台形，E は線分 AC と DB との交点である。
AD＝6 cm，AE＝3 cm，EC＝7 cm のとき，BC の長さは何 cm か，求めなさい。
〈愛知〉

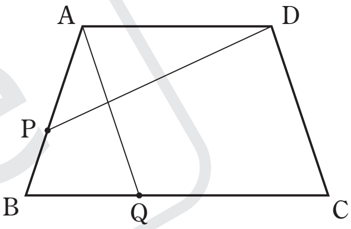


□(2) 右の図で，AB，CD，EF は平行です。AB＝2 cm，CD＝3 cm のとき，
EF の長さを求めなさい。〈埼玉 24〉



2 右の**図 1** で，四角形 ABCD は，AD∥BC，AB＝DC，AD＜BC の台形である。点 P は，辺 AB 上にある点で，頂点 A，頂点 B のいずれにも一致しない。点 Q は，辺 BC 上にある点で，頂点 B，頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 A と点 Q，頂点 D と点 P をそれぞれ結ぶ。次の各問に答えよ。〈東京〉

図 1

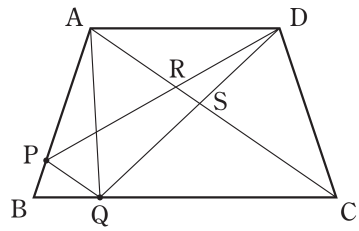


□(1) **図 1** において，AQ∥DC，∠AQC＝110°，∠APD＝a° とするとき，∠ADP の大きさを表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア (140－a)度　**イ** (110－a)度　**ウ** (70－a)度　**エ** (40－a)度

(2) 右の**図 2** は，**図 1** において，頂点 A と頂点 C，頂点 D と点 Q，点 P と点 Q をそれぞれ結び，線分 AC と線分 DP との交点を R，線分 AC と線分 DQ との交点を S とし，AC∥PQ の場合を表している。次の①，②に答えよ。

図 2



□① △ASD ∽ △CSQ であることを証明せよ。

□② 次の$\boxed{}$の中の「**お**」「**か**」「**き**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図 2 において，AP：PB＝3：1，AD：QC＝2：3 のとき，

△DRS の面積は，台形 ABCD の面積の $\dfrac{\boxed{お}}{\boxed{かき}}$ 倍である。