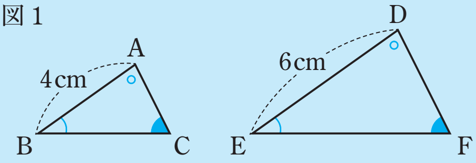
14 相似な図形、三角形の相似条件、相似の利用

学習1 相似な図形

▶１つの図形を、形を変えずに一定の割合に拡大、または縮小して得られる図形は、もとの図形と**相似**（そうじ）であるという。

▶**相似な図形の性質**　相似な図形では、対応する部分の長さの比はすべて等しく、対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

図１



例　右の図１で、△ABC∽△DEF ならば、

AB：DE＝BC：EF＝CA：FD　　∠A＝∠D、∠B＝∠E、∠C＝∠F

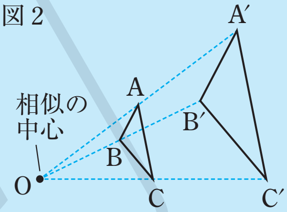
▶相似な図形で対応する部分の長さの比を**相似比**という。

例　右の図１の△ABC と△DEF の相似比は、AB：DE＝4：6＝2：3

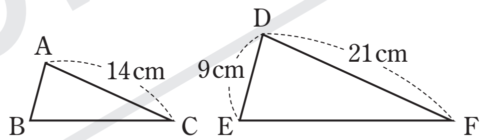
▶右の図２の△ABC と△A′B′C′のように、２つの図形の対応する点どうしを通る直線がすべて１点Ｏに集まり、Ｏから対応する点までの距離の比がすべて等しいとき、それらの図形は、Ｏを**相似の中心**として**相似の位置にある**という。相似の位置にある２つの図形は、相似である。

△ABC∽△A′B′C′　　OA：OA′＝OB：OB′＝OC：OC′

図２



例題1　右の図で、△ABC∽△DEF であるとき、次の問いに答えなさい。



(1)　△ABC と△DEF の相似比を求めなさい。

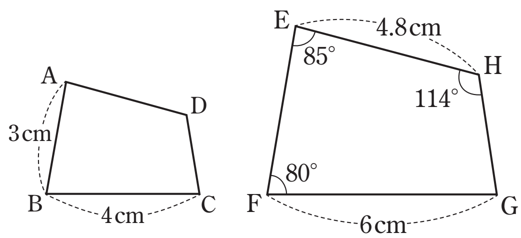
(2)　辺 AB の長さを求めなさい。

解き方　(1)　辺 AC と辺 DF が対応しているから、相似比は AC：DF＝14：21＝2：3　　答 **2：3**

(2)　相似な図形では、対応する辺の比は等しいから、AB＝$x$cm とすると、

x：9＝2：3、3x＝18、x＝6　　比例式の性質　a：b＝m：n　ならば　an＝bm　　答 **6cm**

確認問題1　右の図で、四角形 ABCD∽四角形 EFGH であるとき、次の問いに答えなさい。



□(1)　四角形 ABCD と四角形 EFGH の相似比を求めなさい。

(2)　次の辺の長さを求めなさい。

□①　辺 AD　　　□②　辺 EF

□(3)　∠C の大きさを求めなさい。

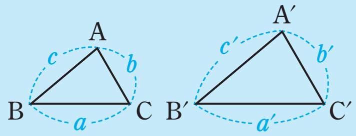
学習2　三角形の相似条件

▶次のどれかが成り立つとき、2つの三角形は相似である。

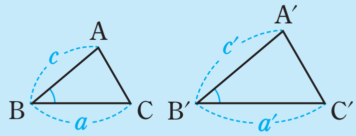
1　3組の辺の比がすべて等しい。

2　2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

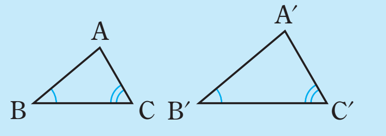
3　2組の角がそれぞれ等しい。



$a : a'=b : b'=c : c'$

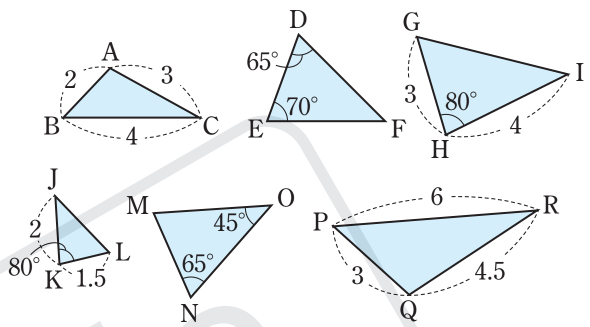


$a : a'=c : c'$、$\angle B=\angle B'$



$\angle B=\angle B'$、$\angle C=\angle C'$

例題2　右の図のなかから、相似な三角形の組を見つけ、記号∽を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。



解き方　●$AB : QP=2 : 3$、$BC : PR=4 : 6=2 : 3$、$CA : RQ=3 : 4.5=2 : 3$　← 相似条件1

答　**△ABC∽△QPR**　3組の辺の比がすべて等しい。

●$\angle D=\angle N=65°$、$\angle M=180°-(65°+45°)=70°$　より、$\angle E=\angle M=70°$　← 相似条件3

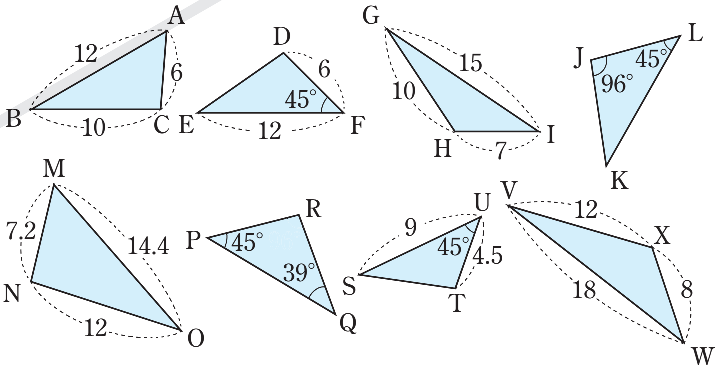
答　**△DEF∽△NMO**　2組の角がそれぞれ等しい。

●$GH : LK=3 : 1.5=2 : 1$、$HI : KJ=4 : 2=2 : 1$、$\angle H=\angle K=80°$　← 相似条件2

答　**△GHI∽△LKJ**　2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

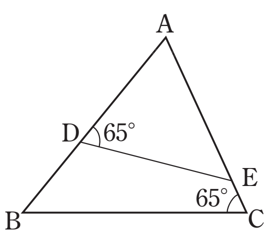
確認問題2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図のなかから、相似な三角形の組を見つけ、記号∽を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

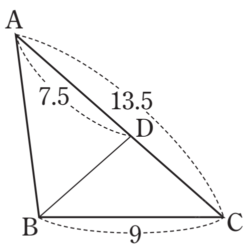


(2)　次のそれぞれの図で、相似な三角形を記号∽を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

□①



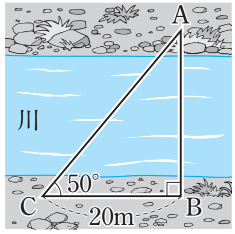
□②



学習3 相似の利用

▶直接には測定できない長さは、縮図を利用して求めることができる。

例題3 川をはさんだ2地点A、B間の距離を求めるために、C地点を決めて測定したら、右の図のようになった。$\frac{1}{1000}$の縮図をかいて、A、B間の距離を求めなさい。

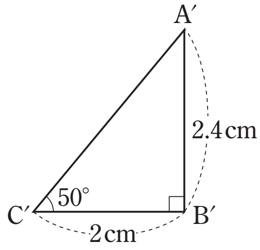


解き方 $\frac{1}{1000}$の縮図をかくと、$20\,\mathrm{m}=2000\,\mathrm{cm}$ だから、

$B'C'=2000\times\frac{1}{1000}=2(\mathrm{cm})$

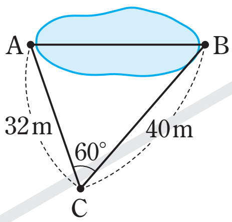
右の縮図より、$AB=2.4\times1000=2400(\mathrm{cm})$

$2400\,\mathrm{cm}=24\,\mathrm{m}$



答 **約24m**

確認問題3 □池をはさんだ2地点A、B間の距離を求めるために、C地点を決めて測定したら、右の図のようになった。$\frac{1}{800}$の縮図をかいて、A、B間の距離を求めなさい。



（縮図）

学習4 誤差と有効数字

▶測定値などの近似値から真の値をひいた差を**誤差**（ごさ）という。（誤差）＝（近似値）－（真の値）

▶近似値を表す数字のうち、信頼できる数字を**有効数字**（ゆうこうすうじ）という。

例題4 測定値3100gの有効数字が3、1、0のとき、（整数部分が1けたの数）×（10の累乗）の形に表しなさい。

解き方 $3100=3.10\times1000=3.10\times10^3$

答 $\mathbf{3.10\times10^3\,g}$

⚠**注意** 0も有効数字なので、3.1×10^3 としない。

確認問題4 次の問いに答えなさい。

□(1) 0.1cm未満を四捨五入して測定値2.4cmを得たとき、真の値をaとして、aの範囲を不等号を使って表しなさい。

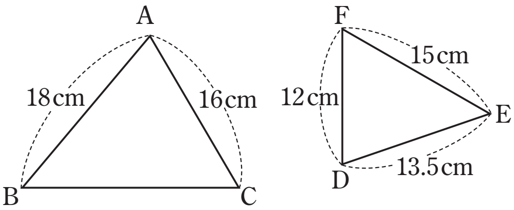
(2) 次の測定値の有効数字が［ ］内の数のとき、（整数部分が1けたの数）×（10の累乗）の形に表しなさい。

□① 720g ［7、2］

□② $54000\,\mathrm{m}^2$ ［5、4、0］

練 習 問 題

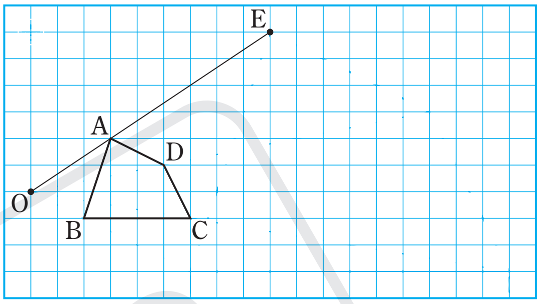
1 ［相似な図形①］ 右の図で、△ABC∽△DEF であるとき、次の問いに答えなさい。 例題 1



□(1) △ABC と △DEF の相似比を求めなさい。

□(2) 辺 BC の長さを求めなさい。

2 ［相似な図形②］ 右の図は、点 O を相似の中心として、頂点 A に対応する点 E を OE＝3OA となるようにとったものである。このとき、次の問いに答えなさい。 例題 1



□(1) 同様にして、点 F、G、H をとり、四角形 ABCD と相似の位置にある四角形 EFGH をかきなさい。

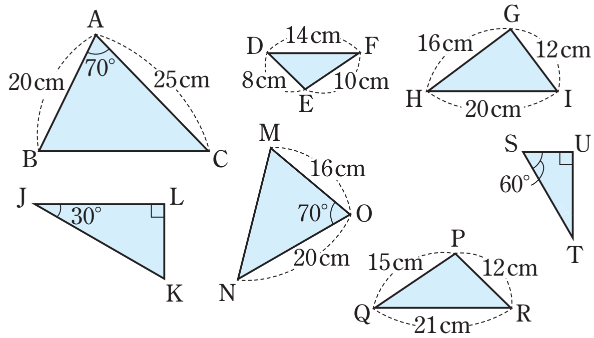
□(2) 辺 AD に対応する辺はどれですか。

□(3) BC＝4 cm のとき、辺 FG の長さを求めなさい。

□(4) ∠G＝60° のとき、∠C の大きさを答えなさい。

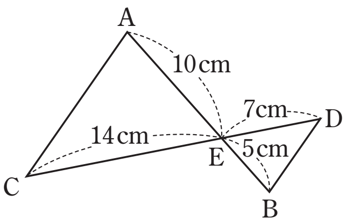
3 ［三角形の相似条件①］ 次の問いに答えなさい。 例題 2

□(1) 右の図のなかから、相似な三角形の組を見つけ、記号∽を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

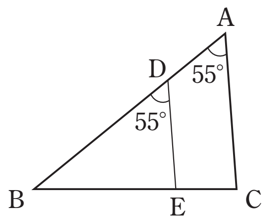


(2) 次のそれぞれの図で、相似な三角形を記号∽を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

□①



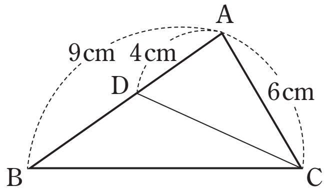
□②



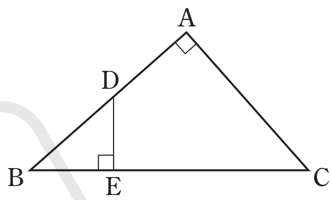
4 ［三角形の相似条件②］　次の問いに答えなさい。

例題 2

□(1)　右の図の△ABC で、D は辺 AB 上の点である。AB＝9 cm、AD＝4 cm、AC＝6 cm　のとき、△ABC∽△ACD　であることを証明しなさい。



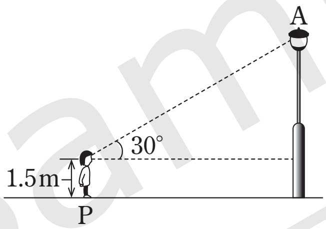
□(2)　右の図で、D、E はそれぞれ ∠A＝90°　の直角三角形 ABC の辺 AB、BC 上の点で、DE⊥BC　である。このとき、△ABC∽△EBD　であることを証明しなさい。



5 ［相似の利用］　次の問いに答えなさい。

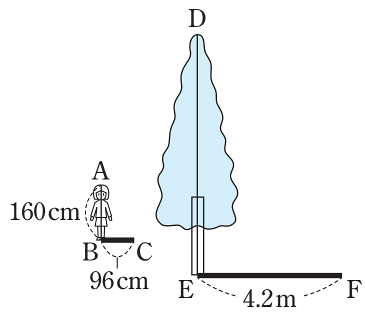
例題 3

□(1)　街灯から10m はなれた地点 P から、街灯の先端 A を見上げたら、30° 上に見えた。目の高さを 1.5m として、縮図をかいて、街灯の高さを求めなさい。



（縮図）

□(2)　右の図のように、身長160cm の生徒の影の長さが96cm のとき、木の影の長さを測ったら、4.2m あった。生徒の身長を AB、生徒の影の長さを BC、木の影の長さを EF として、木の高さ DE を求めなさい。



6 ［誤差と有効数字］　りんごの重さを、最小の目もりが10g のはかりではかったら280g だった。このとき、次の問いに答えなさい。

例題 4

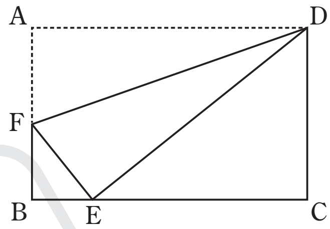
□(1)　このりんごの重さの真の値を a として、a の範囲を不等号を使って表しなさい。

□(2)　この測定値を、（整数部分が 1 けたの数）×（10の累乗）の形に表しなさい。

応用問題

1 3 辺の長さが 9 cm、12 cm、16 cm の三角形がある。この三角形と相似で、2 辺の長さが18 cm、24 cm であるような三角形の残りの辺の長さをすべて求めなさい。

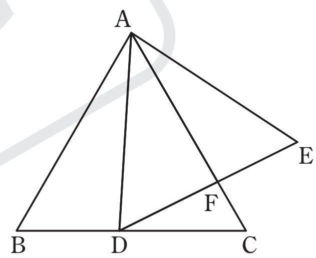
2 右の図は、長方形 ABCD の紙を DF を折り目として、頂点 A が辺 BC 上にくるように折り返したもので、E は頂点 A が移った点である。このとき、次の問いに答えなさい。



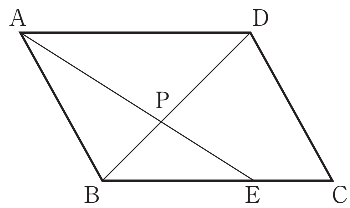
□(1) △BEF と相似な三角形はどの三角形ですか。

□(2) AD＝15 cm、AF＝5 cm、FB＝4 cm のとき、EC の長さを求めなさい。

3 右の図のような正三角形 ABC がある。この正三角形の辺 BC 上に点 D をとり、辺 AD を 1 辺とする正三角形 ADE をつくる。辺 AC と DE との交点を F とするとき、△ABD∽△AEF であることを証明しなさい。



4 右の図の▱ABCD で、E は辺 BC 上の点で BE＝2EC である。また、P は AE と BD との交点である。▱ABCD の面積が30 cm^2 のとき、△PBE の面積を求めなさい。



難 **5** 右の図 1 のように、円錐の容器の内側の面にぴったりつくように球を入れた。この円錐の容器の底面の半径は 4 cm、母線の長さは12 cm で、円錐の容器の頂点から球の最上部までの長さも12 cm になった。図 2 は、そのときのようすを表している。円錐の容器の厚さは考えないものとして、この球の体積を求めなさい。

図 1

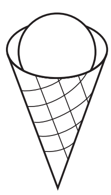
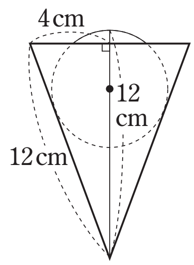


図 2



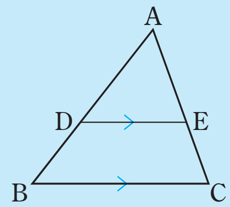
15 三角形と比

学習1　三角形と比の定理

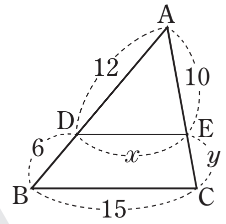
▶定理　△ABC の辺 AB、AC 上の点をそれぞれ D、E とするとき

[1]　DE∥BC　ならば　AD：AB＝AE：AC＝DE：BC

[2]　DE∥BC　ならば　AD：DB＝AE：EC



例題1　右の図で、DE∥BC とするとき、x、y の値を求めなさい。



解き方

AD：AB＝DE：BC

$12:(12+6)=x:15$

$18x=180$

$x=10$

AD：DB＝AE：EC

$12:6=10:y$

$12y=60$

$y=5$

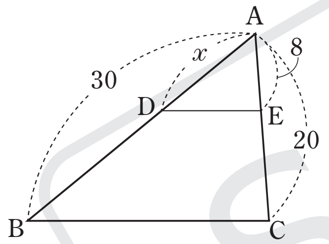
〈比例式の性質〉
$a:b=m:n$　ならば
$an=bm$

答　$x=10$、$y=5$

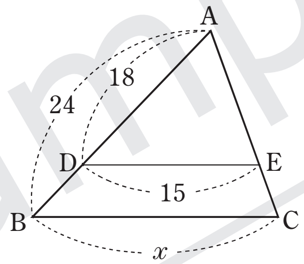
確認問題 1　次の問いに答えなさい。

(1)　次の図で、DE∥BC とするとき、x の値を求めなさい。

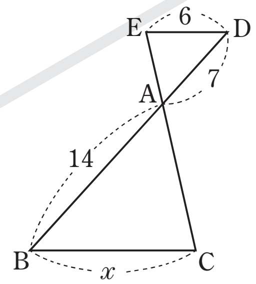
□①



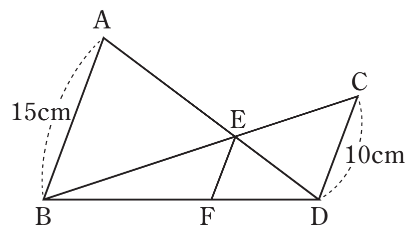
□②



□③



(2)　右の図で、AB、EF、CD が平行であるとき、次の問いに答えなさい。



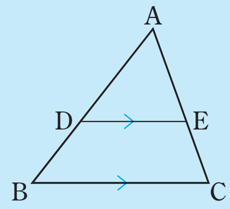
□①　AE：ED を求めなさい。

□②　ED：AD を求めなさい。

□③　EF の長さを求めなさい。

学習2 三角形と比の定理の逆

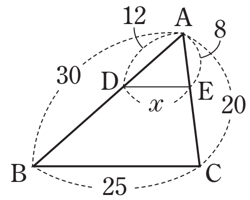
▶**定理**　△ABC の辺 AB、AC 上の点をそれぞれ D、E とするとき



1 AD：AB＝AE：AC　ならば　DE∥BC

2 AD：DB＝AE：EC　ならば　DE∥BC

例題2　右の図の△ABC で、D、E はそれぞれ辺 AB、AC 上の点である。x の値を求めなさい。



解き方　AD：AB＝12：30＝2：5、AE：AC＝8：20＝2：5 より、

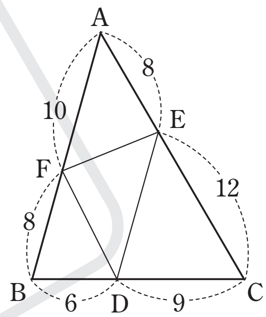
AD：AB＝AE：AC だから、DE∥BC　　よって、DE：BC＝AD：AB

x：25＝2：5、5x＝50、x＝10

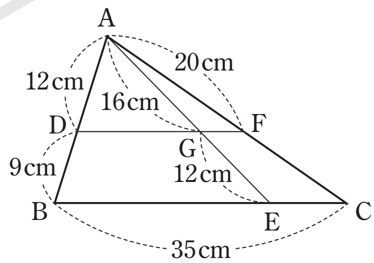
答 x＝10

確認問題2　次の問いに答えなさい。

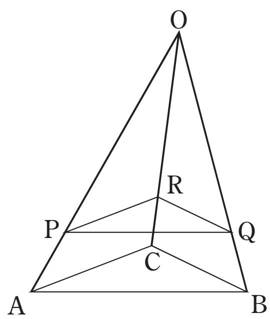
□(1)　右の図で、線分 DE、EF、FD のうち、△ABC の辺に平行なものはどれですか。そのわけも書きなさい。



□(2)　右の図の△ABC で、D、E、F はそれぞれ辺 AB、BC、CA 上の点、G は AE と DF との交点である。このとき、FC、DF の長さを求めなさい。



□(3)　右の図で、直線 AP、BQ、CR は点 O で交わっている。このとき、PR∥AC、QR∥BC ならば、PQ∥AB となることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】　△OAC で、PR∥AC だから

OP：OA＝OR：[　　　　　]　……①

△OBC で、QR∥BC だから

OQ：OB＝OR：[　　　　　]　……②

①、②から

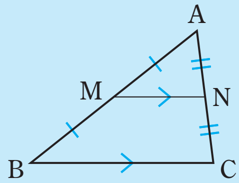
OP：OA＝[　　　　　]：[　　　　　]

したがって　PQ∥AB

学習3 中点連結定理

▶定理　△ABC の 2 辺 AB、AC の中点をそれぞれ M、N とすると、次の関係が成り立つ。

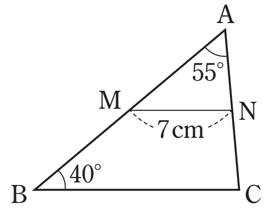
$$MN /\!/ BC \qquad MN=\frac{1}{2}BC$$



例題3　右の図の△ABC で、M、N はそれぞれ辺 AB、AC の中点である。このとき、次の問いに答えなさい。

(1)　BC の長さを求めなさい。

(2)　∠ANM の大きさを求めなさい。



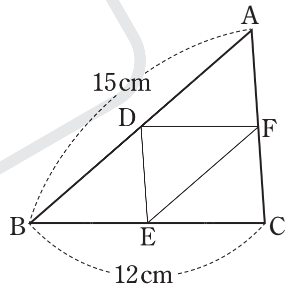
解き方　(1)　中点連結定理より、$MN=\frac{1}{2}BC$ だから、$BC=2MN=2\times7=14$(cm)　　答 **14cm**

(2)　△ABC で、$\angle ACB=180^\circ-(55^\circ+40^\circ)=85^\circ$

中点連結定理より、$MN /\!/ BC$ だから、$\angle ANM=\angle ACB=85^\circ$ ← 同位角は等しい。　　答 **85°**

確認問題 3　次の問いに答えなさい。

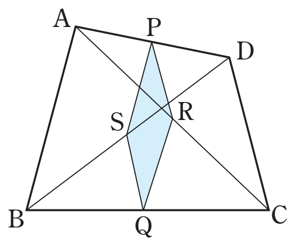
(1)　右の図の△ABC で、D、E、F はそれぞれ辺 AB、BC、CA の中点である。AB＝15cm、BC＝12cm のとき、次の問いに答えなさい。



□①　CA＝9 cm のとき、△DEF の周の長さを求めなさい。

□②　∠ADF＝45° のとき、∠BEF の大きさを求めなさい。

(2)　右の図の四角形 ABCD で、辺 AD、BC の中点をそれぞれ P、Q とし、対角線 AC、BD の中点をそれぞれ R、S とするとき、次の問いに答えなさい。



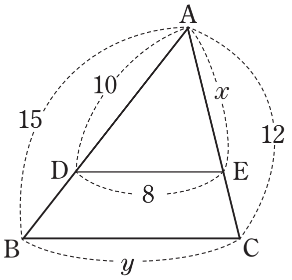
□①　四角形 PSQR はどんな四角形になりますか。

□②　AB＝DC のとき、四角形 PSQR はどんな四角形になりますか。

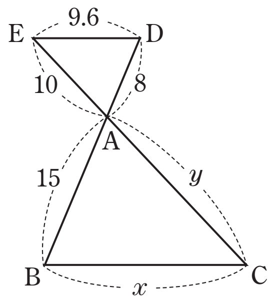
練習問題

1 ［三角形と比の定理①］　次の図で、DE∥BC のとき、x、y の値を求めなさい。　例題1

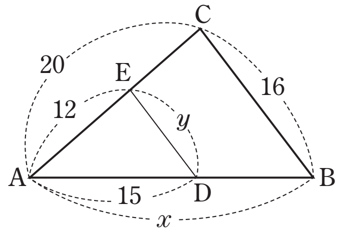
□(1)



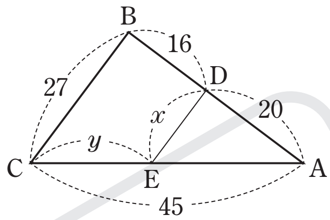
□(2)



□(3)

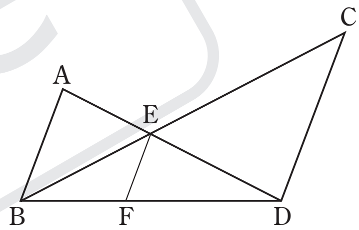


□(4)



2 ［三角形と比の定理②］　次の問いに答えなさい。　例題1

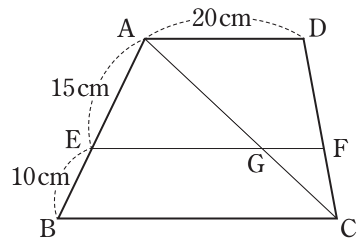
(1)　右の図で、AB、EF、CD が平行で、AB＝25 cm、EF＝15 cm、BD＝55 cm のとき、次の問いに答えなさい。



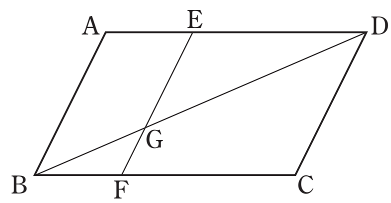
□①　FD の長さを求めなさい。

□②　CD の長さを求めなさい。

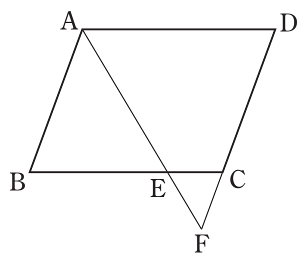
□(2)　右の図の四角形 ABCD は、AD∥BC の台形である。辺 AB、DC 上にそれぞれ点 E、F を EF∥BC となるようにとる。また、G は、AC と EF との交点である。このとき、GF の長さを求めなさい。



□(3)　右の図の▱ABCD で、AB∥EF、G は EF と BD との交点である。AB＝6 cm、AD＝9 cm、BF＝3 cm のとき、EG の長さを求めなさい。

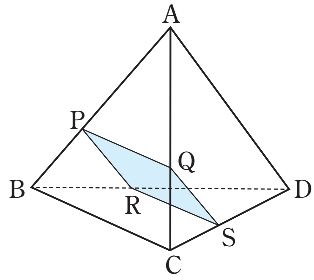


□(4)　右の図の▱ABCD において、E は辺 BC 上の点で、BE:EC＝5:2 である。また、直線 AE と DC との交点を F とする。AD＝21 cm のとき、EC の長さを求めなさい。



3 **［三角形と比の定理の逆］** 右の図で、三角錐 ABCD の 4 辺 AB、AC、DB、DC をそれぞれ 3：2 に分ける点を P、Q、R、S とするとき、次の問いに答えなさい。

例題 2



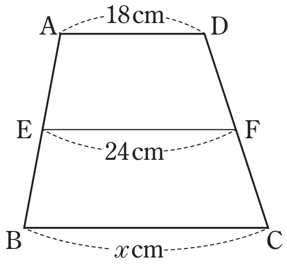
□(1) BC＝15 cm のとき、PQ の長さを求めなさい。

□(2) 四角形 PQSR はどんな四角形になりますか。

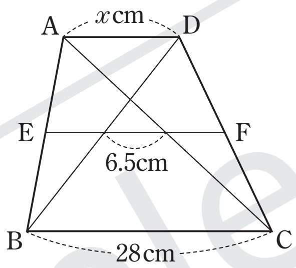
4 **［中点連結定理①］** 次の図で、四角形 ABCD は、AD∥BC の台形で、辺 AB の中点を E とし、E から辺 BC に平行な直線をひき、辺 CD との交点を F とする。このとき、x の値を求めなさい。

例題 3

□(1)

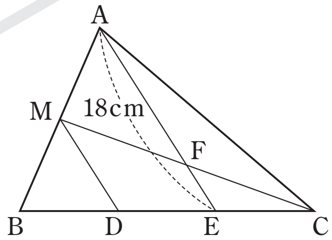


□(2)



5 **［中点連結定理②］** 右の図の△ABC で、辺 AB の中点を M、辺 BC を 3 等分する点を D、E とし、AE と CM との交点を F とする。AE＝18 cm のとき、次の問いに答えなさい。

例題 3



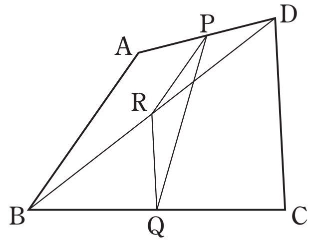
□(1) MD の長さを求めなさい。

□(2) AF の長さを求めなさい。

6 **［中点連結定理③］** 右の図で、四角形 ABCD の辺 AD、BC、対角線 BD の中点をそれぞれ P、Q、R とする。AB＝CD のとき、△PRQ は二等辺三角形であることを証明しなさい。

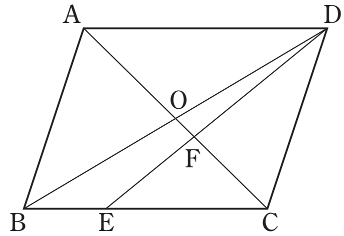
□

例題 3



応用問題

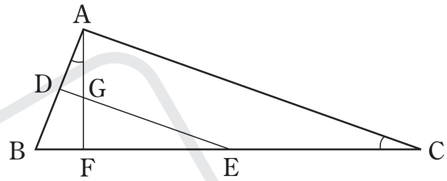
1 右の図の▱ABCD で、対角線 AC と BD との交点を O、辺 BC を 1：2 に分ける点を E、AC と DE との交点を F とする。このとき、次の問いに答えなさい。



□(1) DF：FE を求めなさい。

□(2) OF：AC を求めなさい。

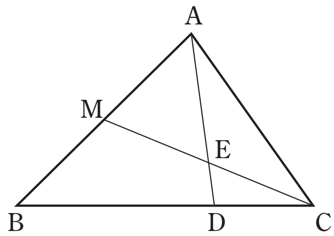
2 右の図の△ABC で、D、E はそれぞれ辺 AB、BC の中点、F は辺 BC 上の点で、∠BAF＝∠BCA、G は AF と DE との交点である。AB＝3 cm、BC＝9 cm のとき、次の問いに答えなさい。



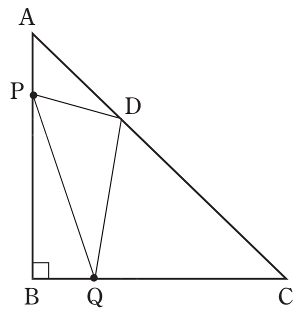
□(1) FE の長さを求めなさい。

□(2) GE の長さは DG の長さの何倍ですか。

3 右の図の△ABC で、辺 AB の中点を M、辺 BC を 2：1 に分ける点を D とし、
□AD と CM との交点を E とする。AD＝24 cm のとき、AE の長さを求めなさい。



4 右の図のように、AB＝BC＝12 cm、∠B＝90° の直角二等辺三角形 ABC があり、辺 AC 上に AD：DC＝1：2 となるように点 D をとる。辺 AB 上を動く点 P と辺 BC 上を動く点 Q があり、つねに AP＝BQ となるとき、次の問いに答えなさい。



□(1) AP＝3 cm のとき、△APD と△DQC の面積をそれぞれ求めなさい。

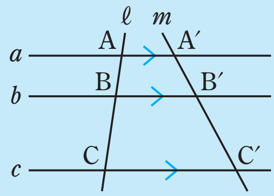
難□(2) △DPQ の面積が34 cm^2 となるとき、AP の長さを求めなさい。

16 平行線と比

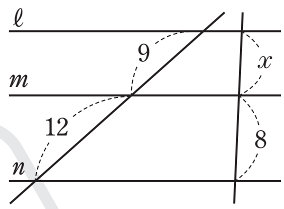
学習1 平行線と比

▶定理　平行な3つの直線 a、b、c が直線 ℓ とそれぞれ A、B、C で交わり、直線 m とそれぞれ A′、B′、C′で交われば

AB：BC＝A′B′：B′C′



例題1　右の図で、直線 ℓ、m、n が平行であるとき、x の値を求めなさい。



解き方　直線 ℓ、m、n が平行であるから

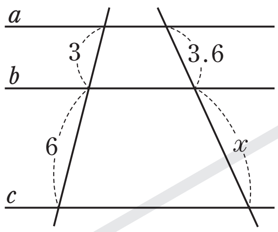
$9：12=x：8$、$12x=72$、$x=6$

答 $x=6$

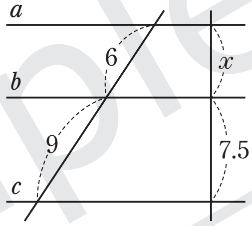
確認問題 1　次の問いに答えなさい。

(1)　次の図で、直線 a、b、c、d が平行であるとき、x、y の値を求めなさい。

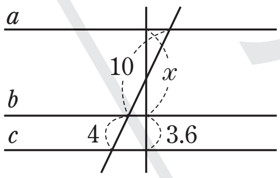
□①



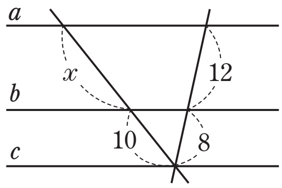
□②



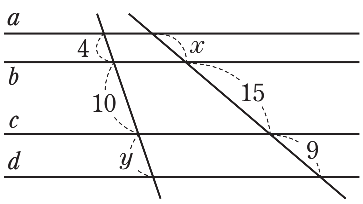
□③



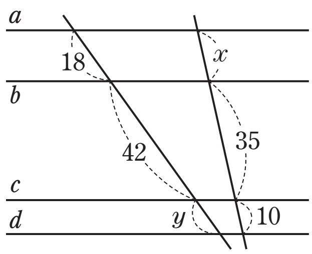
□④



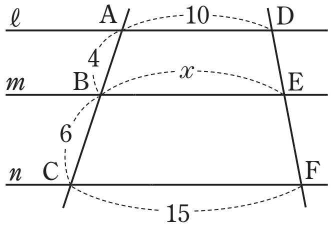
□⑤



□⑥

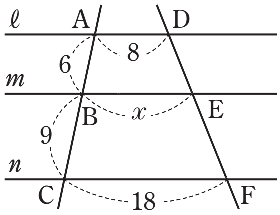


□(2)　右の図で、直線 ℓ、m、n が平行であるとき、x の値を求めなさい。
点 A を通り、直線 DF に平行な直線をひいて求めなさい。

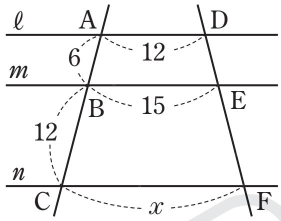


(3)　次の図で、直線 ℓ、m、n が平行であるとき、x の値を求めなさい。

□①



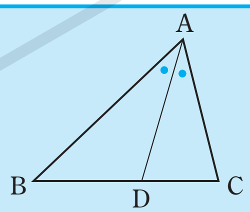
□②



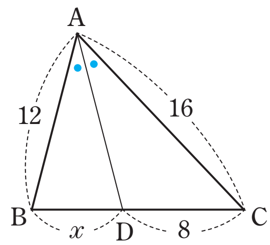
学習2　角の二等分線と線分の比

▶△ABC で、∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると

AB：AC＝BD：DC



例題 2　右の図の△ABC で、∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、x の値を求めなさい。

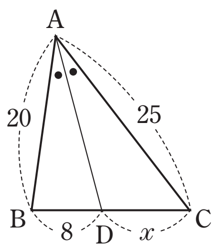


解き方　∠BAD＝∠CAD だから、AB：AC＝BD：DC より、
12：16＝x：8、16x＝96、x＝6

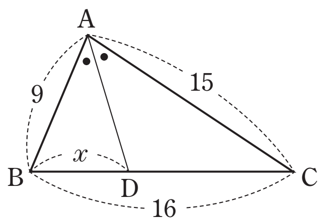
答 $\boldsymbol{x=6}$

確認問題 2　次の図の△ABC で、∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、x の値を求めなさい。

□(1)



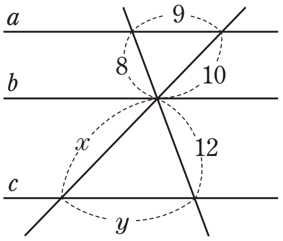
□(2)



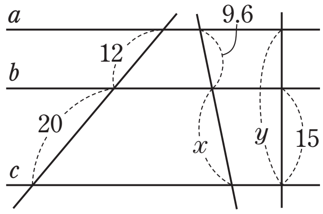
練習問題

1 ［平行線と比①］　次の図で、直線 a、b、c、d が平行であるとき、x、y の値を求めなさい。　例題1

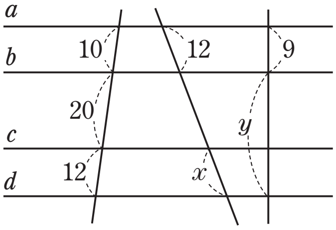
□(1)



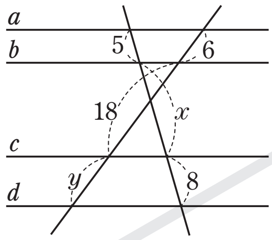
□(2)



□(3)

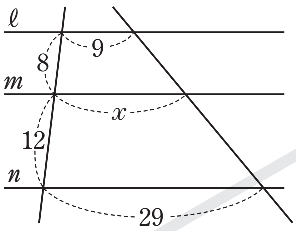


□(4)

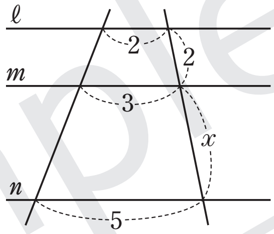


2 ［平行線と比②］　次の図で、直線 ℓ、m、n が平行であるとき、x の値を求めなさい。　例題1

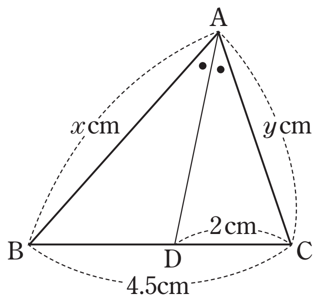
□(1)



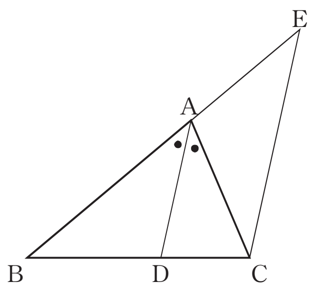
□(2)



3 ［角の二等分線と線分の比①］　右の図の△ABC で、∠A の二等分線と辺 BC と
□の交点を D とする。△ABC の周の長さが13.5 cm、BC＝4.5 cm、DC＝2 cm のとき、
x、y の値を求めなさい。　例題2



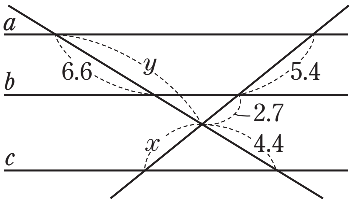
4 ［角の二等分線と線分の比②］　右の図で、D は△ABC の∠A の二等分線と辺 BC
□との交点、E は辺 BA の延長と C から DA に平行にひいた直線との交点である。このとき、AB：AC＝BD：DC となることを証明しなさい。　例題2



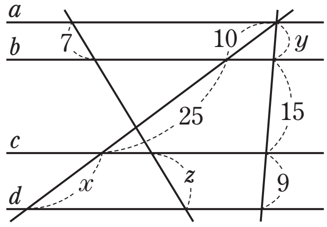
応用問題

1 次の図で、直線 a、b、c、d が平行であるとき、x、y、z の値を求めなさい。

□(1)

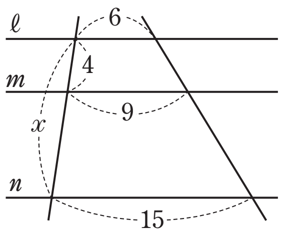


□(2)

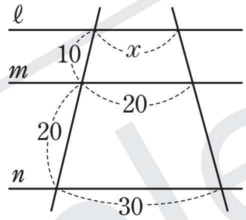


2 次の図で、直線 ℓ、m、n が平行であるとき、x の値を求めなさい。

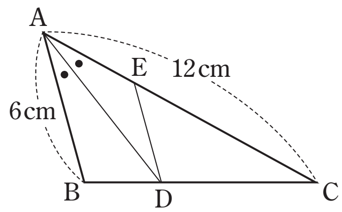
□(1)



□(2)



3 右の図の△ABC で、D、E はそれぞれ辺 BC、AC 上の点で、∠BAD＝∠CAD、ED∥AB である。このとき、次の問いに答えなさい。

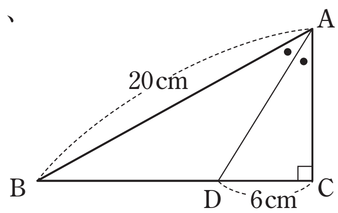


□(1) BD＝3cm のとき、辺 BC の長さを求めなさい。

□(2) ED：AB を求めなさい。

4 右の図で、AD は△ABC の∠A の二等分線である。AB＝20cm、DC＝6cm のとき、

□△ABD の面積を求めなさい。



17 相似な図形の相似比と面積比、相似な立体の表面積の比や体積比

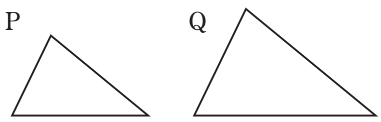
学習1 相似な図形の相似比と面積比

▶相似な平面図形では、周の長さの比は相似比に等しく、面積比は相似比の 2 乗に等しい。

相似比が $m:n$ ならば　周の長さの比は $m:n$

面積比は $m^2:n^2$

例題1 相似な 2 つの図形 P、Q があり、その相似比は 2：3 である。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) P の周の長さが30 cm のとき、Q の周の長さを求めなさい。

(2) Q の面積が54 cm^2 のとき、P の面積を求めなさい。

解き方 (1) Q の周の長さを $x$cm とすると、$\underbrace{30:x}_{\text{周の長さの比}}=\underbrace{2:3}_{\text{相似比}}$、$2x=90$、$x=45$　答 **45 cm**

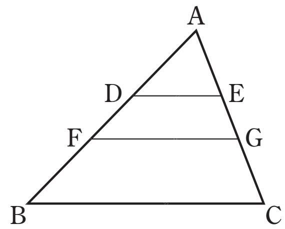
(2) P の面積を $y$cm^2 とすると、$\underbrace{y:54}_{\text{面積比}}=\underbrace{2^2:3^2}_{\text{相似比の2乗}}$、$y:54=4:9$、$9y=216$、$y=24$　答 **24 cm^2**

確認問題1 次の問いに答えなさい。

□(1) 相似な 2 つの図形 A、B があって、A と B の相似比は 4：5 である。B の面積が100 cm^2 のとき、A の面積を求めなさい。

□(2) 相似な 2 つの図形 P、Q があって、周の長さは P が36 cm、Q が30 cm である。P の面積が72 cm^2 のとき、Q の面積を求めなさい。

(3) 右の図で、線分 DE、FG は辺 BC に平行で、AD：DF=3：2、AD=FB とするとき、次の問いに答えなさい。



□① △ADE の周の長さが15 cm のとき、△AFG の周の長さを求めなさい。

□② △ADE の面積が18 cm^2 のとき、四角形 DFGE、四角形 FBCG の面積をそれぞれ求めなさい。

学習 2　相似な立体の表面積の比や体積比

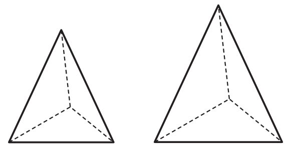
▶相似な立体では、表面積の比は相似比の 2 乗に等しく、体積比は相似比の 3 乗に等しい。

相似比が $m:n$ ならば　　表面積の比は $m^2:n^2$

体積比は　　$m^3:n^3$

例題 2　相似な 2 つの三角錐 P、Q があり、その相似比は 4：5 である。このとき、次の問いに答えなさい。

三角錐P　　三角錐Q



(1)　Q の表面積が $50\,\text{cm}^2$ のとき、P の表面積を求めなさい。

(2)　P の体積が $128\,\text{cm}^3$ のとき、Q の体積を求めなさい。

解き方　(1)　P の表面積を $x\,\text{cm}^2$ とすると、$\underbrace{x:50}_{\text{表面積の比}}=\underbrace{4^2:5^2}_{\text{相似比の2乗}}$、$x:50=16:25$、

$25x=800$、$x=32$

答 **$32\,\text{cm}^2$**

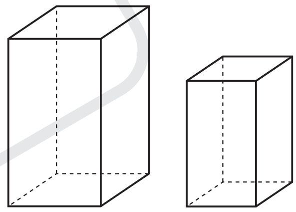
(2)　Q の体積を $y\,\text{cm}^3$ とすると、$\underbrace{128:y}_{\text{体積比}}=\underbrace{4^3:5^3}_{\text{相似比の3乗}}$、$128:y=64:125$、$64y=16000$、$y=250$

答 **$250\,\text{cm}^3$**

確認問題 2　次の問いに答えなさい。

(1)　右の図のように、相似な 2 つの四角柱 P、Q があって、P と Q の相似比は 4：3 である。このとき、次の問いに答えなさい。

四角柱 P　　四角柱 Q

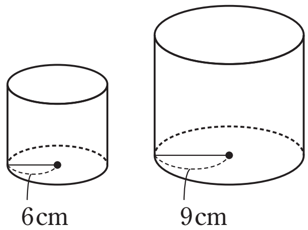


□①　Q の表面積が $135\,\text{cm}^2$ のとき、P の表面積を求めなさい。

□②　P の体積が $192\,\text{cm}^3$ のとき、Q の体積を求めなさい。

(2)　相似な 2 つの円柱 A、B があって、底面の半径は A が 6 cm、B が 9 cm である。このとき、次の問いに答えなさい。

円柱 A　　円柱 B



□①　A の表面積が $240\pi\,\text{cm}^2$ のとき、B の表面積を求めなさい。

□②　B の体積が $432\pi\,\text{cm}^3$ のとき、A の体積を求めなさい。

練習問題

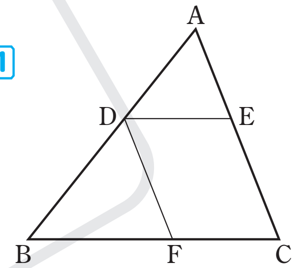
1 **［相似な図形の相似比と面積比①］** 次の問いに答えなさい。 例題1

□(1) 相似な２つの円P、Qがあって、PとQの相似比は３：４である。Pの面積が54π cm^{2}のとき、Qの面積を求めなさい。

□(2) 相似な２つの四角形A、Bがあり、周の長さは、Aが70 cm、Bが112 cmである。Aの面積が275 cm^{2}のとき、Bの面積を求めなさい。

□(3) 相似な２つの△ABC、△DEFがあり、辺ABと対応する辺DEの長さの比は３：８である。△ABCの面積が36 cm^{2}のとき、△DEFの面積を求めなさい。

2 **［相似な図形の相似比と面積比②］** 右の図の△ABCで、DE∥BC、DF∥ACとする。△ADEの面積が36 cm^{2}で、AD：DB＝3：4 のとき、次の問いに答えなさい。 例題1



□(1) △DBFの面積を求めなさい。

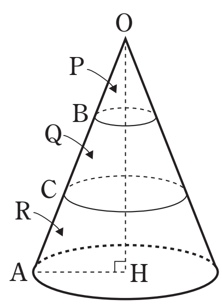
□(2) 四角形DFCEの面積を求めなさい。

3 **［相似な立体の表面積の比や体積比①］** ２つの球A、Bがあって、AとBの半径の比が２：３のとき、次の問いに答えなさい。 例題2

□(1) AとBの表面積の比を求めなさい。

□(2) Bの体積が972π cm^{3}のとき、Aの体積を求めなさい。

4 **［相似な立体の表面積の比や体積比②］** 右の図のような円錐を、母線OAを３等分する点B、Cを通り、底面に平行な平面で切って、３つの立体P、Q、Rに分けるとき、次の問いに答えなさい。 例題2

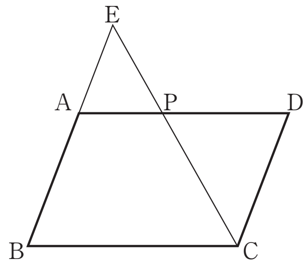


□(1) 立体Pと立体Qの側面積の比を求めなさい。

□(2) OH＝18 cm、AH＝6 cmとするとき、立体Rの体積を求めなさい。

応用問題

1 右の図のように、▱ABCD の辺 AD 上に、AP : PD＝2 : 3 となるような点 P をとり、BA の延長と CP の延長との交点を E とする。このとき、次の問いに答えなさい。



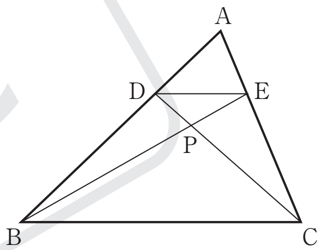
□(1) EA＝6 cm のとき、EB の長さを求めなさい。

□(2) △CDP と△EAP の面積比を求めなさい。

□(3) △EAP の面積が 8 cm^2 のとき、▱ABCD の面積を求めなさい。

2 相似な 2 つの角錐 P、Q があって、底面積は P が27 cm^2、Q が48 cm^2 である。P の体積が81 cm^3 のとき、Q
□の体積を求めなさい。

3 右の図の△ABC で、D、E はそれぞれ辺 AB、AC 上の点で、DE // BC である。DB＝2AD、△PDE＝3 cm^2 のとき、次の問いに答えなさい。

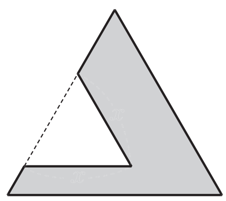


□(1) DE : BC を求めなさい。

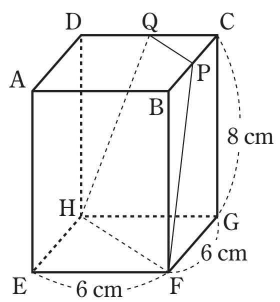
□(2) △DBE の面積を求めなさい。

□(3) △ABC の面積を求めなさい。

難**4** 右の図のように、大きい正三角形から小さい正三角形を取り除いてできた図形がある。
□この図形の面積は、取り除いた正三角形の面積の 3 倍であり、この図形の周の長さは 56 cm である。取り除いた正三角形の 1 辺の長さを求めなさい。



5 右の図のような、EF＝FG＝6 cm、CG＝8 cm の直方体 ABCDEFGH で、P、Q は
□それぞれ辺 BC、CD の中点とする。この直方体を四角形 PQHF で切って 2 つの立体に分けたとき、頂点 C をふくむほうの立体の体積を求めなさい。

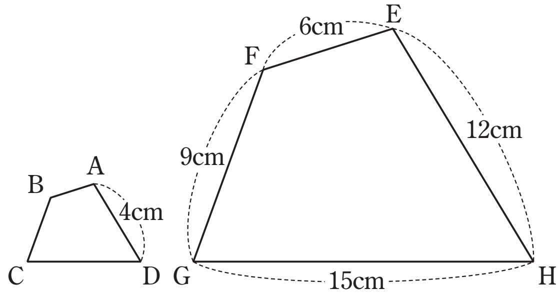


5 章のまとめ

1 相似な図形

▶教科書 P.130 ～ 134

右の図で、四角形 ABCD∽四角形 EFGH であるとき、次の問いに答えなさい。



□(1) 四角形 ABCD と 四角形 EFGH の相似比を求めなさい。

□(2) 辺 AB の長さを求めなさい。

□(3) 辺 CD の長さを求めなさい。

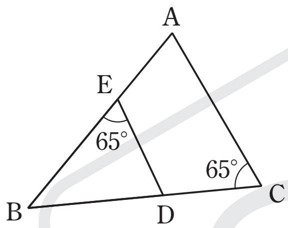
2 三角形の相似条件

▶教科書 P.135 ～ 138

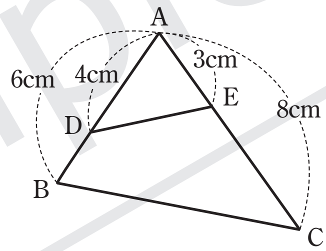
次の問いに答えなさい。

(1) 次のそれぞれの図で、相似な三角形を記号∽を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

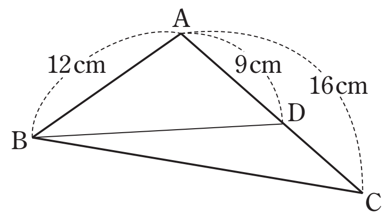
□①



□②



□(2) 右の図の△ABC で、D は辺 AC 上の点である。AB＝12cm、AD＝9cm、AC＝16cm のとき、△ABC∽△ADB であることを証明しなさい。



3 相似の利用

▶教科書 P.139 ～ 141

家から図書館までの道のりを、地図上で最小の目もりが10m の定規ではかったら3420m だった。このとき、次の問いに答えなさい。

□(1) 家から図書館までの道のりの真の値を a として、a の範囲を不等号を使って表しなさい。

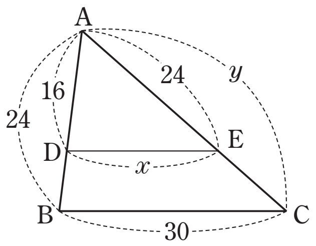
□(2) この測定値を、(整数部分が 1 けたの数)×(10の累乗) の形に表しなさい。

4 三角形と比 ▶教科書 P.144 ～ 148

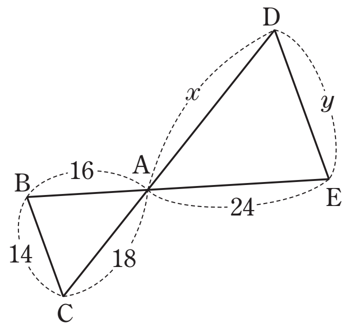
次の問いに答えなさい。

(1) 次の図で、DE∥BC のとき、x、y の値を求めなさい。

□①

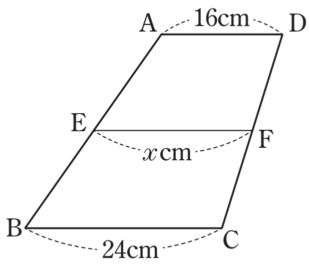


□②

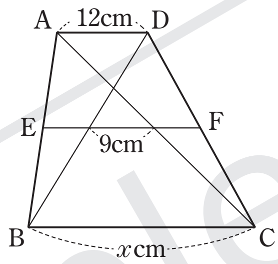


(2) 次の図で、四角形 ABCD は、AD∥BC の台形で、辺 AB の中点を E とし、E から辺 BC に平行な直線をひき、辺 CD との交点を F とする。このとき、x の値を求めなさい。

□①



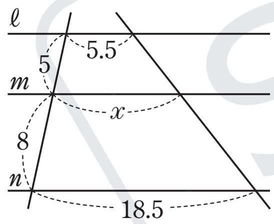
□②



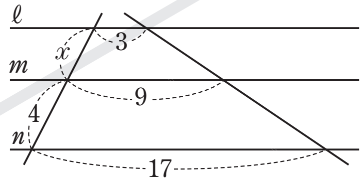
5 平行線と比 ▶教科書 P.151 ～ 153

次の図で、直線 ℓ、m、n が平行であるとき、x の値を求めなさい。

□(1)



□(2)



6 相似な図形の相似比と面積比 ▶教科書 P.156 ～ 158

□ 相似な２つの五角形 P、Q があって、P と Q の相似比は 7：2 である。P の面積が147 cm^2 のとき、Q の面積を求めなさい。

7 相似な立体の表面積の比や体積比 ▶教科書 P.159 ～ 161

相似な２つの円錐 A、B があって、A と B の底面の円の半径の比が 5：4 のとき、次の問いに答えなさい。

□(1) A と B の表面積の比を求めなさい。

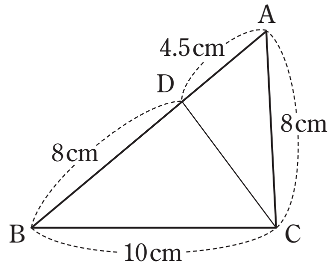
□(2) A の体積が750 π cm^3 のとき、B の体積を求めなさい。

まとめテスト

得点

／100点

1 右の図の△ABC で、AD＝4.5 cm、DB＝8 cm、BC＝10 cm、AC＝8 cm のとき、次の問いに答えなさい。〈6点×2〉

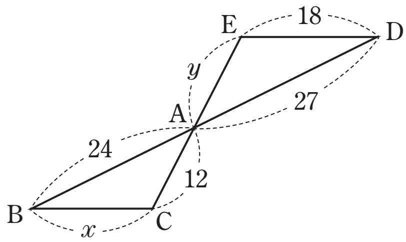


□(1) 相似な三角形を、記号∽を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

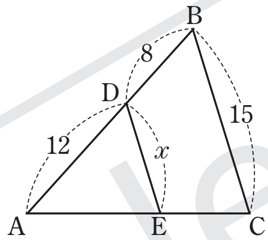
□(2) CD の長さを求めなさい。

2 次の図で、DE∥BC とするとき、x、y の値を求めなさい。〈6点×3〉

□(1)

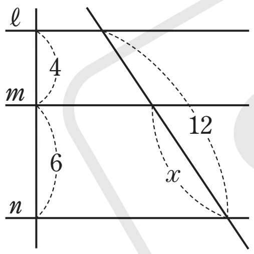


□(2)

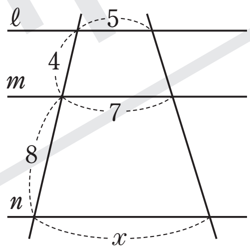


3 次の図で、直線 ℓ、m、n が平行であるとき、x の値を求めなさい。〈6点×2〉

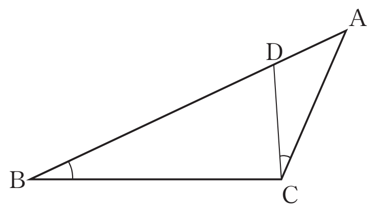
□(1)



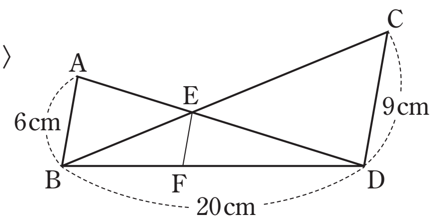
□(2)



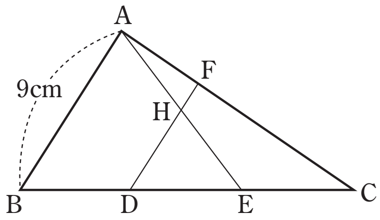
4 右の図で、∠ABC＝∠ACD、AB＝8cm、BC＝6cm、CA＝4cm のとき、
□BD の長さを求めなさい。〈6点〉



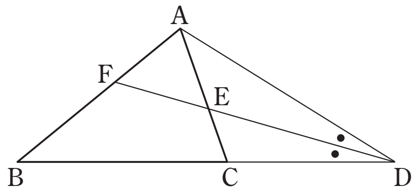
5 右の図で、AB、CD、EF は平行で、AB＝6 cm、CD＝9 cm、BD＝20 cm
□である。このとき、BF、EF の長さを求めなさい。〈6点×2〉



6 右の図のような AB＝9 cm の△ABC がある。D、E は辺 BC を 3 等分する点で、FD∥AB となるように、辺 AC 上に点 F をとる。AE と DF との交点を H とするとき、FH の長さを求めなさい。〈6 点〉



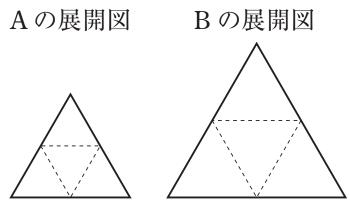
7 右の図のように、△ABC の辺 BC の延長上に、∠CBA＝∠CAD となる点 D をとる。∠ADC の二等分線が辺 AC、AB と交わる点をそれぞれ E、F とする。このとき、次の問いに答えなさい。〈7 点× 2〉



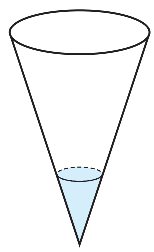
□(1) △ADF∽△CDE となることを証明しなさい。

□(2) AE＝3 cm、EC＝2 cm、CD＝6 cm のとき、BC の長さを求めなさい。

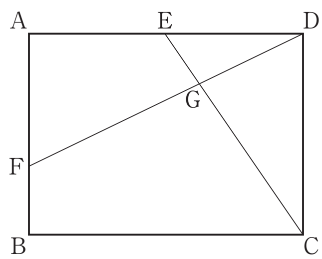
8 右の図は、正四面体 A、B の展開図である。展開図の面積がそれぞれ40 cm²、90 cm² であるとき、正四面体 A の体積は正四面体 B の体積の何倍ですか。〈6 点〉



9 右の図のような円錐形の容器に、水を60 cm³ 入れたら、容器の$\frac{1}{3}$の深さまで水が入った。あと何cm³ 入れたら、水は容器いっぱいになりますか。〈7 点〉

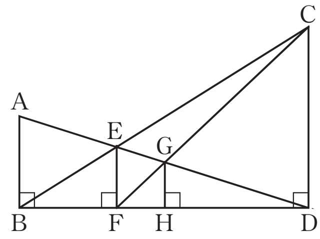


10 右の図の長方形 ABCD で、E は辺 AD の中点である。また、F は辺 AB 上の点で、G は CE と DF との交点である。AB＝6cm、AD＝8cm、AF＝4cm のとき、四角形 BCGF の面積を求めなさい。〈7 点〉



チャレンジ問題

1 右の図で、AB、CD、EF、GH はすべて BD に垂直である。AB＝6cm、EF＝4cm のとき、次の問いに答えなさい。

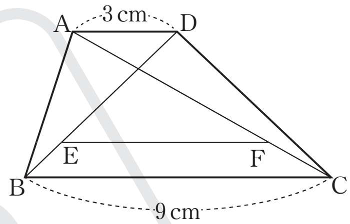


□(1) CD の長さを求めなさい。

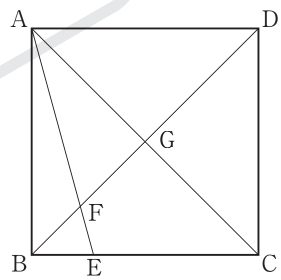
□(2) GH の長さを求めなさい。

2 右の図のように、AD∥BC、AD＝3cm、BC＝9cm の台形 ABCD がある。

□対角線 DB、AC をそれぞれ 3：1 に分ける点を E、F とするとき、EF の長さを求めなさい。



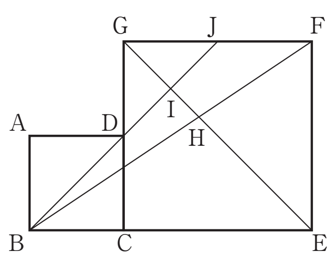
3 右の図で、四角形 ABCD は正方形であり、E は辺 BC 上の点で、BE：EC＝1：3 である。また、F、G はそれぞれ DB と AE、AC との交点である。AB＝10cm のとき、次の問いに答えなさい。



□(1) FE の長さは AF の長さの何倍ですか。

□(2) △AFG の面積を求めなさい。

4 右の図の四角形 ABCD、CEFG は 1 辺の長さがそれぞれ 2cm、4cm の正方形で、3 点 B、C、E は一直線上にある。BF と EG との交点を H、BD の延長と EG、FG との交点をそれぞれ I、J とする。このとき、次の問いに答えなさい。



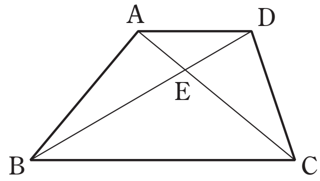
□(1) GI：IH を求めなさい。

□(2) △FGH の面積は△GIJ の面積の何倍ですか。

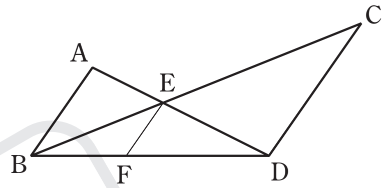
思考力—実践力 をのばす問題

1 次の問いに答えなさい。

□(1) 図で、四角形 ABCD は AD∥BC の台形、E は線分 AC と DB との交点である。AD＝6cm、AE＝3cm、EC＝7cm のとき、BC の長さは何 cm か、求めなさい。〈愛知〉

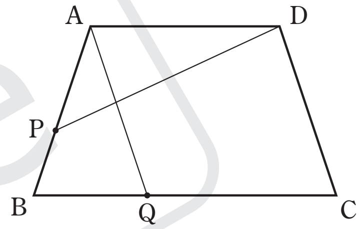


□(2) 右の図で、AB、CD、EF は平行です。AB＝2cm、CD＝3cm のとき、EF の長さを求めなさい。〈埼玉 24〉



2 右の**図1**で、四角形 ABCD は、AD∥BC、AB＝DC、AD＜BC の台形である。点 P は、辺 AB 上にある点で、頂点 A、頂点 B のいずれにも一致しない。点 Q は、辺 BC 上にある点で、頂点 B、頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 A と点 Q、頂点 D と点 P をそれぞれ結ぶ。次の各問に答えよ。〈東京〉

図1

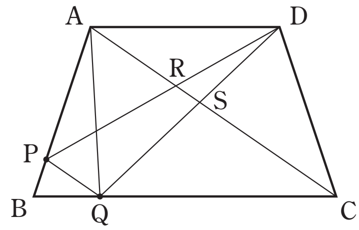


□(1) **図1**において、AQ∥DC、∠AQC＝110°、∠APD＝a° とするとき、∠ADP の大きさを表す式を、次の**ア**～**エ**のうちから選び、記号で答えよ。

ア (140−a)度　**イ** (110−a)度　**ウ** (70−a)度　**エ** (40−a)度

(2) 右の**図2**は、**図1**において、頂点 A と頂点 C、頂点 D と点 Q、点 P と点 Q をそれぞれ結び、線分 AC と線分 DP との交点を R、線分 AC と線分 DQ との交点を S とし、AC∥PQ の場合を表している。次の①、②に答えよ。

図2



□① △ASD ∽ △CSQ であることを証明せよ。

□② 次の $\boxed{}$ の中の「**お**」「**か**」「**き**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図2において、AP：PB＝3：1、AD：QC＝2：3 のとき、

△DRS の面積は、台形 ABCD の面積の $\dfrac{\boxed{お}}{\boxed{かき}}$ 倍である。