14 相似な図形

学習1 相似な図形

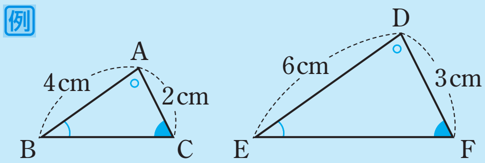
▶**相似**(そうじ)**な図形**　一方が他方を拡大または縮小した関係にある2つの図形。記号∽を用いて △**ABC**∽△**DEF** のように表す。このとき，対応する頂点は同じ順に書く。

▶**相似な図形の性質**

1 対応する線分の長さの比はすべて等しい。

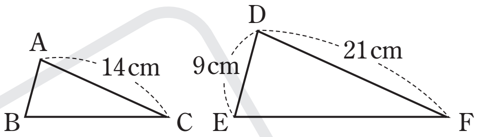
2 対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

例



△ABC∽△DEF(**相似比**(そうじひ)は2：3)
AB：DE＝BC：EF＝CA：FD
∠A＝∠D，∠B＝∠E，∠C＝∠F

例題1　右の図で，△ABC∽△DEF のとき，次の問いに答えなさい。



(1) △ABC と△DEF の相似比を求めなさい。

(2) 辺 AB の長さを求めなさい。

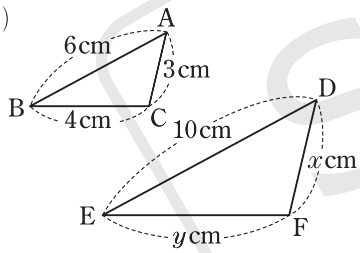
解き方　(1) △ABC∽△DEF だから，AC と DF が対応する。14：21＝2：3　　答 **2：3**

(2) AB：9＝14：21＝2：3 だから，3×AB＝2×9，AB＝6

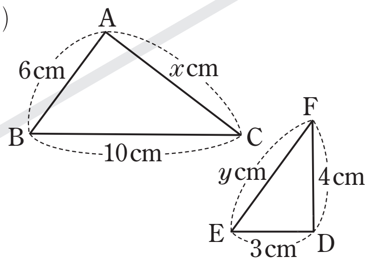
〈別解〉 AB：14＝9：21(＝3：7)として，7×AB＝3×14，AB＝6　　答 **6 cm**

確認問題 1　次の図で，△ABC∽△DEF である。x，y の値を求めなさい。

□(1)



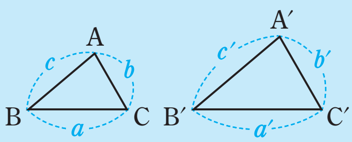
□(2)



学習2 三角形の相似条件

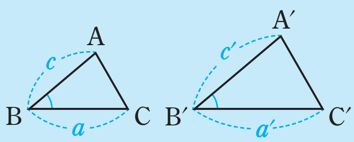
▶ 2つの三角形は，次のどれかが成り立つとき，相似である。

1 3組の辺の比がすべて等しい。



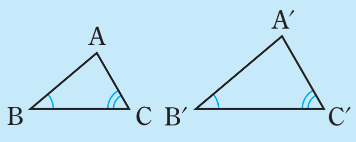
$a：a'＝b：b'＝c：c'$

2 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。



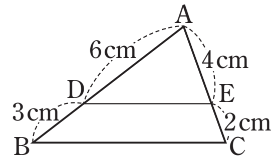
$a：a'＝c：c'$，∠B＝∠B′

3 2組の角がそれぞれ等しい。



∠B＝∠B′，∠C＝∠C′

例題 2　右の図で，相似な三角形を見つけ，記号∽を使って表しなさい。また，そのときに使った相似条件を書きなさい。



解き方　△ABC と△ADE に着目すると，共通な角だから，

∠BAC＝∠DAE ……①　　また，AB＝6＋3＝9(cm)，AC＝4＋2＝6(cm) より，

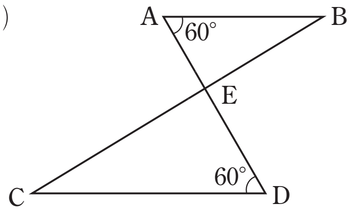
AB：AD＝9：6＝3：2，AC：AE＝6：4＝3：2 だから，AB：AD＝AC：AE ……②

①と②から，「2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。」があてはまる。

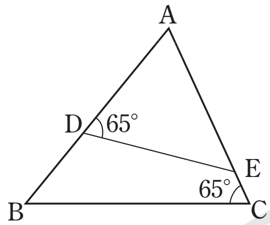
答　**△ABC∽△ADE，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。**

確認問題 2　次の図で，相似な三角形を見つけ，記号∽を使って表し，そのときに使った相似条件を書きなさい。

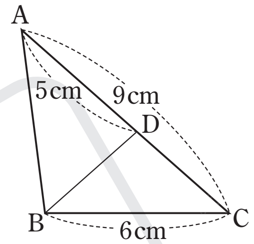
□(1)



□(2)

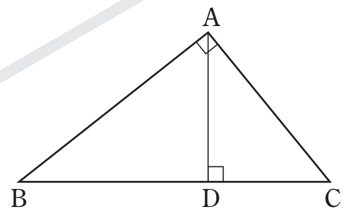


□(3)

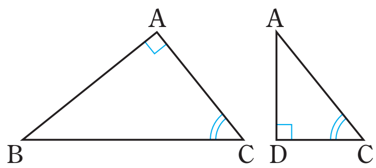


学習 3　三角形の相似条件と証明

例題 3　∠A＝90° である△ABC の頂点 A から斜辺 BC に垂線をひき，辺 BC との交点を D とする。このとき，△ABC∽△DAC であることを証明しなさい。



解き方　△ABC∽△DAC だから，頂点は A と D，B と A，C と C が対応している。長さが与えられていないので，2 つの角に着目する。



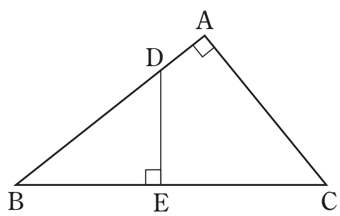
答　**△ABC と△DAC で，仮定から，∠BAC＝∠ADC＝90° ……①**

共通な角だから，∠ACB＝∠DCA ……②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABC∽△DAC

確認問題 3　次の問いに答えなさい。

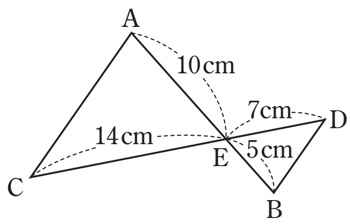
(1)　右の図は，∠A＝90° の△ABC の辺 AB 上の点 D から，斜辺 BC に垂線 DE をひいたものである。次の問いに答えなさい。



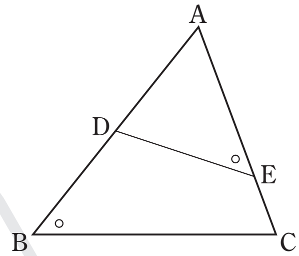
□①　△ABC∽△EBD であることを証明しなさい。

□②　AC＝6cm，BC＝10cm，BD＝5cm のとき，線分 DE の長さを求めなさい。

□(2)　右の図のように，線分 AB と CD が点 E で交わっている。AE＝10 cm，BE＝5 cm，CE＝14 cm，DE＝7 cm のとき，△AEC∽△BED であることを証明しなさい。

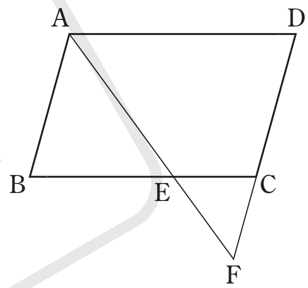


□(3)　右の図で，2 点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上にあり，∠B＝∠AED である。△ABC∽△AED であることを証明しなさい。



(4)　右の図のように，▱ABCD の辺 BC 上に点 E をとり，AE の延長と DC の延長との交点を F とするとき，次の問いに答えなさい。

□①　△ABE∽△FDA であることを証明しなさい。



□②　BE：EC＝3：2 で，AB＝9 cm のとき，CF の長さを求めなさい。

学習4　相似な図形のかき方

▶ 2 つの図形の対応する点を通る直線がすべて 1 点 O を通り，点 O から対応する点までの距離の比がすべて等しいとき，この 2 つの図形は，**相似の位置**にあるといい，点 O を**相似の中心**という。

図 1

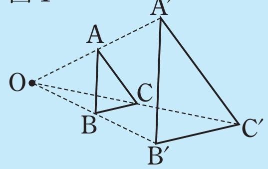
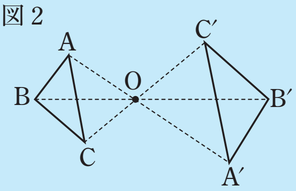


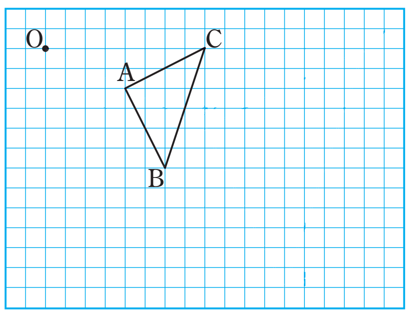
図 2



例題 4　右上の図 1 で，OA＝AA′ のとき，AB：A′B′ を求めなさい。

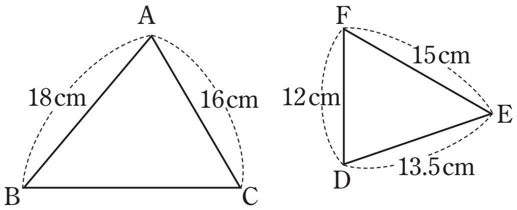
解き方　OA：OA′＝1：2 だから，△A′B′C′ は 2 倍の拡大図になっている。　**答** 1：2

確認問題 4　右の図で，点 O を相似の中心として，△ABC と相似の位置にある△A′B′C′ をかきなさい。ただし，△ABC と△A′B′C′ の相似比を 1：2 とする。
□



練習問題

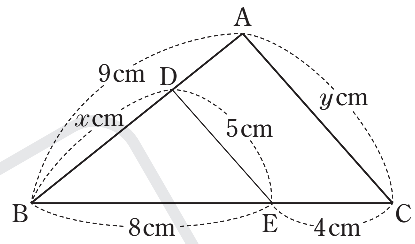
1 ［相似な図形①］　右の図で，△ABC∽△DEF であるとき，次の問いに答えなさい。　例題 1



□(1)　△ABC と △DEF の相似比を求めなさい。

□(2)　辺 BC の長さを求めなさい。

2 ［相似な図形②］　右の図で，△ABC ∽△DBE のとき，次の問いに答えなさい。　例題 1

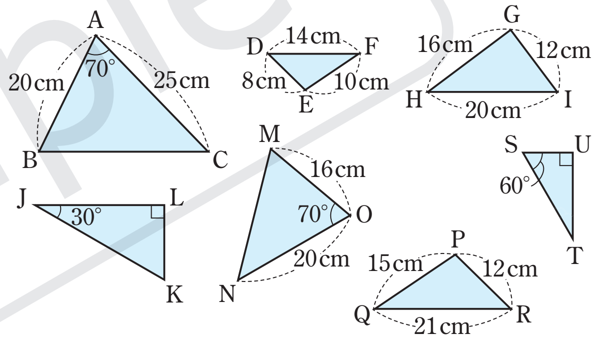


□(1)　△ABC と△DBE の相似比を求めなさい。

□(2)　x，y の値を求めなさい。

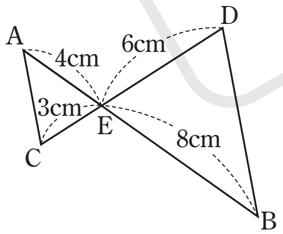
3 ［三角形の相似条件①］　次の問いに答えなさい。　例題 2

□(1)　右の図の中から，相似な三角形の組を見つけ，記号∽を使って表しなさい。また，そのときに使った相似条件を書きなさい。

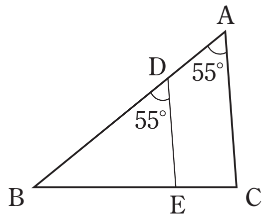


(2)　次のそれぞれの図で，相似な三角形を見つけ，記号∽を使って表しなさい。また，そのときに使った相似条件を書きなさい。

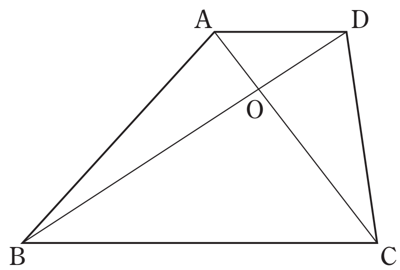
□①



□②



4 ［三角形の相似条件②］　右の図は，AD∥BC の台形 ABCD で，O は対角線の交点である。これについて，次の問いに答えなさい。　例題 2



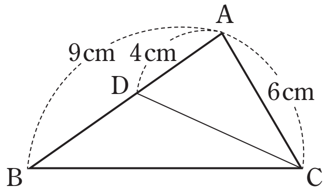
□(1)　相似な三角形を見つけ，記号∽を使って表しなさい。また，そのときに使った相似条件も書きなさい。

□(2)　AD＝5cm，BC＝10cm，AC＝9cm のとき，OC の長さを求めなさい。

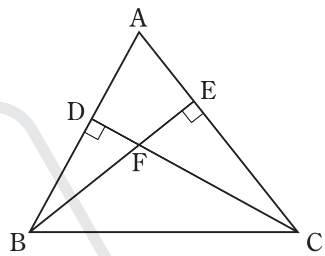
5 [三角形の相似条件と証明]　次の問いに答えなさい。

例題3

□(1)　右の図の△ABC で，D は辺 AB 上の点である。AB＝9 cm，AD＝4 cm，AC＝6 cm のとき，△ABC∽△ACD であることを証明しなさい。

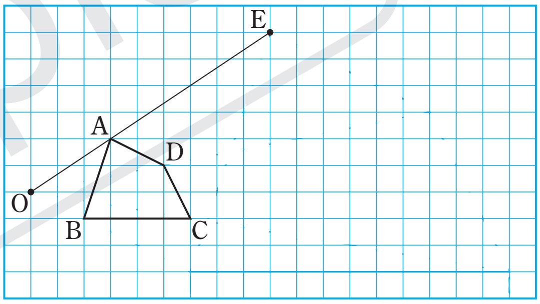


□(2)　右の図で，△ABC の辺 AB，AC 上にそれぞれ AB⊥CD，AC⊥BE となる点 D，E をとる。このとき，△ABE ∽△ACD であることを証明しなさい。



6 [相似な図形のかき方①]　右の図は，点 O を相似の中心として，頂点 A に対応する点 E を OE＝3OA となるようにとったものである。このとき，次の問いに答えなさい。

例題4



□(1)　同様にして，点 F，G，H をとり，四角形 ABCD と相似の位置にある四角形 EFGH をかきなさい。

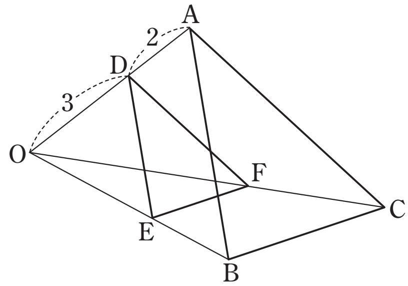
□(2)　辺 AD に対応する辺はどれですか。

□(3)　BC＝4 cm のとき，辺 FG の長さを求めなさい。

□(4)　∠G＝60° のとき，∠C の大きさを答えなさい。

7 [相似な図形のかき方②]　右の図で，△ABC と△DEF は相似の位置にあり，点 O は相似の中心である。OD：DA＝3：2 のとき，次の問いに答えなさい。

例題4

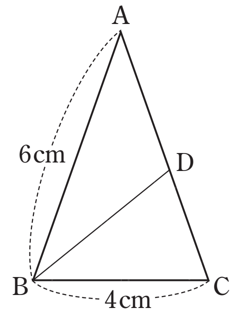


□(1)　△ABC と△DEF の相似比を求めなさい。

□(2)　AB＝10cm のとき，DE の長さを求めなさい。

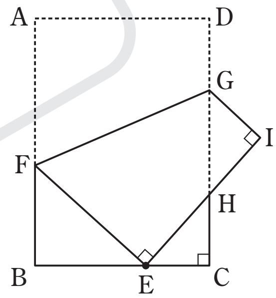
■ 応 用 問 題 ■

1 右の図は AB＝AC の二等辺三角形で，辺 AC 上に BC＝BD となる点 D をとったもので
□ある。AB＝6 cm，BC＝4 cm のとき，DC の長さを求めなさい。



2 3 辺の長さが 9 cm，12 cm，16 cm の三角形がある。この三角形と相似で，2 辺の長さが 18 cm，24 cm である
□ような三角形の残りの辺の長さをすべて求めなさい。

3 右下の図は，長方形 ABCD を頂点 A が辺 BC 上の点 E に移るように折り返したものである。折り目の線分を FG，頂点 D が移った点を I，線分 EI と CG との交点を H とする。次の問いに答えなさい。

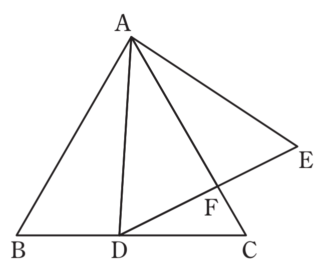


□(1) △CEH ∽ △IGH であることを証明しなさい。

□(2) △BFE ∽ △CEH であることを証明しなさい。

□(3) AB＝8 cm，FB＝3 cm，EH＝3 cm のとき，EC の長さを求めなさい。

4 右の図のような正三角形 ABC がある。この正三角形の辺 BC 上に点 D をとり，
□辺 AD を 1 辺とする正三角形 ADE をつくる。辺 AC と DE との交点を F とする
とき，△ABD∽△AEF であることを証明しなさい。

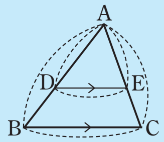


15 平行線と線分の比①

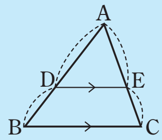
学習1 三角形と比(1)

▶**三角形と比の定理**　三角形の相似から，次のことが成り立つ。(1，2は逆も成り立つ。)

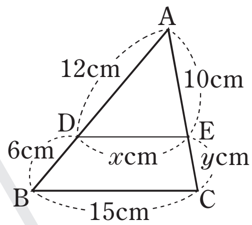
1　DE∥BC ならば
AD：AB=AE：AC=DE：BC



2　DE∥BC ならば
AD：DB=AE：EC



例題1　右の図で，DE∥BC のとき，x，y の値を求めなさい。



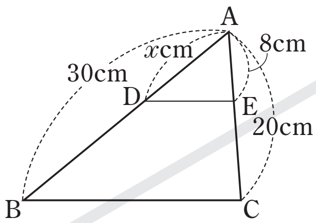
解き方　AD：AB=DE：BC
12：18=x：15，18x=180，
x=10　　**答 x=10**

AD：DB=AE：EC
12：6=10：y，12y=60，
y=5　　**答 y=5**

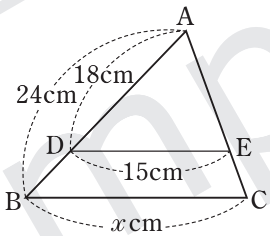
確認問題 1　次の問いに答えなさい。

(1)　次の図で，DE∥BC のとき，x，y の値を求めなさい。

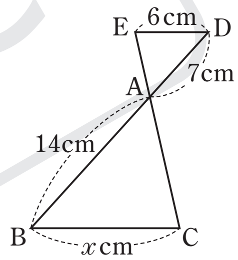
□①



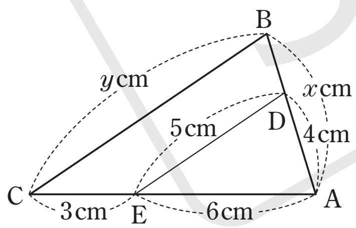
□②



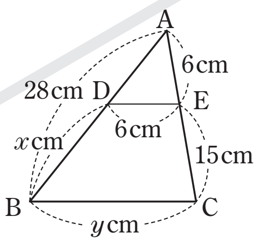
□③



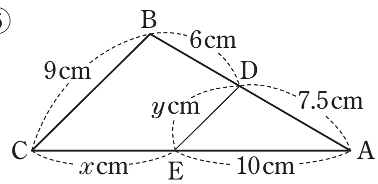
□④



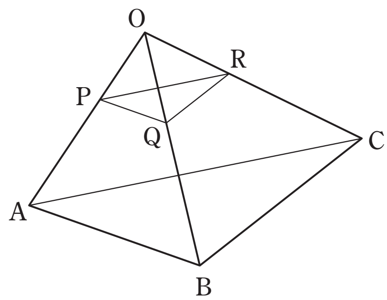
□⑤



□⑥

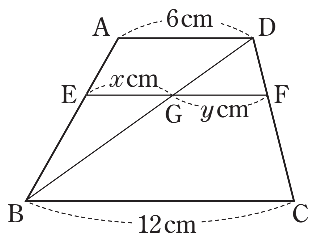


□(2)　右の図で，PQ∥AB，QR∥BC である。このとき，PR∥AC であることを次のように証明した。[　　]をうめなさい。



【証明】　△OAB で，PQ∥AB だから，OP：PA=OQ：QB　……①
△OBC で，QR∥BC だから，
OR：RC=[　　　　]：[　　　　]　……②
①，②より，OP：PA=[　　　　]：[　　　　]
よって，PR∥AC

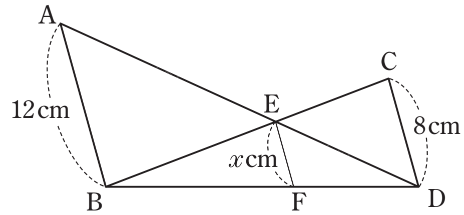
□(3)　右の図の台形 ABCD で，AD // EF // BC である。AE : EB = 1 : 2 のとき，
x，y の値を求めなさい。



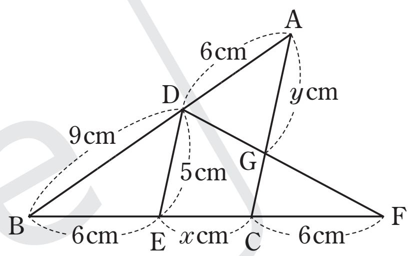
(4)　右の図で，AB // EF // CD である。

□①　AE : ED の比を求めなさい。

□②　x の値を求めなさい。



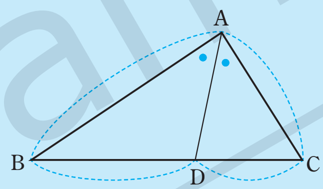
□(5)　右の図で，AC // DE である。x，y の値を求めなさい。



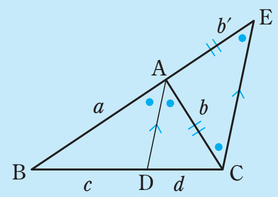
学習 2　三角形と比(2)

▶△ABC で，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，

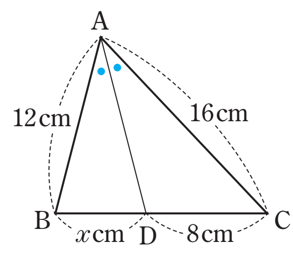
AB : AC = BD : CD



右の図で，
AD // EC，
$a : b' = c : d$，
$b = b'$ になるから，
$a : b = c : d$



例題 2　右の図の△ABC で，線分 AD が∠BAC の二等分線であるとき，x の値を求めなさい。

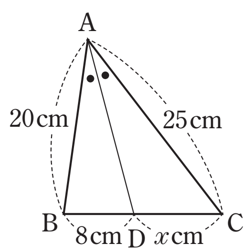


解き方　∠BAD = ∠CAD だから，AB : AC = BD : CD より，
12 : 16 = x : 8，16x = 96，x = 6

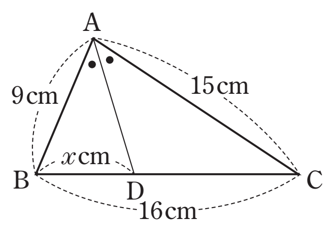
答　$x = 6$

確認問題 2　次の図の△ABC で，線分 AD が∠BAC の二等分線であるとき，x の値を求めなさい。

□(1)



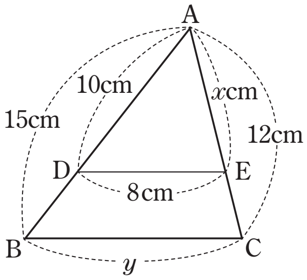
□(2)



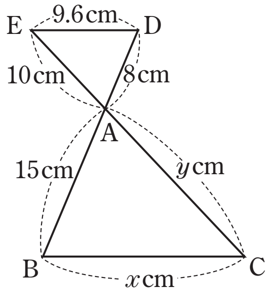
練習問題

1 **[三角形と比(1)①]**　次の図で，DE∥BC のとき，x，y の値を求めなさい。　例題 1

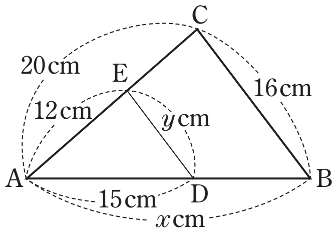
□(1)



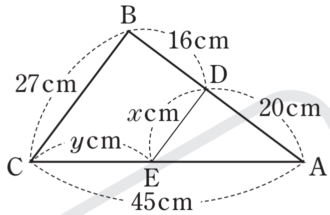
□(2)



□(3)

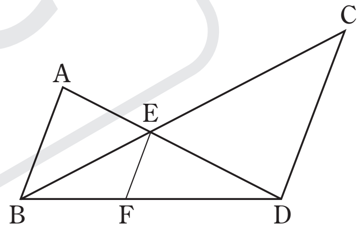


□(4)



2 **[三角形と比(1)②]**　次の問いに答えなさい。　例題 1

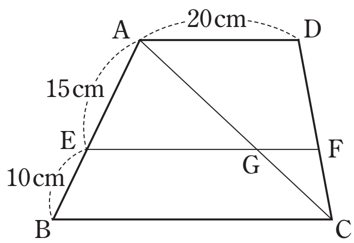
(1)　右の図で，AB，EF，CD が平行で，AB＝25 cm，EF＝15 cm，BD＝55 cm のとき，次の問いに答えなさい。



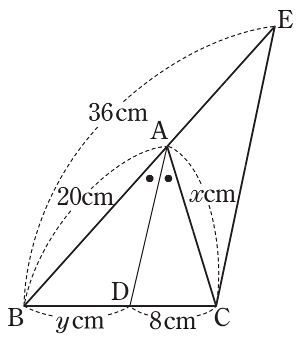
□①　FD の長さを求めなさい。

□②　CD の長さを求めなさい。

□(2)　右の図の四角形 ABCD は，AD∥BC の台形である。辺 AB，DC 上にそれぞれ点 E，F を EF∥BC となるようにとる。また，G は，AC と EF との交点である。このとき，GF の長さを求めなさい。

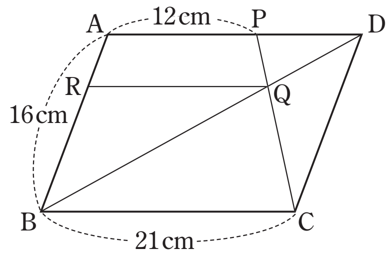


3 **[三角形と比(2)]**　右の図で，AD は∠BAC の二等分線で，AD∥EC である。x，
□y の値を求めなさい。　例題 2



■ 応用問題 ■

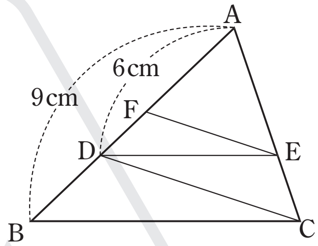
1 右の図の▱ABCD で，辺 AD 上に AP＝12cm となるように点 P をとり，PC と対角線 BD との交点を Q，Q を通り AD に平行にひいた直線と辺 AB との交点を R とする。



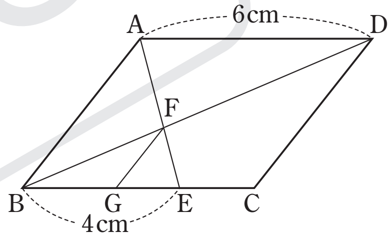
□(1) PQ：QC を求めなさい。

□(2) AR の長さを求めなさい。

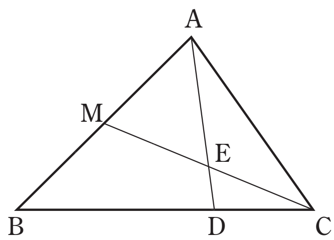
2 右の図の△ABC で，DE∥BC，FE∥DC のとき，AF の長さを求めなさい。
□



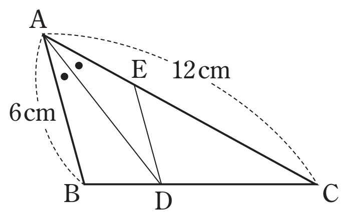
3 右の図のような▱ABCD があり，辺 BC 上に点 E をとり，AE と BD との
□交点を F とする。また，辺 BC 上に点 G を AB∥FG となるようにとる。
AD＝6cm，BE＝4cm のとき，GE の長さを求めなさい。



4 右の図の△ABC で，辺 AB の中点を M，辺 BC を 2：1 に分ける点を D とし，
□AD と CM との交点を E とする。AD＝24 cm のとき，AE の長さを求めなさい。



5 右の図の△ABC で，D，E はそれぞれ辺 BC，AC 上の点で，∠BAD＝∠CAD，ED∥AB である。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1) BD＝3cm のとき，辺 BC の長さを求めなさい。

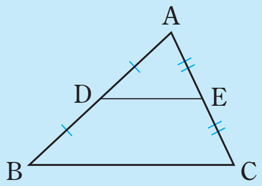
□(2) ED：AB を求めなさい。

平行線と線分の比②

学習1 中点連結定理

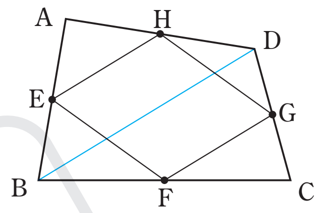
▶右の図で，点 D，E が辺 AB，AC の中点であるとき，

DE∥BC，DE=$\frac{1}{2}$BC



【証明】AD：DB=AE：EC=1：1 より，
DE∥BC
△ABC∽△ADE で，相似比は 2：1
⇒ DE=$\frac{1}{2}$BC

例題 1 右の図のように，四角形 ABCD の各辺の中点を E，F，G，H とする。四角形 EFGH が平行四辺形になることを証明しなさい。



解き方 三角形に着目する。△ABD，△CBD で中点連結定理を使う。

答 **△ABD で，仮定から，EH∥BD，EH=$\frac{1}{2}$BD** ……①

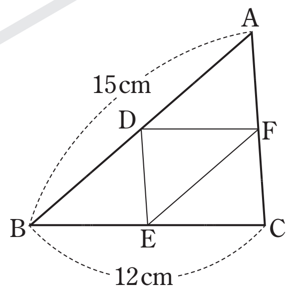
同様に，△CBD で，仮定から，FG∥BD，FG=$\frac{1}{2}$BD ……②

①，②より，EH∥FG，EH=FG

1 組の対辺が平行で長さが等しいから，四角形 EFGH は平行四辺形である。

確認問題 1 次の問いに答えなさい。

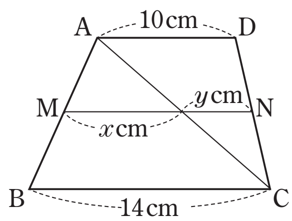
(1) 右の図の△ABC で，辺 AB，BC，CA の中点をそれぞれ D，E，F とする。AB=15cm，BC=12cm のとき，次の問いに答えなさい。



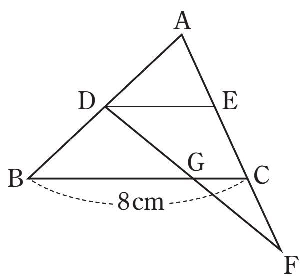
□① CA=9 cm のとき，△DEF の周の長さを求めなさい。

□② BC=AC=12cm のとき，四角形 DECF はどんな四角形になりますか。

□(2) 右の図は，AD∥BC の台形 ABCD で，辺 AB，DC の中点をそれぞれ M，N とする。x，y の値を求めなさい。



(3) 右の図で，AD=DB，AE=EC=CF である。



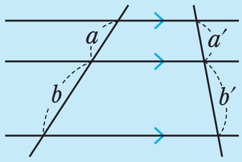
□① DE の長さを求めなさい。

□② BG の長さを求めなさい。

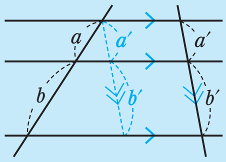
学習2　平行線と線分の比

▶**定理**　3つ以上の平行線に2直線が右の図のように交わるとき，次のことが成り立つ。

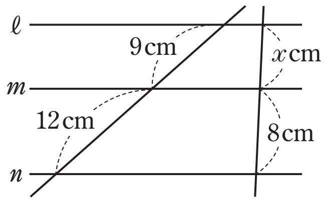
$\boldsymbol{a:b=a':b'}$



右の図で，
三角形と比の定理から
$a:b=a':b'$



例題2　右の図で，直線 ℓ，m，n が平行であるとき，x の値を求めなさい。



解き方　3直線 ℓ，m，n は平行だから，

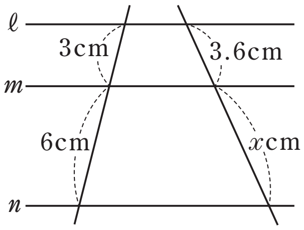
$9:12=x:8$，$12x=8\times9$，$x=6$

答　$\boldsymbol{x=6}$

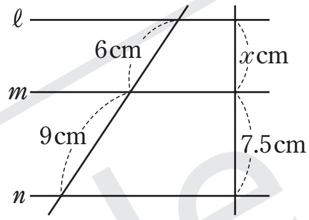
確認問題2　次の問いに答えなさい。

(1)　次の図で，直線 ℓ，m，n，o が平行であるとき，x，y の値を求めなさい。

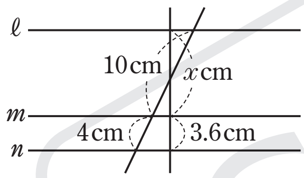
□①



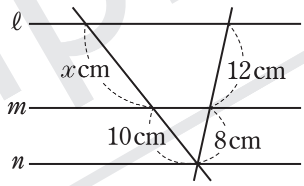
□②



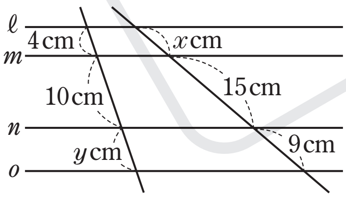
□③



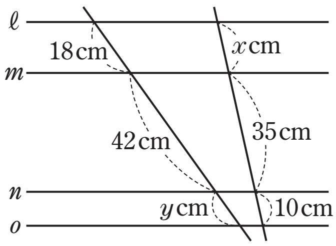
□④



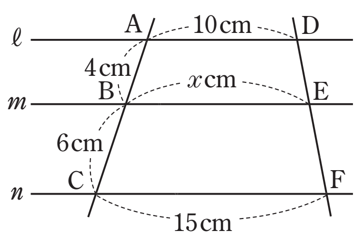
□⑤



□⑥



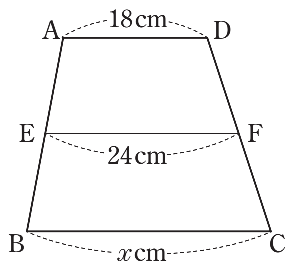
□(2)　右の図で，直線 ℓ，m，n が平行であるとき，x の値を求めなさい。



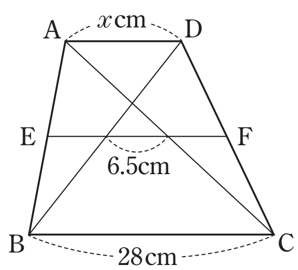
練習問題

1 **［中点連結定理①］** 次の図で，四角形 ABCD は，AD∥BC の台形で，辺 AB の中点を E とし，E から辺 BC に平行な直線をひき，辺 CD との交点を F とする。このとき，x の値を求めなさい。 例題 1

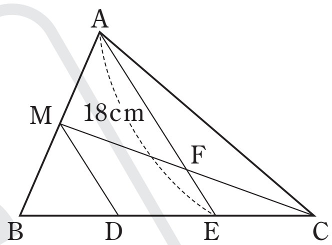
□(1)



□(2)



2 **［中点連結定理②］** 右の図の△ABC で，辺 AB の中点を M，辺 BC を 3 等分する点を D，E とし，AE と CM との交点を F とする。AE＝18 cm のとき，次の問いに答えなさい。 例題 1

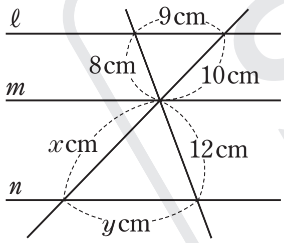


□(1) MD の長さを求めなさい。

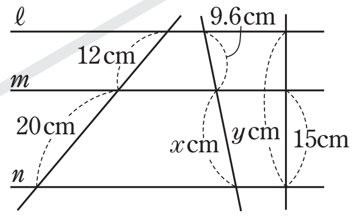
□(2) AF の長さを求めなさい。

3 **［平行線と線分の比①］** 次の図で，直線 ℓ，m，n，o が平行であるとき，x，y の値を求めなさい。 例題 2

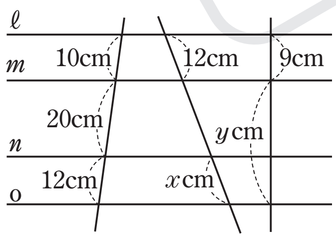
□(1)



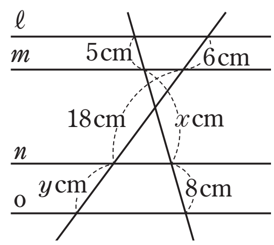
□(2)



□(3)

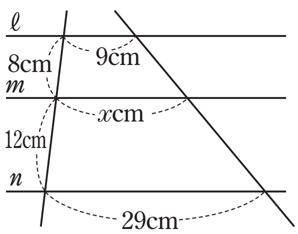


□(4)

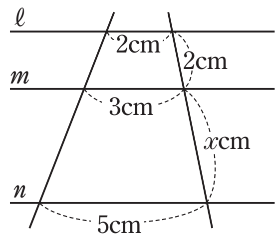


4 **［平行線と線分の比②］** 次の図で，直線 ℓ，m，n が平行であるとき，x の値を求めなさい。 例題 2

□(1)

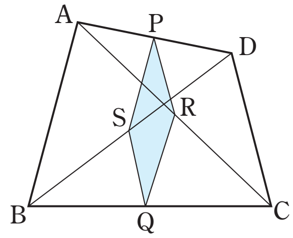


□(2)



応用問題

1 右の図の四角形 ABCD で，辺 AD，BC の中点をそれぞれ P，Q とし，対角線 AC，BD の中点をそれぞれ R，S とするとき，次の問いに答えなさい。

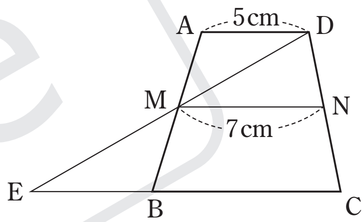


□(1) 四角形 PSQR が平行四辺形であることを証明しなさい。

□(2) AB＝DC のとき，四角形 PSQR はどんな四角形になりますか。

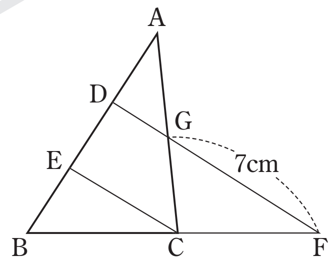
2 右の図の四角形 ABCD は AD∥BC の台形で，点 M，N はそれぞれ辺 AB，

□DC の中点である。AD＝5 cm，MN＝7 cm のとき，BC の長さを求めなさい。

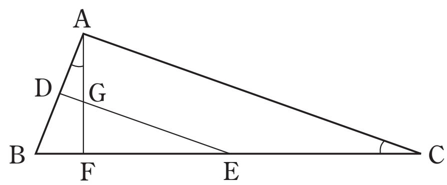


3 右の図で，AD＝DE＝EB，EC∥DF である。GF＝7 cm のとき， DG の長さ

□を求めなさい。



4 右の図の△ABC で，D，E はそれぞれ辺 AB，BC の中点，F は辺 BC 上の点で，∠BAF＝∠BCA，G は AF と DE との交点である。
AB＝3 cm，BC＝9 cm のとき，次の問いに答えなさい。



□(1) FE の長さを求めなさい。

□(2) GE の長さは DG の長さの何倍ですか。

17

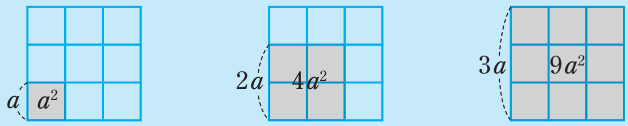
5章 相似な図形　　教科書 P.167~175

相似な図形の面積の比と体積の比，相似な図形の利用

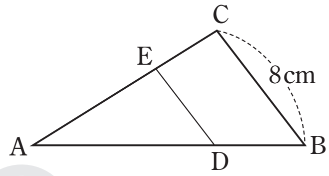
学習1 相似な平面図形の面積の比

▶相似な平面図形では，
相似比が $m:n$ のとき，
面積の比は $\boldsymbol{m^2:n^2}$ である。

例



例題1 右の図の三角形で，BC∥DE のとき，次の問いに答えなさい。



(1) DE=4cm のとき，△ABC と△ADE の面積の比を求めなさい。

(2) △ABC と△ADE の面積の比が16：9 のとき，DE の長さを求めなさい。

解き方 (1) 相似比は 8：4=2：1，面積の比は $2^2:1^2=4:1$　　答 **4：1**

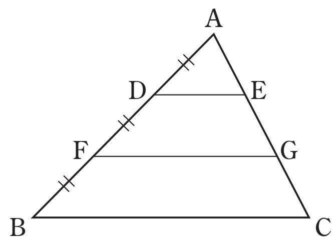
(2) 面積の比が16：9 だから，相似比は $\sqrt{16}:\sqrt{9}=4:3$　　8：DE=4：3，DE=6　　答 **6 cm**

確認問題 1 次の問いに答えなさい。

□(1) 半径 6 cm の円の面積は，半径 4 cm の円の面積の何倍ですか。

□(2) 相似な図形 A，B があり，A と B の相似比は 4：5 である。B の面積が100 cm² のとき，A の面積を求めなさい。

(3) 右の図の三角形 ABC で，DE∥FG∥BC，AD=DF=FB である。△ADE の面積が 4 cm² であるとき，次の問いに答えなさい。

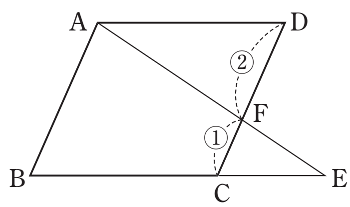


□① △ABC の面積を求めなさい。

□② 四角形 DFGE の面積を求めなさい。

□③ △ADE の面積を S_1，四角形 DFGE の面積を S_2，四角形 FBCG の面積を S_3 とする。$S_1:S_2:S_3$ を求めなさい。

□(4) 右の図の▱ABCD で，DF：FC=2：1 である。▱ABCD の面積は△CEF の面積の何倍ですか。



学習2 相似な立体の表面積の比，体積の比

▶相似な立体では，

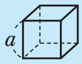
相似比が $m:n$ のとき，

表面積の比は $\boldsymbol{m^2:n^2}$

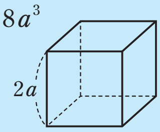
体積の比は $\boldsymbol{m^3:n^3}$ である。

例 それぞれの立方体（相似比 1:2:3）の表面積を S，体積を V とすると，

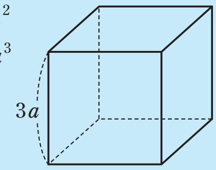
$S=6a^2$
$V=a^3$



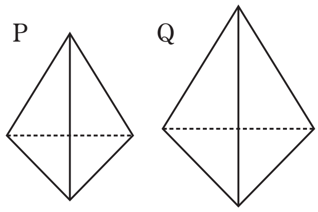
$S=24a^2$
$V=8a^3$



$S=54a^2$
$V=27a^3$



例題2 相似比が 4：5 の相似な 2 つの三角錐 P，Q がある。



(1) Q の表面積が 50cm^2 のとき，P の表面積を求めなさい。

(2) P の体積が 128cm^3 のとき，Q の体積を求めなさい。

解き方 (1) P の表面積を $x\text{cm}^2$ とすると，$\underbrace{x:50}_{\text{表面積の比}}=\underbrace{4^2:5^2}_{\text{相似比の2乗}}$,

$x:50=16:25$，$25x=50\times16$，$x=32$

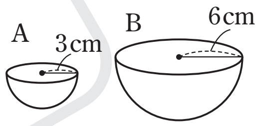
答 **32cm^2**

(2) Q の体積を $y\text{cm}^3$ とすると，$\underbrace{128:y}_{\text{体積の比}}=\underbrace{4^3:5^3}_{\text{相似比の3乗}}$，$128:y=64:125$，$64y=128\times125$，$y=250$

答 **250cm^3**

確認問題2 次の問いに答えなさい。

(1) 右の図のような，球を中心を通る平面で切った半球 A，B がある。A の半径が 3 cm，B の半径が 6 cm のとき，次の問いに答えなさい。

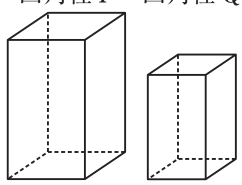


□① A と B の切り口の円の円周の長さの比を求めなさい。

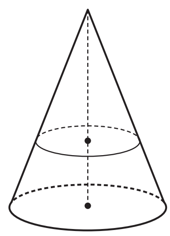
□② A と B の表面積の比を求めなさい。

□③ A と B の体積の比を求めなさい。

□(2) 右の図のように，相似比が 4：3 の相似な 2 つの四角柱 P，Q がある。P の体積が 192cm^3 のとき，Q の体積を求めなさい。



(3) 右の図は，円錐を底面に平行な平面で切ったもので，切り取った小さい円錐の高さはもとの円錐の高さの $\dfrac{2}{3}$ である。次の問いに答えなさい。

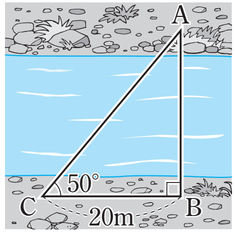


□① もとの円錐の体積は，小さい円錐の体積の何倍ですか。

□② 小さい円錐を A，A を取り除いて残った立体を B とする。A と B の体積の比を求めなさい。

学習3 相似な図形の利用

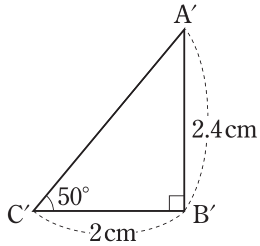
例題3 川をはさんだ2地点A，B間の距離を求めるために，C地点を決めて測定したら，右の図のようになった。$\frac{1}{1000}$の縮図をかき，2地点A，B間のおよその距離を求めなさい。



解き方 $\frac{1}{1000}$の縮図をかくと，20m＝2000cm だから，

$B'C'=2000\times\frac{1}{1000}=2(\text{cm})$

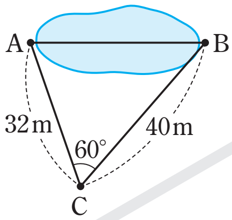
右の縮図より，$AB=2.4\times1000=2400(\text{cm})$



答 **およそ24m**

確認問題3 次の問いに答えなさい。

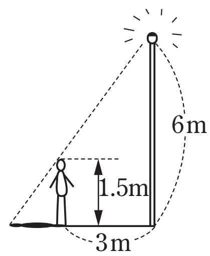
□(1) 池をはさんだ2地点A，B間の距離を求めるために，C地点を決めて測定したら，右の図のようになった。$\frac{1}{800}$の縮図をかき，2地点A，B間のおよその距離を求めなさい。



（縮図）

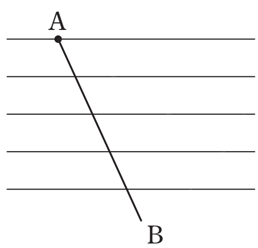
□(2) 縮尺$\frac{1}{50000}$の地図上で，2地点A，B間の距離は8cmであった。AB間の実際の距離はおよそ何kmですか。

□(3) 身長1.5mの人が，高さ6mの街灯から3m離れて立っている。この人の影の長さはおよそ何mですか。



□(4) あるピザ屋では，直径30cmのLサイズのピザの定価が2700円である。来週から，Sサイズとして直径20cmのピザを売ることにした。ピザの定価が面積に比例するとき，Sサイズのピザの定価をいくらにすればよいですか。

□(5) 右の図のような，等間隔な横線を利用して，棒ABを3等分したい。3等分する点に印をつけるために，棒ABをどのように置いたらよいか，作図しなさい。



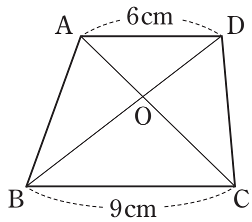
練習問題

1 **［相似な平面図形の面積の比］** 次の問いに答えなさい。 例題 1

□(1) 半径 3 cm の円と半径 5 cm の円の面積の比を求めなさい。

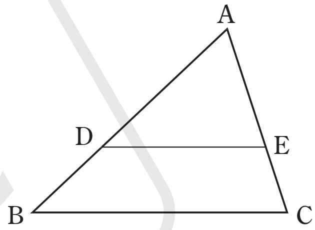
□(2) 2 つの正三角形 A，B があり，相似比は 1：3 である。B の面積が 36 cm^2 のとき，A の面積を求めなさい。

□(3) 右の図は，AD∥BC の台形 ABCD である。AD＝6 cm，BC＝9 cm のとき，△AOD と△COB の面積の比を求めなさい。



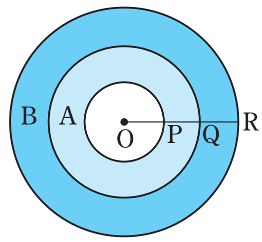
(4) 右の図の△ABC で，DE∥BC，AD：DB＝2：1 である。次の問いに答えなさい。

□① △ADE と△ABC の面積の比を求めなさい。

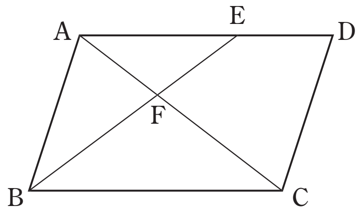


□② △ABC の面積が 45 cm^2 のとき，△ADE の面積と台形 DBCE の面積を求めなさい。

□(5) 右の図のように，点 O を中心とする 3 つの円が重なっており，最も大きい円の半径 OR と他の円との交点をそれぞれ P，Q とする。OP＝PQ＝QR のとき，図の A の部分と B の部分の面積は，それぞれ最も小さい円の面積の何倍になりますか。



(6) 右の図の▱ABCD で，AE：ED＝3：2 である。△AFE の面積を a cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。。



□① △CFB の面積を a を使って表しなさい。

□② △AFB と△CFB の面積の比を求めなさい。

□③ ▱ABCD の面積を a を使って表しなさい。

2 ［相似な立体の表面積の比，体積の比］　次の問いに答えなさい。

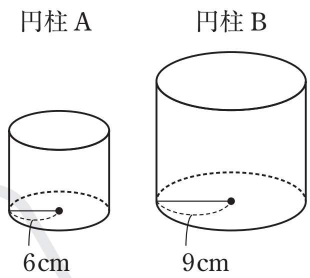
例題2

(1)　半径 1cm の球 A と半径 3cm の球 B がある。

□①　A と B の表面積の比を求めなさい。

□②　A と B の体積の比を求めなさい。

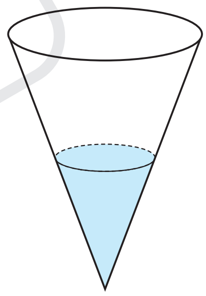
(2)　右の図のように，相似な 2 つの円柱 A，B があって，底面の半径は円柱 A が 6cm，円柱 B が 9cm である。このとき，次の問いに答えなさい。



□①　円柱 A の表面積が 240π cm^2 のとき，円柱 B の表面積を求めなさい。

□②　円柱 B の体積が 432π cm^3 のとき，円柱 A の体積を求めなさい。

(3)　右の図のような円錐形の容器に100cm^3 の水を入れると，水面は円錐の底面と平行で，水面の高さは容器の高さの $\frac{1}{2}$ になった。



□①　円錐の底面の面積は，水面の面積の何倍ですか。

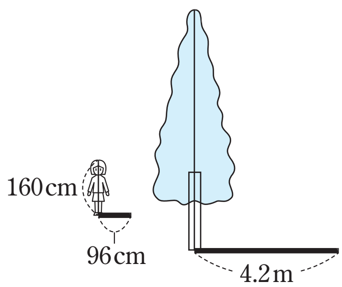
□②　容器をいっぱいにするには，あと何 cm^3 の水を入れるとよいですか。

3 ［相似な図形の利用］　次の問いに答えなさい。

例題3

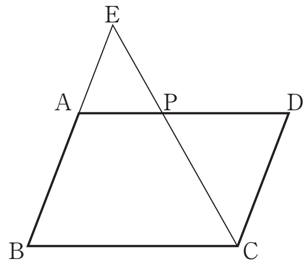
□(1)　ある店では，直径20cm の M サイズのメロンが1200円，直径25cm の L サイズのメロンが2500円で売られている。L サイズを 1 個買うのと，M サイズを 2 個買うのとでは，どちらが得か説明しなさい。

□(2)　晴れた日の昼間，身長160cm の生徒の影の長さが96cm になったとき，木の影の長さは 4.2m だった。木の高さはおよそ何 m ですか。



応用問題

1 右の図のように，▱ABCD の辺 AD 上に，AP：PD＝2：3 となるような点 P をとり，BA の延長と CP の延長との交点を E とする。このとき，次の問いに答えなさい。



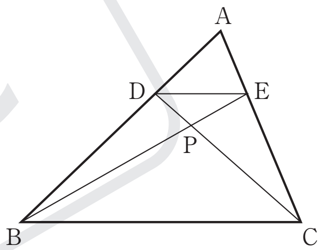
□(1)　EA＝6cm のとき，EB の長さを求めなさい。

□(2)　△CDP と△EAP の面積の比を求めなさい。

□(3)　△EAP の面積が 8 cm^2 のとき，▱ABCD の面積を求めなさい。

2 相似な 2 つの角錐 P，Q があって，底面積は P が27 cm^2，Q が48 cm^2 である。P の体積が81 cm^3 のとき，Q
□の体積を求めなさい。

3 右の図の△ABC で，D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，DE∥BC である。DB＝2AD，△PDE＝3 cm^2 のとき，次の問いに答えなさい。

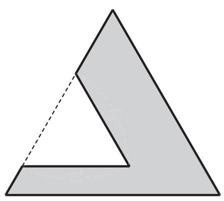


□(1)　DE：BC を求めなさい。

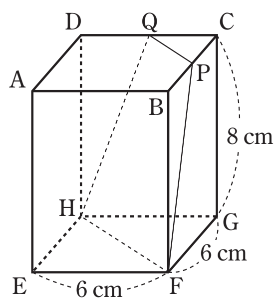
□(2)　△DBE の面積を求めなさい。

□(3)　△ABC の面積を求めなさい。

難4 右の図のように，大きい正三角形から小さい正三角形を取り除いてできた図形がある。
□この図形の面積は，取り除いた正三角形の面積の 3 倍であり，この図形の周の長さは 56cm である。取り除いた正三角形の 1 辺の長さを求めなさい。



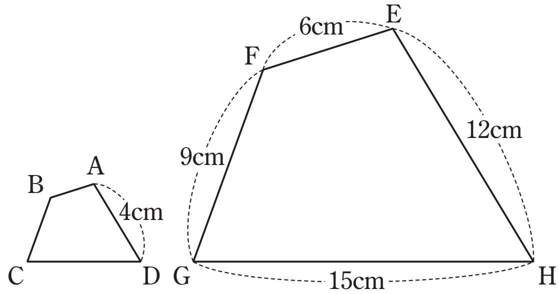
5 右の図のような，EF＝FG＝6 cm，CG＝8 cm の直方体 ABCDEFGH で，P，Q は
□それぞれ辺 BC，CD の中点とする。この直方体を四角形 PQHF で切って 2 つの立体に分けたとき，頂点 C をふくむほうの立体の体積を求めなさい。



5 章のまとめ

1 相似な図形
▶教科書 P.142 ～ 145

右の図で，四角形 ABCD∽四角形 EFGH であるとき，次の問いに答えなさい。



□(1) 四角形 ABCD と 四角形 EFGH の相似比を求めなさい。

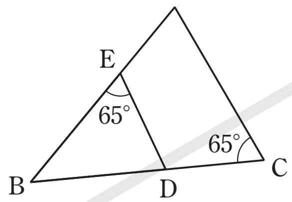
□(2) 辺 AB の長さを求めなさい。

□(3) 辺 CD の長さを求めなさい。

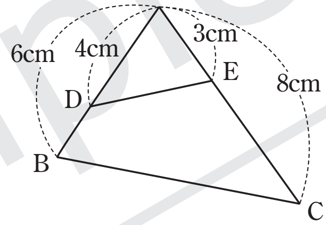
2 三角形の相似条件
▶教科書 P.146 ～ 148

次のそれぞれの図で，相似な三角形の組を見つけ，その関係を記号∽を使って表しなさい。また，そのときに使った相似条件を書きなさい。

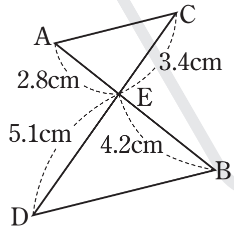
□(1)



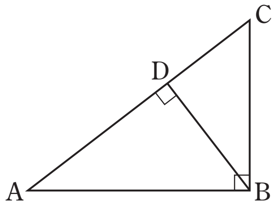
□(2)



□(3)

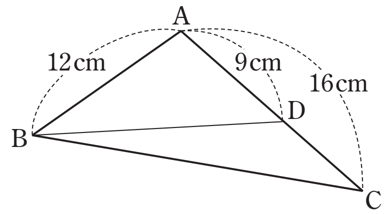


□(4)



3 三角形の相似条件と証明
▶教科書 P.149・150

□ 右の図の△ABC で，D は辺 AC 上の点である。AB＝12cm，AD＝9cm，AC＝16cm のとき，△ABC∽△ADB であることを証明しなさい。

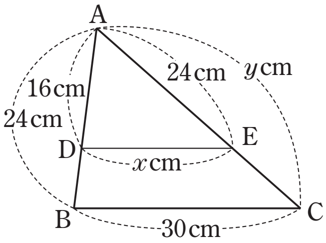


4 三角形と比

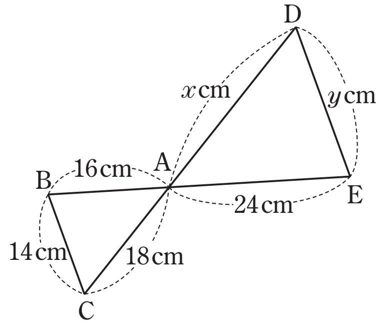
▶教科書 P.154 ～ 156

次の図で，DE∥BC のとき，x，y の値を求めなさい。

□(1)



□(2)

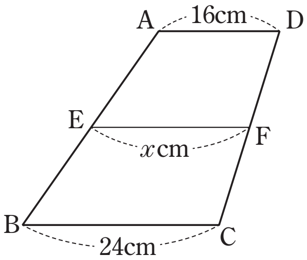


5 中点連結定理

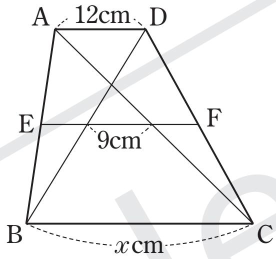
▶教科書 P.161 ～ 163

次の図で，四角形 ABCD は，AD∥BC の台形で，辺 AB の中点を E とし，E から辺 BC に平行な直線をひき，辺 CD との交点を F とする。このとき，x の値を求めなさい。

□(1)



□(2)

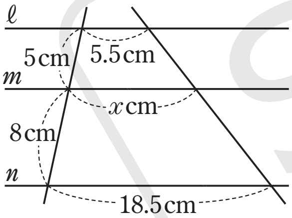


6 平行線と線分の比

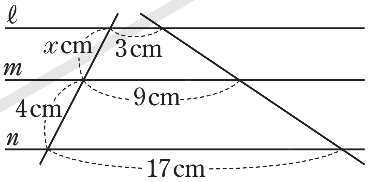
▶教科書 P.164・165

次の図で，直線 ℓ，m，n が平行であるとき，x の値を求めなさい。

□(1)



□(2)



7 相似な図形の面積

▶教科書 P.167 ～ 169

□ 相似な 2 つの五角形 P，Q があって，P と Q の相似比は 7 : 2 である。P の面積が147 cm^2 のとき，Q の面積を求めなさい。

8 相似な立体の表面積と体積

▶教科書 P.170 ～ 172

相似な 2 つの円錐 A，B があって，A と B の底面の円の半径の比が 5 : 4 のとき，次の問いに答えなさい。

□(1) A と B の表面積の比を求めなさい。

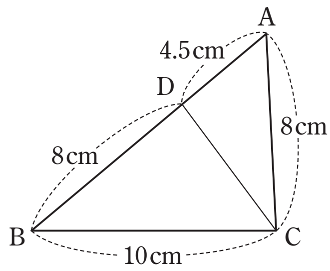
□(2) A の体積が750 π cm^3 のとき，B の体積を求めなさい。

まとめテスト

得点

／100点

1 右の図の△ABC で，AD＝4.5 cm，DB＝8 cm，BC＝10 cm，AC＝8 cm のとき，次の問いに答えなさい。〈6 点× 2〉

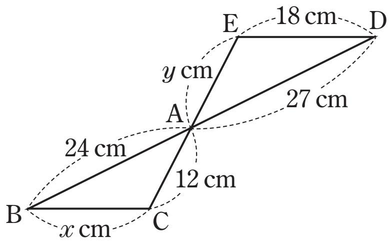


□(1)　相似な三角形を見つけ，記号∽を使って表しなさい。また，そのときに使った相似条件を書きなさい。

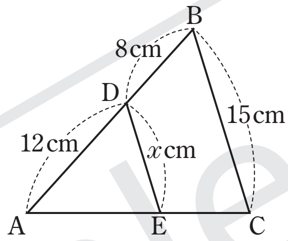
□(2)　CD の長さを求めなさい。

2 次の図で，DE∥BC とするとき，x，y の値を求めなさい。〈6 点× 3〉

□(1)

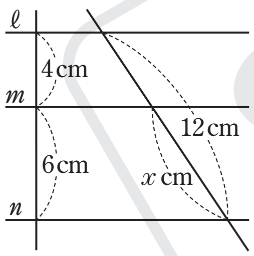


□(2)

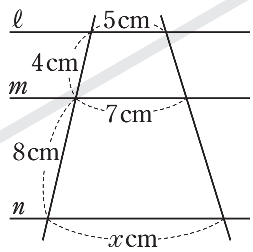


3 次の図で，直線 ℓ，m，n が平行であるとき，x の値を求めなさい。〈6 点× 2〉

□(1)

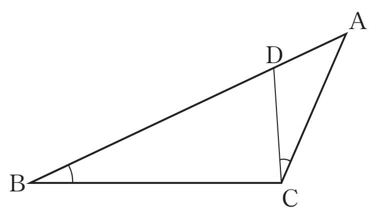


□(2)



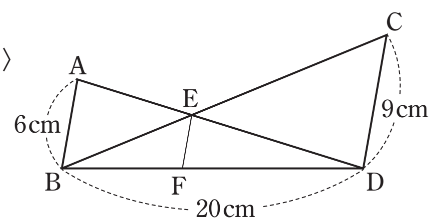
4 右の図で，∠ABC＝∠ACD，AB＝8 cm，BC＝6 cm，CA＝4 cm のとき，

□BD の長さを求めなさい。〈6 点〉

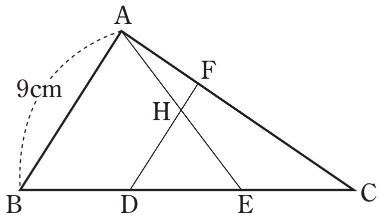


5 右の図で，AB，CD，EF は平行で，AB＝6 cm，CD＝9 cm，BD＝20 cm

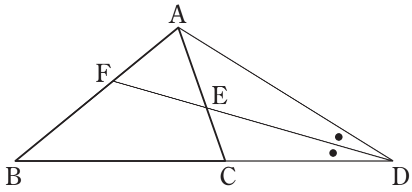
□である。このとき，BF，EF の長さを求めなさい。〈6 点× 2〉



6 右の図のような AB＝9 cm の△ABC がある。D，E は辺 BC を 3 等分する点で，FD∥AB となるように，辺 AC 上に点 F をとる。AE と DF との交点を H とするとき，FH の長さを求めなさい。 〈6 点〉



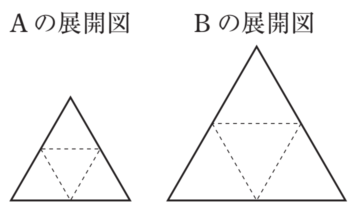
7 右の図のように，△ABC の辺 BC の延長上に，∠CBA＝∠CAD となる点 D をとる。∠ADC の二等分線が辺 AC，AB と交わる点をそれぞれ E，F とする。このとき，次の問いに答えなさい。 〈7 点×2〉



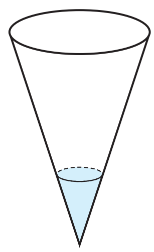
□(1) △ADF∽△CDE となることを証明しなさい。

□(2) AE＝3 cm，EC＝2 cm，CD＝6 cm のとき，BC の長さを求めなさい。

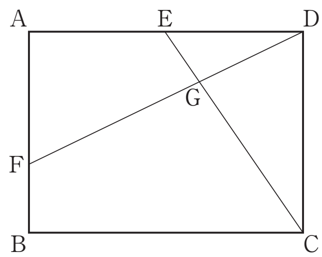
8 右の図は，正四面体 A，B の展開図である。展開図の面積がそれぞれ40 cm²，90 cm² であるとき，正四面体 A の体積は正四面体 B の体積の何倍ですか。 〈6 点〉



9 右の図のような円錐形の容器に，水を60 cm³ 入れたら，容器の$\frac{1}{3}$の深さまで水が入った。あと何cm³ 入れたら，水は容器いっぱいになりますか。 〈7 点〉

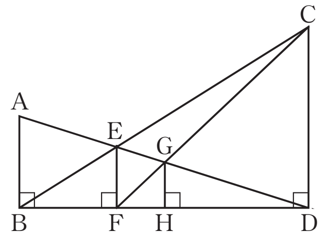


10 右の図の長方形 ABCD で，E は辺 AD の中点である。また，F は辺 AB 上の点で，G は CE と DF との交点である。AB＝6 cm，AD＝8 cm，AF＝4 cm のとき，四角形 BCGF の面積を求めなさい。 〈7 点〉



チャレンジ問題

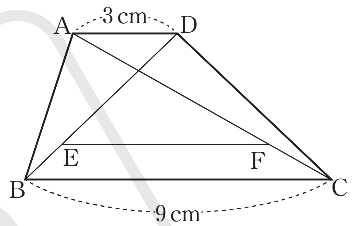
1 右の図で，AB，CD，EF，GH はすべて BD に垂直である。AB＝6cm，EF＝4cm のとき，次の問いに答えなさい。



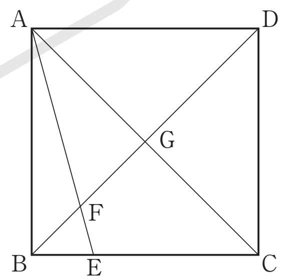
□(1) CD の長さを求めなさい。

□(2) GH の長さを求めなさい。

2 右の図のように，AD∥BC，AD＝3cm，BC＝9cm の台形 ABCD がある。
□対角線 DB，AC をそれぞれ 3：1 に分ける点を E，F とするとき，EF の長さを求めなさい。



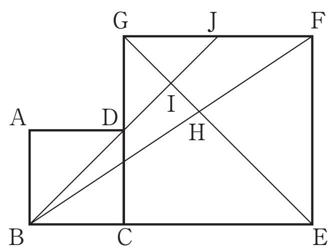
3 右の図で，四角形 ABCD は正方形であり，E は辺 BC 上の点で，BE：EC＝1：3 である。また，F，G はそれぞれ DB と AE，AC との交点である。AB＝10cm のとき，次の問いに答えなさい。



□(1) FE の長さは AF の長さの何倍ですか。

□(2) △AFG の面積を求めなさい。

4 右の図の四角形 ABCD, CEFG は 1 辺の長さがそれぞれ 2cm, 4cm の正方形で，3 点 B，C，E は一直線上にある。BF と EG との交点を H，BD の延長と EG，FG との交点をそれぞれ I，J とする。このとき，次の問いに答えなさい。



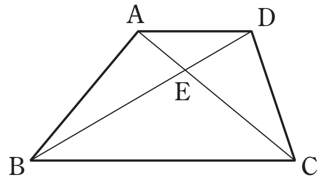
□(1) GI：IH を求めなさい。

□(2) △FGH の面積は△GIJ の面積の何倍ですか。

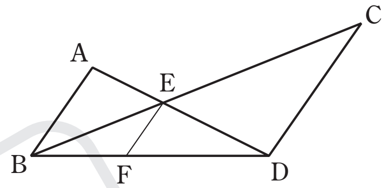
思考力 ― 実践力 をのばす問題

1 次の問いに答えなさい。

□(1) 図で，四角形 ABCD は AD∥BC の台形，E は線分 AC と DB との交点である。
AD＝6 cm，AE＝3 cm，EC＝7 cm のとき，BC の長さは何 cm か，求めなさい。 〈愛知〉

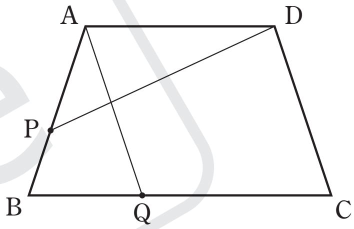


□(2) 右の図で，AB，CD，EF は平行です。AB＝2 cm，CD＝3 cm のとき，EF の長さを求めなさい。 〈埼玉 24〉



2 右の**図 1** で，四角形 ABCD は，AD∥BC，AB＝DC，AD＜BC の台形である。点 P は，辺 AB 上にある点で，頂点 A，頂点 B のいずれにも一致しない。点 Q は，辺 BC 上にある点で，頂点 B，頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 A と点 Q，頂点 D と点 P をそれぞれ結ぶ。次の各問に答えよ。 〈東京〉

図 1

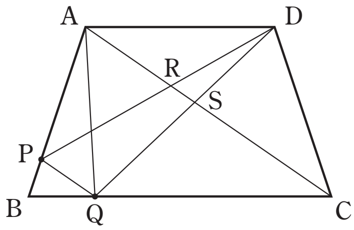


□(1) **図 1** において，AQ∥DC，∠AQC＝110°，∠APD＝a° とするとき，∠ADP の大きさを表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア $(140-a)$度　　**イ** $(110-a)$度　　**ウ** $(70-a)$度　　**エ** $(40-a)$度

(2) 右の**図 2** は，**図 1** において，頂点 A と頂点 C，頂点 D と点 Q，点 P と点 Q をそれぞれ結び，線分 AC と線分 DP との交点を R，線分 AC と線分 DQ との交点を S とし，AC∥PQ の場合を表している。次の①，②に答えよ。

図 2



□① △ASD ∽ △CSQ であることを証明せよ。

□② 次の ☐ の中の「**お**」「**か**」「**き**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図 2 において，AP：PB＝3：1，AD：QC＝2：3 のとき，

△DRS の面積は，台形 ABCD の面積の $\dfrac{\boxed{お}}{\boxed{かき}}$ 倍である。