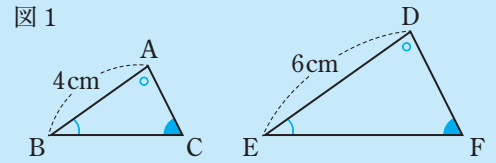


相似な図形、三角形の相似条件、相似の利用

学習1 相似な図形

- ▶ 1つの図形を、形を変えずに一定の割合に拡大、または縮小して得られる図形は、もとの図形と相似であるという。
- ▶ 相似な図形の性質 相似な図形では、対応する部分の長さの比はすべて等しく、対応する角の大きさはそれぞれ等しい。



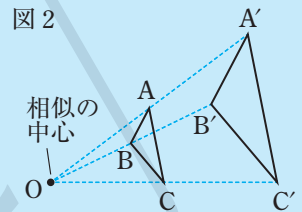
例 右の図1で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ならば、

$$AB : DE = BC : EF = CA : FD \quad \angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$$

- ▶ 相似な図形で対応する部分の長さの比を相似比という。

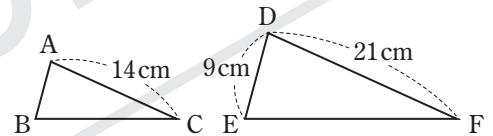
例 右の図1の $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比は、 $AB : DE = 4 : 6 = 2 : 3$

- ▶ 右の図2の $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ のように、2つの図形の対応する点どうしを通る直線がすべて1点Oに集まり、Oから対応する点までの距離の比がすべて等しいとき、それらの図形は、Oを相似の中心として相似の位置にあるという。相似の位置にある2つの図形は、相似である。



$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \quad OA : OA' = OB : OB' = OC : OC'$$

例題1 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、次の問いに答えなさい。



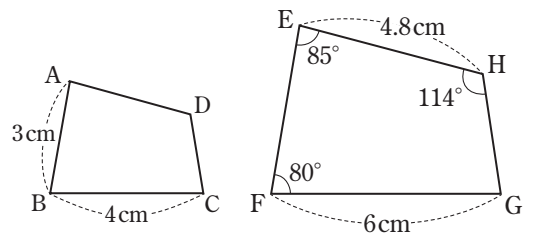
- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。
- (2) 辺ABの長さを求めなさい。

解き方 (1) 辺ACと辺DFが対応しているから、相似比は $AC : DF = 14 : 21 = 2 : 3$ 答 2 : 3

(2) 相似な図形では、対応する辺の比は等しいから、 $AB = x \text{ cm}$ とすると、

$$x : 9 = 2 : 3, 3x = 18, x = 6 \quad \text{比例式の性質 } a : b = m : n \text{ ならば } an = bm \quad \text{答 } 6 \text{ cm}$$

確認問題1 右の図で、四角形ABCD \sim 四角形EFGH であるとき、次の問いに答えなさい。



□(1) 四角形ABCDと四角形EFGHの相似比を求めなさい。

(2) 次の辺の長さを求めなさい。

□① 辺AD

□② 辺EF

□(3) $\angle C$ の大きさを求めなさい。

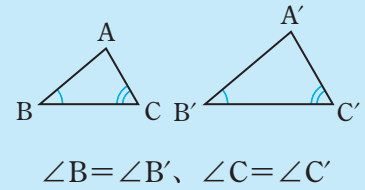
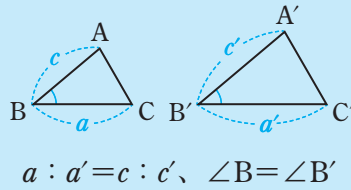
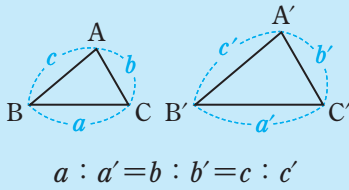
学習2 三角形の相似条件

▶ 次のどれかが成り立つとき、2つの三角形は相似である。

① 3組の辺の比がすべて等しい。

② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

③ 2組の角がそれぞれ等しい。



例題2 右の図のなかから、相似な三角形の組を見つけ、記号 \sim を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

解き方 ● $AB : QP = 2 : 3, BC : PR = 4 : 6 = 2 : 3,$

$CA : RQ = 3 : 4.5 = 2 : 3$ ← 相似条件①

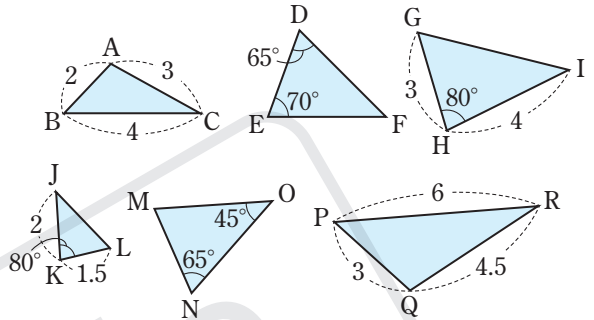
答 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ 3組の辺の比がすべて等しい。

● $\angle D = \angle N = 65^\circ, \angle M = 180^\circ - (65^\circ + 45^\circ) = 70^\circ$ より、 $\angle E = \angle M = 70^\circ$ ← 相似条件③

答 $\triangle DEF \sim \triangle MNO$ 2組の角がそれぞれ等しい。

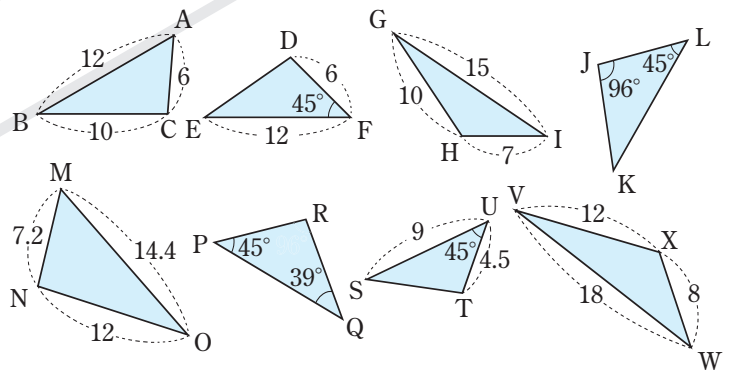
● $GH : LK = 3 : 1.5 = 2 : 1, HI : KJ = 4 : 2 = 2 : 1, \angle H = \angle K = 80^\circ$ ← 相似条件②

答 $\triangle GHI \sim \triangle LKJ$ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。



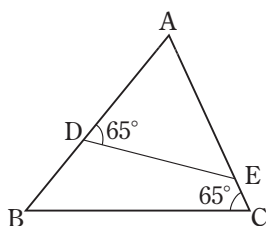
確認問題2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図のなかから、相似な三角形の組を見つけ、記号 \sim を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

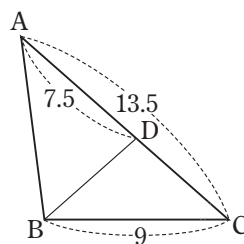


(2) 次のそれぞれの図で、相似な三角形を記号 \sim を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

□①



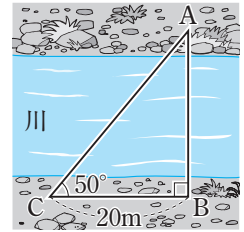
□②



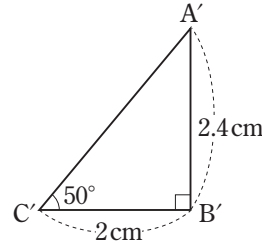
学習3 相似の利用

▶直接には測定できない長さは、縮図を利用して求めることができる。

例題3 川をはさんだ2地点A、B間の距離を求めるために、C地点を決めて測定したら、右の図のようになった。 $\frac{1}{1000}$ の縮図をかいて、A、B間の距離を求めなさい。

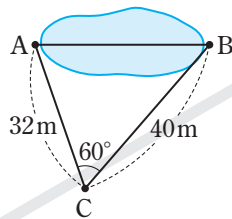


解き方 $\frac{1}{1000}$ の縮図をかくと、 $20\text{m}=2000\text{cm}$ だから、
 $B'C'=2000 \times \frac{1}{1000}=2(\text{cm})$
 右の縮図より、 $AB=2.4 \times 1000=2400(\text{cm})$
 $2400\text{cm}=24\text{m}$



答 約24m

確認問題3 池をはさんだ2地点A、B間の距離を求めるために、C地点を決めて測定したら、右の図のようになった。 $\frac{1}{800}$ の縮図をかいて、A、B間の距離を求めなさい。



(縮図)

学習4 誤差と有効数字

- ▶測定値などの近似値から真の値をひいた差を誤差ごさという。(誤差)=(近似値)-(真の値)
- ▶近似値を表す数字のうち、信頼できる数字を有効数字ゆうこうすうじという。

例題4 測定値3100gの有効数字が3、1、0のとき、(整数部分が1けたの数) \times (10の累乗)の形に表しなさい。

解き方 $3100=3.10 \times 1000=3.10 \times 10^3$

答 $3.10 \times 10^3\text{g}$

注意 0も有効数字なので、 3.1×10^3 としない。

確認問題4 次の問いに答えなさい。

□(1) 0.1cm未満を四捨五入して測定値2.4cmを得たとき、真の値を a として、 a の範囲を不等号を使って表しなさい。

(2) 次の測定値の有効数字が[]内の数のとき、(整数部分が1けたの数) \times (10の累乗)の形に表しなさい。

□① 720g [7、2]

□② 54000m^2 [5、4、0]

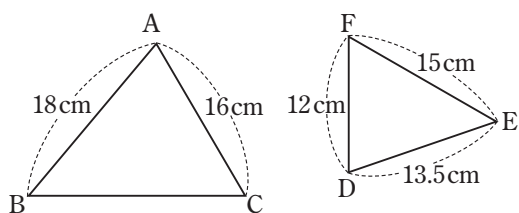
練習問題

1 **【相似な図形①】** 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、次の問いに答えなさい。

◀ **例題1**

□(1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

□(2) 辺 BC の長さを求めなさい。



2 **【相似な図形②】** 右の図は、点 O を相似の中心として、頂点 A に対応する点 E を $OE = 3OA$ となるようにとったものである。このとき、次の問いに答えなさい。

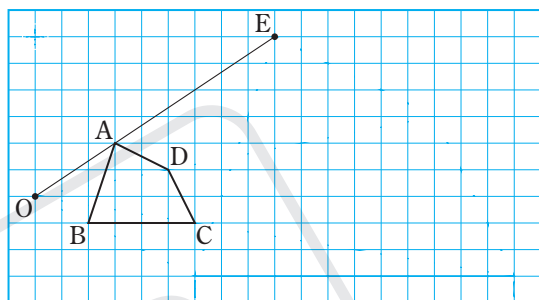
◀ **例題1**

□(1) 同様にして、点 F, G, H をとり、四角形 $ABCD$ と相似の位置にある四角形 $EFGH$ をかきなさい。

□(2) 辺 AD に対応する辺はどれですか。

□(3) $BC = 4$ cm のとき、辺 FG の長さを求めなさい。

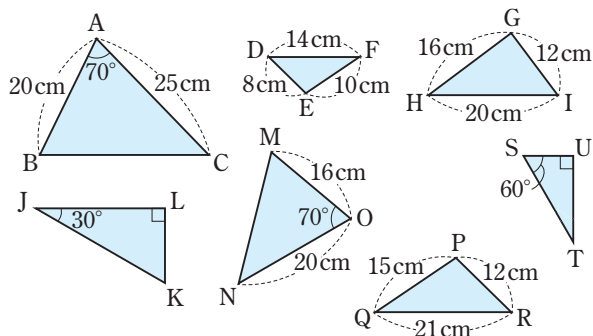
□(4) $\angle G = 60^\circ$ のとき、 $\angle C$ の大きさを答えなさい。



3 **【三角形の相似条件①】** 次の問いに答えなさい。

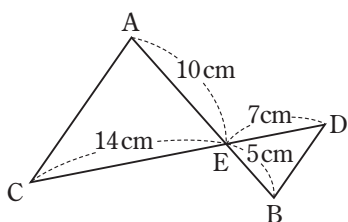
◀ **例題2**

□(1) 右の図のなかから、相似な三角形の組を見つけ、記号 \sim を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

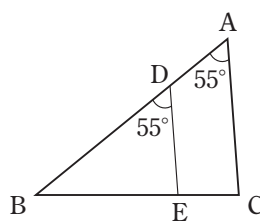


(2) 次のそれぞれの図で、相似な三角形を記号 \sim を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

□①



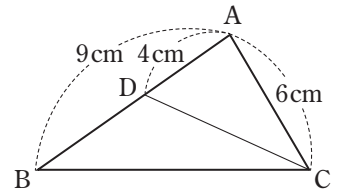
□②



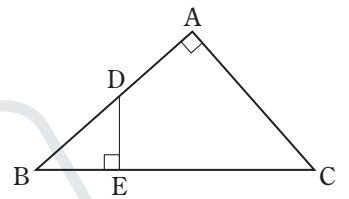
4 [三角形の相似条件②] 次の問いに答えなさい。

例題2

- (1) 右の図の $\triangle ABC$ で、 D は辺 AB 上の点である。 $AB=9\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ 、 $AC=6\text{ cm}$ のとき、 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ であることを証明しなさい。



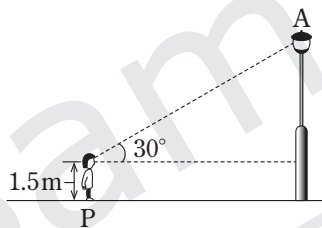
- (2) 右の図で、 D 、 E はそれぞれ $\angle A=90^\circ$ の直角三角形 ABC の辺 AB 、 BC 上の点で、 $DE \perp BC$ である。このとき、 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ であることを証明しなさい。



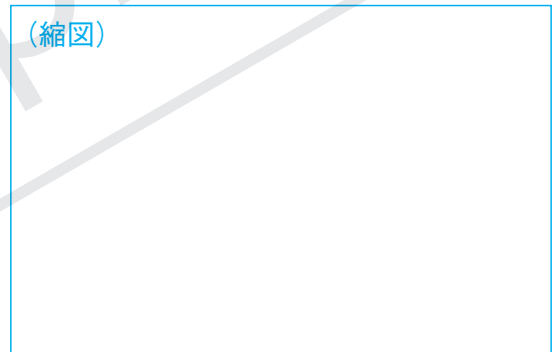
5 [相似の利用] 次の問いに答えなさい。

例題3

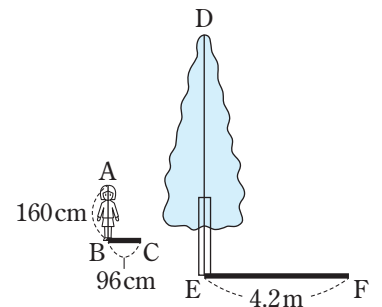
- (1) 街灯から 10 m はなれた地点 P から、街灯の先端 A を見上げたら、 30° 上に見えた。目の高さを 1.5 m として、縮図をかいて、街灯の高さを求めなさい。



(縮図)



- (2) 右の図のように、身長 160 cm の生徒の影の長さが 96 cm のとき、木の影の長さを測ったら、 4.2 m あった。生徒の身長を AB 、生徒の影の長さを BC 、木の影の長さを EF として、木の高さ DE を求めなさい。



6 [誤差と有効数字] りんごの重さを、最小の目もりが 10 g のはかりではかったら 280 g だった。このとき、次の問いに答えなさい。

例題4

- (1) このりんごの重さの真の値を a として、 a の範囲を不等号を使って表しなさい。
- (2) この測定値を、(整数部分が1けたの数) \times (10の累乗)の形に表しなさい。

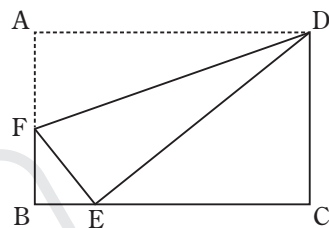
■ 応用問題 ■

1 3辺の長さが9 cm、12 cm、16 cmの三角形がある。この三角形と相似で、2辺の長さが18 cm、24 cmであるような三角形の残りの辺の長さをすべて求めなさい。

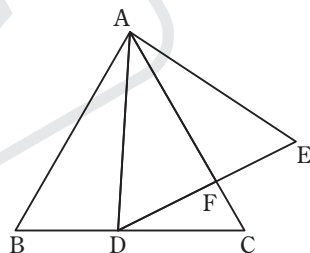
2 右の図は、長方形ABCDの紙をDFを折り目として、頂点Aが辺BC上にくるように折り返したもので、Eは頂点Aが移った点である。このとき、次の問いに答えなさい。

□(1) $\triangle BEF$ と相似な三角形はどの三角形ですか。

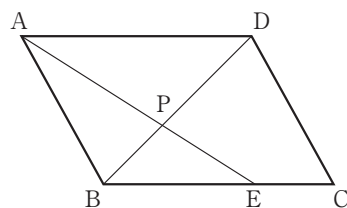
□(2) $AD=15$ cm、 $AF=5$ cm、 $FB=4$ cm のとき、 EC の長さを求めなさい。



3 右の図のような正三角形ABCがある。この正三角形の辺BC上に点Dをとり、
□辺ADを1辺とする正三角形ADEをつくる。辺ACとDEとの交点をFとすると、
 $\triangle ABD \sim \triangle AEF$ であることを証明しなさい。



4 右の図の $\square ABCD$ で、Eは辺BC上の点で $BE=2EC$ である。また、PはAE
□とBDとの交点である。 $\square ABCD$ の面積が 30 cm^2 のとき、 $\triangle PBE$ の面積を求めなさい。

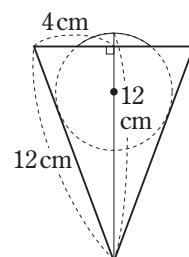


難5 右の図1のように、円錐の容器の内側の面にぴったりつくように球を入れた。
□この円錐の容器の底面の半径は4 cm、母線の長さは12 cmで、円錐の容器の頂点から球の最上部までの長さも12 cmになった。図2は、そのときのようなすを表している。円錐の容器の厚さは考えないものとして、この球の体積を求めなさい。

図1



図2

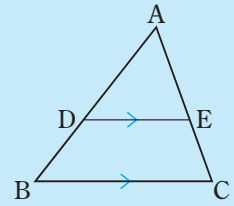


三角形と比

学習1 三角形と比の定理

▶定理 △ABCの辺AB、AC上の点をそれぞれD、Eとするとき

- ① DE//BC ならば $AD : AB = AE : AC = DE : BC$
- ② DE//BC ならば $AD : DB = AE : EC$



例題1 右の図で、 $DE \parallel BC$ とするとき、 x 、 y の値を求めなさい。

解き方 $AD : AB = DE : BC$

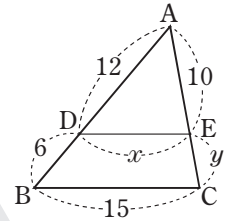
$$\begin{aligned} 12 : (12+6) &= x : 15 \\ 18x &= 180 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

$AD : DB = AE : EC$

$$\begin{aligned} 12 : 6 &= 10 : y \\ 12y &= 60 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

〈比例式の性質〉

$$\begin{aligned} a : b = m : n \text{ ならば} \\ an = bm \end{aligned}$$

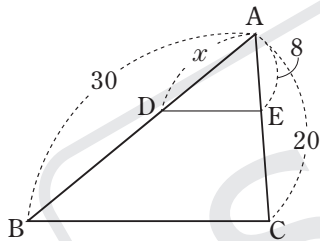


答 $x=10$ 、 $y=5$

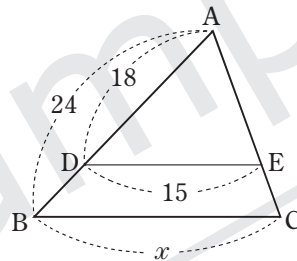
確認問題1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の図で、 $DE \parallel BC$ とするとき、 x の値を求めなさい。

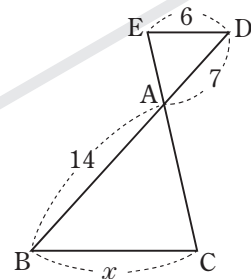
□①



□②

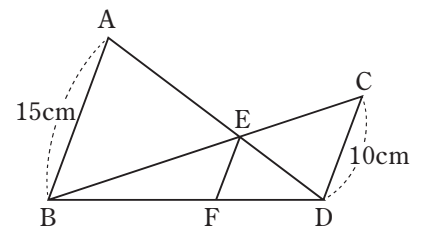


□③



(2) 右の図で、AB、EF、CD が平行であるとき、次の問いに答えなさい。

□① AE : ED を求めなさい。



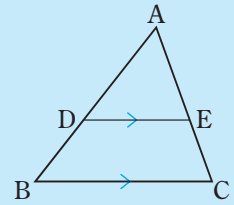
□② ED : AD を求めなさい。

□③ EFの長さを求めなさい。

学習2 三角形と比の定理の逆

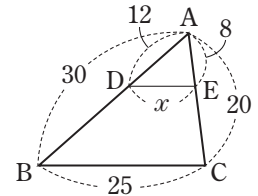
▶定理 $\triangle ABC$ の辺 AB 、 AC 上の点をそれぞれ D 、 E とするとき

- ① $AD : AB = AE : AC$ ならば $DE \parallel BC$
- ② $AD : DB = AE : EC$ ならば $DE \parallel BC$



例題2 右の図の $\triangle ABC$ で、 D 、 E はそれぞれ辺 AB 、 AC 上の点である。
 x の値を求めなさい。

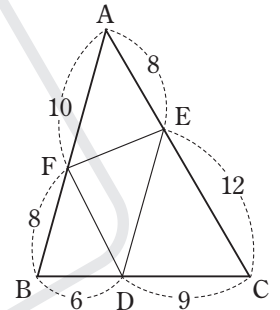
解き方 $AD : AB = 12 : 30 = 2 : 5$ 、 $AE : AC = 8 : 20 = 2 : 5$ より、
 $AD : AB = AE : AC$ だから、 $DE \parallel BC$ によって、 $DE : BC = AD : AB$
 $x : 25 = 2 : 5$ 、 $5x = 50$ 、 $x = 10$



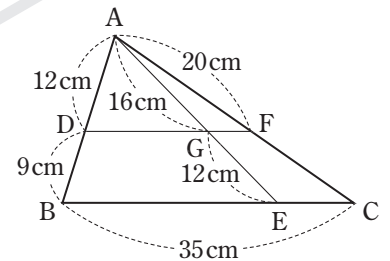
答 $x = 10$

確認問題2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図で、線分 DE 、 EF 、 FD のうち、 $\triangle ABC$ の辺に平行なものはどれですか。そのわけも書きなさい。



□(2) 右の図の $\triangle ABC$ で、 D 、 E 、 F はそれぞれ辺 AB 、 BC 、 CA 上の点、 G は AE と DF との交点である。このとき、 FC 、 DF の長さを求めなさい。



□(3) 右の図で、直線 AP 、 BQ 、 CR は点 O で交わっている。このとき、 $PR \parallel AC$ 、 $QR \parallel BC$ ならば、 $PQ \parallel AB$ となることを次のように証明した。[] をうめて証明を完成させなさい。

【証明】 $\triangle OAC$ で、 $PR \parallel AC$ だから

$$OP : OA = OR : [\quad] \quad \cdots \cdots \text{①}$$

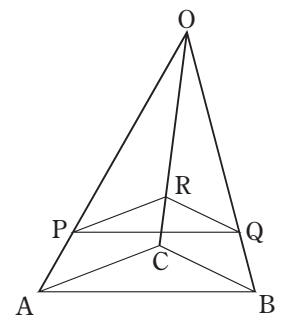
$\triangle OBC$ で、 $QR \parallel BC$ だから

$$OQ : OB = OR : [\quad] \quad \cdots \cdots \text{②}$$

①、②から

$$OP : OA = [\quad] : [\quad]$$

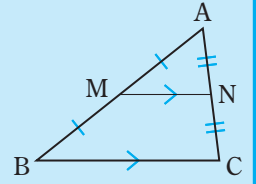
したがって $PQ \parallel AB$



学習3 中点連結定理

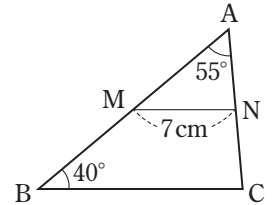
▶定理 $\triangle ABC$ の2辺 AB 、 AC の中点をそれぞれ M 、 N とすると、次の関係が成り立つ。

$$MN \parallel BC \quad MN = \frac{1}{2} BC$$



例題3 右の図の $\triangle ABC$ で、 M 、 N はそれぞれ辺 AB 、 AC の中点である。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) BC の長さを求めなさい。
- (2) $\angle ANM$ の大きさを求めなさい。



解き方 (1) 中点連結定理より、 $MN = \frac{1}{2} BC$ だから、 $BC = 2MN = 2 \times 7 = 14$ (cm)

答 14cm

(2) $\triangle ABC$ で、 $\angle ACB = 180^\circ - (55^\circ + 40^\circ) = 85^\circ$

中点連結定理より、 $MN \parallel BC$ だから、 $\angle ANM = \angle ACB = 85^\circ$ ← 同位角は等しい。

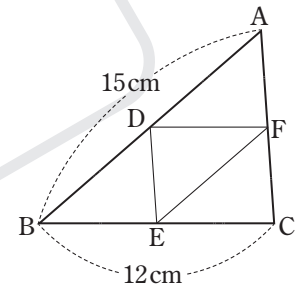
答 85°

確認問題3 次の問いに答えなさい。

(1) 右の図の $\triangle ABC$ で、 D 、 E 、 F はそれぞれ辺 AB 、 BC 、 CA の中点である。

$AB = 15$ cm、 $BC = 12$ cm のとき、次の問いに答えなさい。

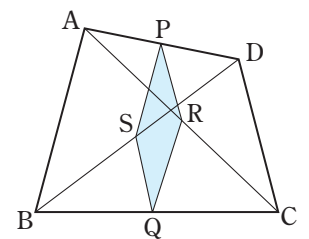
□① $CA = 9$ cm のとき、 $\triangle DEF$ の周りの長さを求めなさい。



□② $\angle ADF = 45^\circ$ のとき、 $\angle BEF$ の大きさを求めなさい。

(2) 右の図の四角形 $ABCD$ で、辺 AD 、 BC の中点をそれぞれ P 、 Q とし、対角線 AC 、 BD の中点をそれぞれ R 、 S とするとき、次の問いに答えなさい。

□① 四角形 $PSQR$ はどんな四角形になりますか。



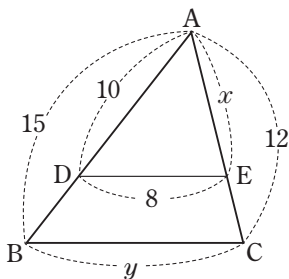
□② $AB = DC$ のとき、四角形 $PSQR$ はどんな四角形になりますか。

練習問題

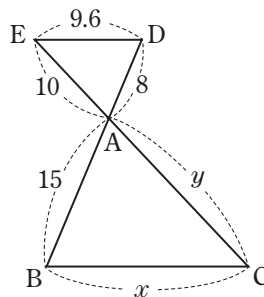
1 [三角形と比の定理①] 次の図で、 $DE \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を求めなさい。

◀ 例題1

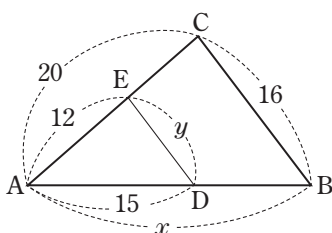
□(1)



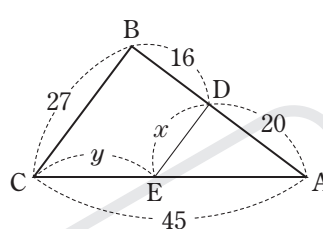
□(2)



□(3)



□(4)



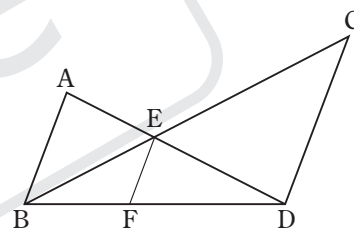
2 [三角形と比の定理②] 次の問いに答えなさい。

◀ 例題1

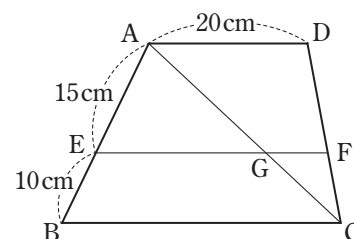
(1) 右の図で、 AB 、 EF 、 CD が平行で、 $AB=25$ cm、 $EF=15$ cm、 $BD=55$ cm のとき、次の問いに答えなさい。

□① FD の長さを求めなさい。

□② CD の長さを求めなさい。

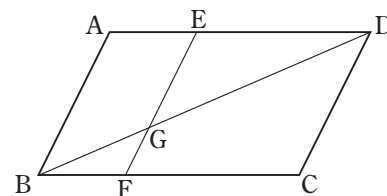


□(2) 右の図の四角形 $ABCD$ は、 $AD \parallel BC$ の台形である。辺 AB 、 DC 上にそれぞれ点 E 、 F を $EF \parallel BC$ となるようにとる。また、 G は、 AC と EF との交点である。このとき、 GF の長さを求めなさい。

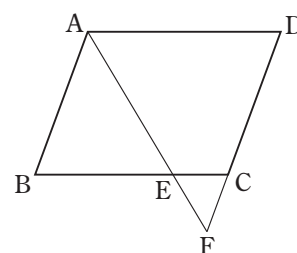


□(3) 右の図の $\square ABCD$ で、 $AB \parallel EF$ 、 G は EF と BD との交点である。

$AB=6$ cm、 $AD=9$ cm、 $BF=3$ cm のとき、 EG の長さを求めなさい。

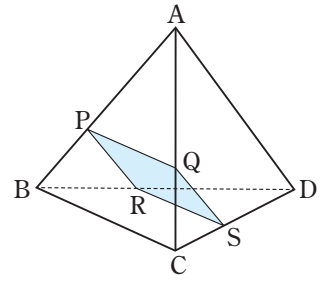


□(4) 右の図の $\square ABCD$ において、 E は辺 BC 上の点で、 $BE:EC=5:2$ である。また、直線 AE と DC との交点を F とする。 $AD=21$ cm のとき、 EC の長さを求めなさい。



③ [三角形と比の定理の逆] 右の図で、三角錐 ABCD の4辺 AB、AC、DB、DC をそれぞれ3:2に分ける点を P、Q、R、S とするとき、次の問いに答えなさい。

◀ 例題2



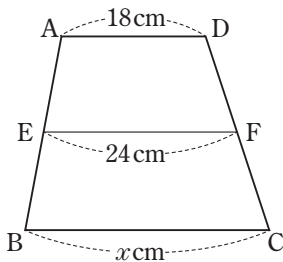
□(1) $BC=15\text{cm}$ のとき、PQ の長さを求めなさい。

□(2) 四角形 PQSR はどんな四角形になりますか。

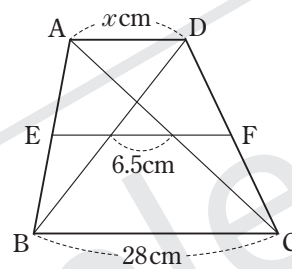
④ [中点連結定理①] 次の図で、四角形 ABCD は、 $AD \parallel BC$ の台形で、辺 AB の中点を E とし、E から辺 BC に平行な直線をひき、辺 CD との交点を F とする。このとき、 x の値を求めなさい。

◀ 例題3

□(1)



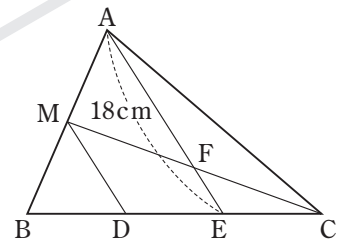
□(2)



⑤ [中点連結定理②] 右の図の $\triangle ABC$ で、辺 AB の中点を M、辺 BC を3等分する点を D、E とし、AE と CM との交点を F とする。AE = 18 cm のとき、次の問いに答えなさい。

◀ 例題3

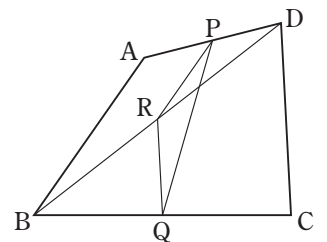
□(1) MD の長さを求めなさい。



□(2) AF の長さを求めなさい。

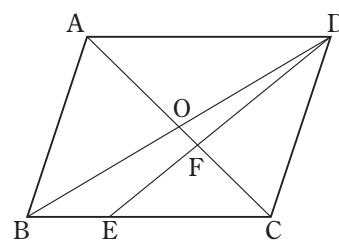
⑥ [中点連結定理③] 右の図で、四角形 ABCD の辺 AD、BC、対角線 BD の中点をそれぞれ P、Q、R とする。 $AB=CD$ のとき、 $\triangle PRQ$ は二等辺三角形であることを証明しなさい。

◀ 例題3



■ 応用問題 ■

1 右の図の□ABCDで、対角線ACとBDとの交点をO、辺BCを1:2に分ける点をE、ACとDEとの交点をFとする。このとき、次の問いに答えなさい。

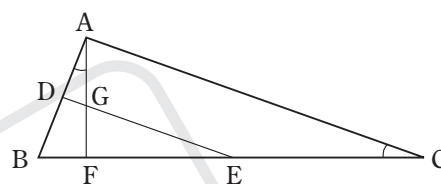


□(1) DF:FEを求めなさい。

□(2) OF:ACを求めなさい。

2 右の図の△ABCで、D、Eはそれぞれ辺AB、BCの中点、Fは辺BC上の点で、∠BAF=∠BCA、GはAFとDEとの交点である。

AB=3cm、BC=9cmのとき、次の問いに答えなさい。

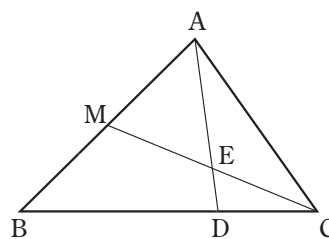


□(1) FEの長さを求めなさい。

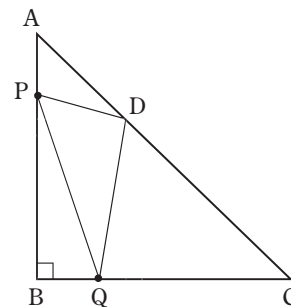
□(2) GEの長さはDGの長さの何倍ですか。

3 右の図の△ABCで、辺ABの中点をM、辺BCを2:1に分ける点をDとし、

□ADとCMとの交点をEとする。AD=24cmのとき、AEの長さを求めなさい。



4 右の図のように、AB=BC=12cm、∠B=90°の直角二等辺三角形ABCがあり、辺AC上にAD:DC=1:2となるように点Dをとる。辺AB上を動く点Pと辺BC上を動く点Qがあり、つねにAP=BQとなる時、次の問いに答えなさい。



□(1) AP=3cmのとき、△APDと△DQCの面積をそれぞれ求めなさい。

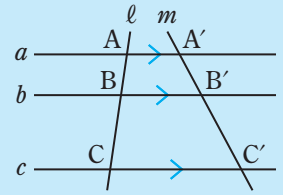
難 □(2) △DPQの面積が 34cm^2 となる時、APの長さを求めなさい。

平行線と比

学習1 平行線と比

▶定理 平行な3つの直線 a 、 b 、 c が直線 l とそれぞれ A 、 B 、 C で交わり、直線 m とそれぞれ A' 、 B' 、 C' で交われれば

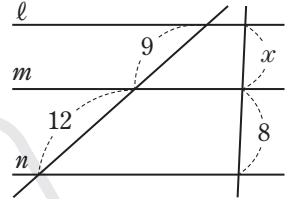
$$AB : BC = A'B' : B'C'$$



例題1 右の図で、直線 l 、 m 、 n が平行であるとき、 x の値を求めなさい。

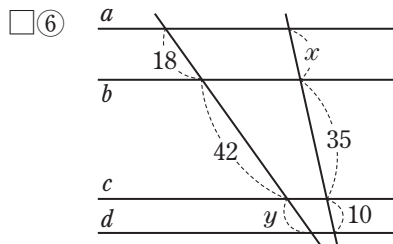
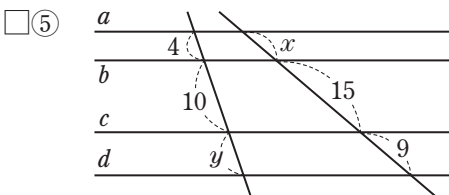
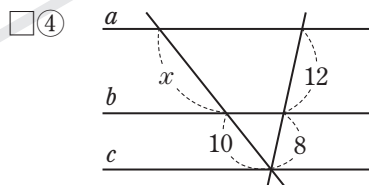
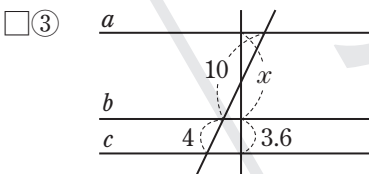
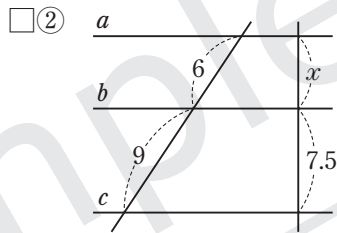
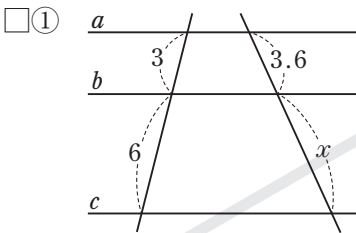
解き方 直線 l 、 m 、 n が平行であるから
 $9 : 12 = x : 8$ 、 $12x = 72$ 、 $x = 6$

答 $x = 6$

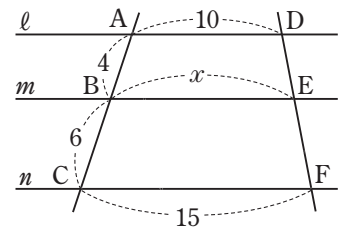


確認問題1 次の問いに答えなさい。

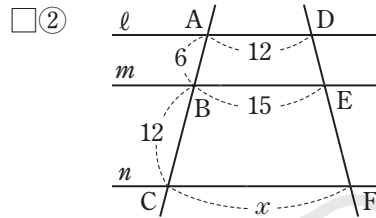
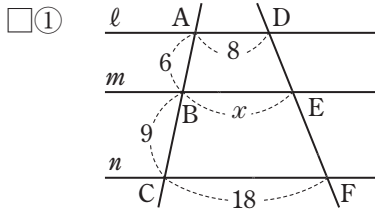
(1) 次の図で、直線 a 、 b 、 c 、 d が平行であるとき、 x 、 y の値を求めなさい。



- (2) 右の図で、直線 l 、 m 、 n が平行であるとき、 x の値を求めなさい。
 点 A を通り、直線 DF に平行な直線をひいて求めなさい。

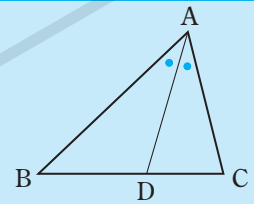


- (3) 次の図で、直線 l 、 m 、 n が平行であるとき、 x の値を求めなさい。

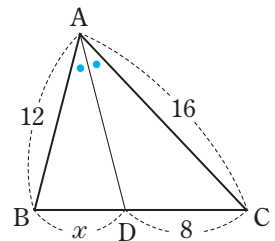


学習2 角の二等分線と線分の比

- ▶ $\triangle ABC$ で、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とすると
 $AB : AC = BD : DC$



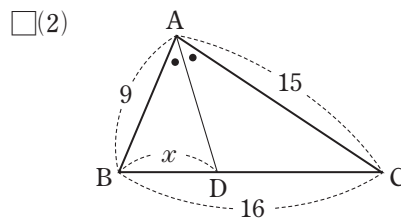
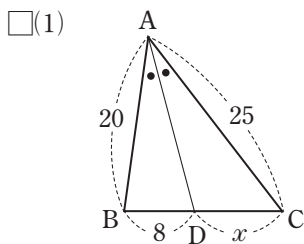
- 例題2** 右の図の $\triangle ABC$ で、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、 x の値を求めなさい。



- 解き方** $\angle BAD = \angle CAD$ だから、 $AB : AC = BD : DC$ より、
 $12 : 16 = x : 8$ 、 $16x = 96$ 、 $x = 6$

答 $x = 6$

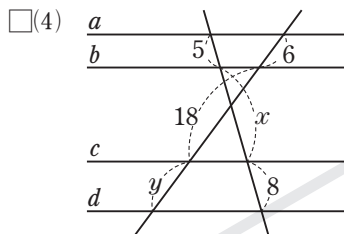
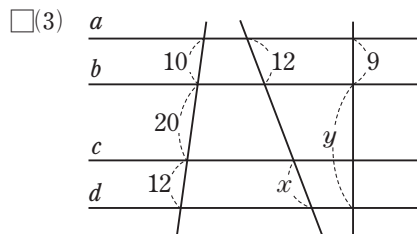
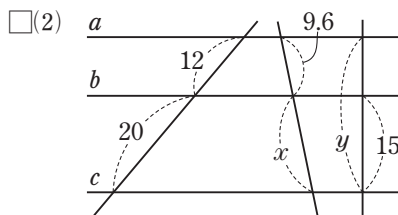
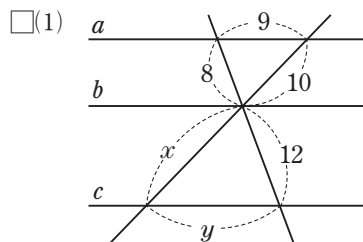
- 確認問題2** 次の図の $\triangle ABC$ で、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、 x の値を求めなさい。



練習問題

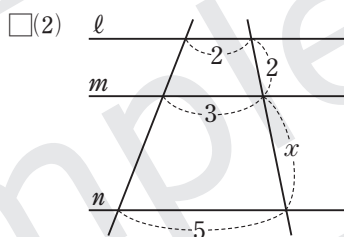
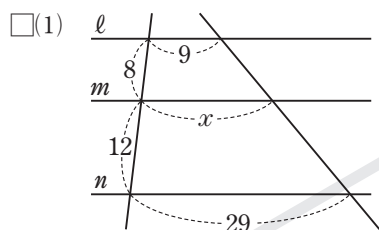
1 [平行線と比①] 次の図で、直線 a, b, c, d が平行であるとき、 x, y の値を求めなさい。

◀ 例題 1



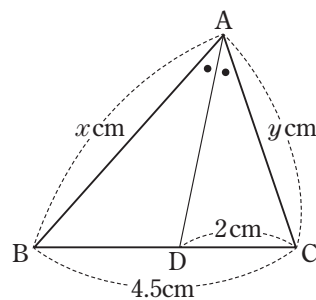
2 [平行線と比②] 次の図で、直線 l, m, n が平行であるとき、 x の値を求めなさい。

◀ 例題 1



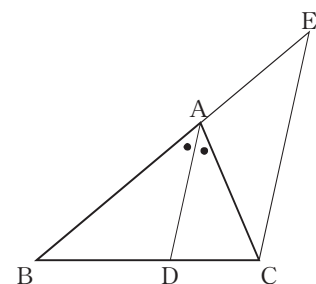
3 [角の二等分線と線分の比①] 右の図の $\triangle ABC$ で、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC と \square の交点を D とする。 $\triangle ABC$ の周の長さが 13.5 cm 、 $BC=4.5\text{ cm}$ 、 $DC=2\text{ cm}$ のとき、 x, y の値を求めなさい。

◀ 例題 2



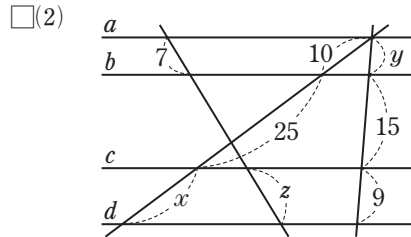
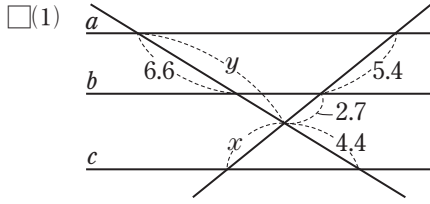
4 [角の二等分線と線分の比②] 右の図で、 D は $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点、 E は辺 BA の延長と C から DA に平行にひいた直線との交点である。このとき、 $AB : AC = BD : DC$ となることを証明しなさい。

◀ 例題 2

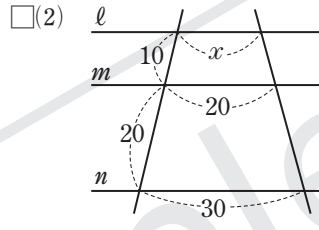
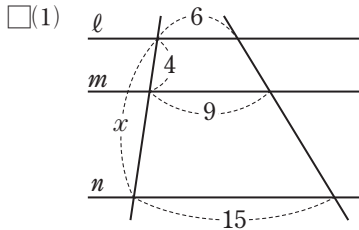


■ 応用問題 ■

1 次の図で、直線 a 、 b 、 c 、 d が平行であるとき、 x 、 y 、 z の値を求めなさい。

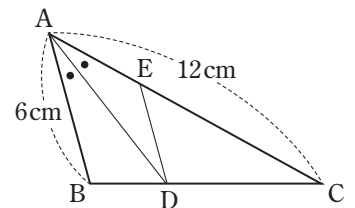


2 次の図で、直線 l 、 m 、 n が平行であるとき、 x の値を求めなさい。



3 右の図の $\triangle ABC$ で、 D 、 E はそれぞれ辺 BC 、 AC 上の点で、 $\angle BAD = \angle CAD$ 、 $ED \parallel AB$ である。このとき、次の問いに答えなさい。

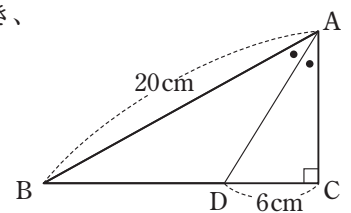
□(1) $BD = 3\text{cm}$ のとき、辺 BC の長さを求めなさい。



□(2) $ED : AB$ を求めなさい。

4 右の図で、 AD は $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線である。 $AB = 20\text{cm}$ 、 $DC = 6\text{cm}$ のとき、

□ $\triangle ABD$ の面積を求めなさい。



相似な図形の相似比と面積比、相似な立体の表面積の比や体積比

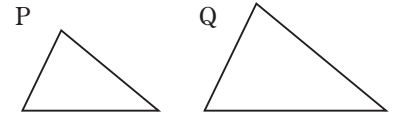
学習1 相似な図形の相似比と面積比

▶ 相似な平面図形では、周の長さの比は相似比に等しく、面積比は相似比の2乗に等しい。

相似比が $m:n$ ならば 周の長さの比は $m:n$

面積比は $m^2:n^2$

例題1 相似な2つの図形P、Qがあり、その相似比は2:3である。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) Pの周の長さが30 cm のとき、Qの周の長さを求めなさい。

(2) Qの面積が 54 cm^2 のとき、Pの面積を求めなさい。

解き方 (1) Qの周の長さを $x \text{ cm}$ とすると、 $30:x=2:3$ 、 $2x=90$ 、 $x=45$

答 45 cm

周の長さの比 相似比

(2) Pの面積を $y \text{ cm}^2$ とすると、 $y:54=2^2:3^2$ 、 $y:54=4:9$ 、 $9y=216$ 、 $y=24$

答 24 cm^2

面積比 相似比の2乗

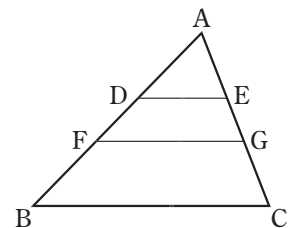
確認問題1 次の問いに答えなさい。

□(1) 相似な2つの図形A、Bがあって、AとBの相似比は4:5である。Bの面積が 100 cm^2 のとき、Aの面積を求めなさい。

□(2) 相似な2つの図形P、Qがあって、周の長さはPが36 cm、Qが30 cm である。Pの面積が 72 cm^2 のとき、Qの面積を求めなさい。

(3) 右の図で、線分DE、FGは辺BCに平行で、 $AD:DF=3:2$ 、 $AD=FB$ とするとき、次の問いに答えなさい。

□① $\triangle ADE$ の周の長さが15 cm のとき、 $\triangle AFG$ の周の長さを求めなさい。



□② $\triangle ADE$ の面積が 18 cm^2 のとき、四角形DFGE、四角形FBCGの面積をそれぞれ求めなさい。

学習2 相似な立体の表面積の比や体積比

▶ 相似な立体では、表面積の比は相似比の2乗に等しく、体積比は相似比の3乗に等しい。

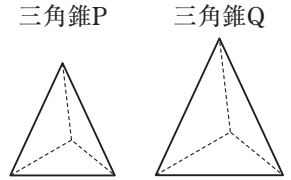
相似比が $m:n$ ならば 表面積の比は $m^2:n^2$

体積比は $m^3:n^3$

例題2 相似な2つの三角錐P、Qがあり、その相似比は4:5である。

このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) Qの表面積が 50cm^2 のとき、Pの表面積を求めなさい。
 (2) Pの体積が 128cm^3 のとき、Qの体積を求めなさい。



解き方 (1) Pの表面積を $x\text{cm}^2$ とすると、 $x:50=4^2:5^2$ 、 $x:50=16:25$ 、

$$25x=800、x=32$$

表面積の比 相似比の2乗

答 32cm^2

(2) Qの体積を $y\text{cm}^3$ とすると、 $128:y=4^3:5^3$ 、 $128:y=64:125$ 、 $64y=16000$ 、 $y=250$

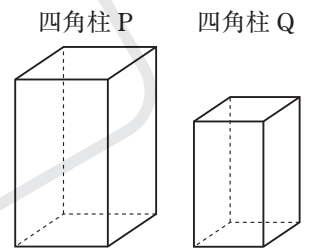
体積比 相似比の3乗

答 250cm^3

確認問題2 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図のように、相似な2つの四角柱P、Qがあって、PとQの相似比は4:3である。このとき、次の問いに答えなさい。

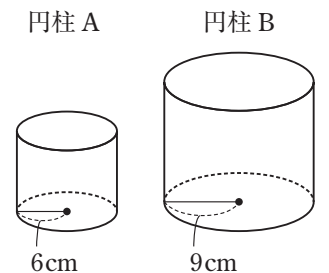
① Qの表面積が 135cm^2 のとき、Pの表面積を求めなさい。



② Pの体積が 192cm^3 のとき、Qの体積を求めなさい。

- (2) 相似な2つの円柱A、Bがあって、底面の半径はAが6cm、Bが9cmである。このとき、次の問いに答えなさい。

① Aの表面積が $240\pi\text{cm}^2$ のとき、Bの表面積を求めなさい。



② Bの体積が $432\pi\text{cm}^3$ のとき、Aの体積を求めなさい。

練習問題

1 [相似な図形の相似比と面積比①] 次の問いに答えなさい。

◀ 例題1

□(1) 相似な2つの円P、Qがあって、PとQの相似比は3:4である。Pの面積が $54\pi\text{ cm}^2$ のとき、Qの面積を求めなさい。

□(2) 相似な2つの四角形A、Bがあり、周の長さは、Aが70 cm、Bが112 cmである。Aの面積が 275 cm^2 のとき、Bの面積を求めなさい。

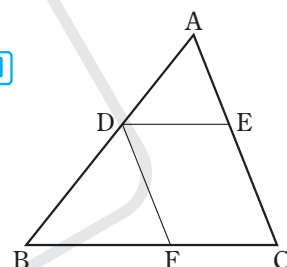
□(3) 相似な2つの $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEF$ があり、辺ABと対応する辺DEの長さの比は3:8である。 $\triangle ABC$ の面積が 36 cm^2 のとき、 $\triangle DEF$ の面積を求めなさい。

2 [相似な図形の相似比と面積比②] 右の図の $\triangle ABC$ で、 $DE \parallel BC$ 、 $DF \parallel AC$ とする。

$\triangle ADE$ の面積が 36 cm^2 で、 $AD : DB = 3 : 4$ のとき、次の問いに答えなさい。 ▶ 例題1

□(1) $\triangle DBF$ の面積を求めなさい。

□(2) 四角形DFCEの面積を求めなさい。



3 [相似な立体の表面積の比や体積比①] 2つの球A、Bがあって、AとBの半径の比が2:3のとき、次の問いに答えなさい。 ▶ 例題2

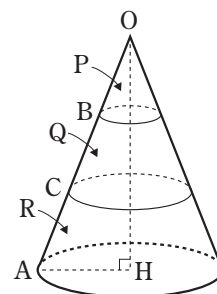
□(1) AとBの表面積の比を求めなさい。

□(2) Bの体積が $972\pi\text{ cm}^3$ のとき、Aの体積を求めなさい。

4 [相似な立体の表面積の比や体積比②] 右の図のような円錐を、母線OAを3等分する点B、Cを通り、底面に平行な平面で切って、3つの立体P、Q、Rに分けるときの、次の問いに答えなさい。 ▶ 例題2

□(1) 立体Pと立体Qの側面積の比を求めなさい。

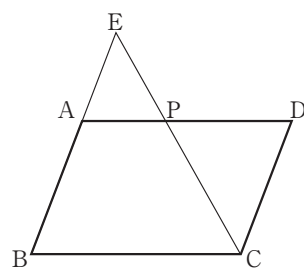
□(2) $OH = 18\text{ cm}$ 、 $AH = 6\text{ cm}$ とすると、立体Rの体積を求めなさい。



■ 応用問題 ■

1 右の図のように、 $\square ABCD$ の辺 AD 上に、 $AP:PD=2:3$ となるような点 P をとり、 BA の延長と CP の延長との交点を E とする。このとき、次の問いに答えなさい。

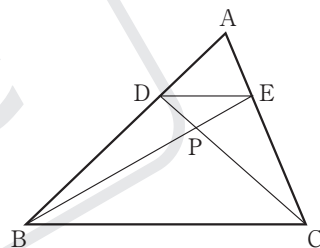
- (1) $EA=6\text{cm}$ のとき、 EB の長さを求めなさい。
- (2) $\triangle CDP$ と $\triangle EAP$ の面積比を求めなさい。
- (3) $\triangle EAP$ の面積が 8cm^2 のとき、 $\square ABCD$ の面積を求めなさい。



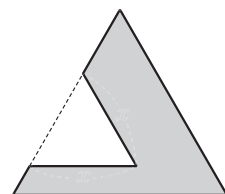
2 相似な2つの角錐 P 、 Q があって、底面積は P が 27cm^2 、 Q が 48cm^2 である。 P の体積が 81cm^3 のとき、 Q の体積を求めなさい。

3 右の図の $\triangle ABC$ で、 D 、 E はそれぞれ辺 AB 、 AC 上の点で、 $DE \parallel BC$ である。
 $DB=2AD$ 、 $\triangle PDE=3\text{cm}^2$ のとき、次の問いに答えなさい。

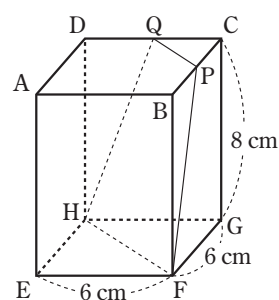
- (1) $DE:BC$ を求めなさい。
- (2) $\triangle DBE$ の面積を求めなさい。
- (3) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。



難4 右の図のように、大きい正三角形から小さい正三角形を取り除いてできた図形がある。
 この図形の面積は、取り除いた正三角形の面積の3倍であり、この図形の周の長さは 56cm である。取り除いた正三角形の1辺の長さを求めなさい。



5 右の図のような、 $EF=FG=6\text{cm}$ 、 $CG=8\text{cm}$ の直方体 $ABCDEFGH$ で、 P 、 Q はそれぞれ辺 BC 、 CD の中点とする。この直方体を四角形 $PQHF$ で切って2つの立体に分けたとき、頂点 C をふくむほうの立体の体積を求めなさい。

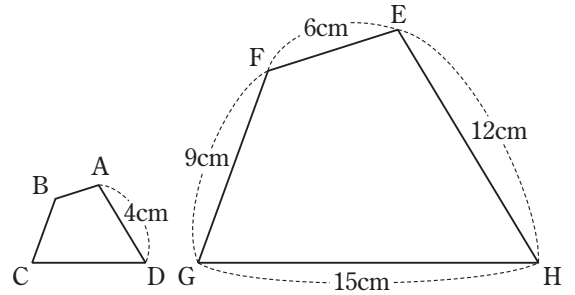


5 章のまとめ

1 相似な図形

右の図で、四角形 ABCD の四角形 EFGH であるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 四角形 ABCD と四角形 EFGH の相似比を求めなさい。
- (2) 辺 AB の長さを求めなさい。
- (3) 辺 CD の長さを求めなさい。

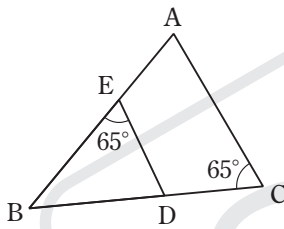


2 三角形の相似条件

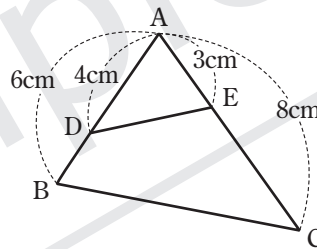
次の問いに答えなさい。

- (1) 次のそれぞれの図で、相似な三角形を記号 \sim を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

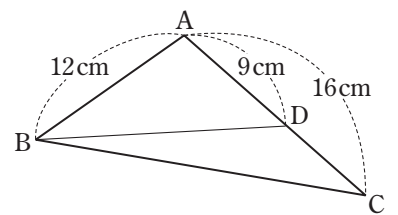
①



②



- (2) 右の図の $\triangle ABC$ で、D は辺 AC 上の点である。AB=12cm、AD=9cm、AC=16cm のとき、 $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ であることを証明しなさい。



3 相似の利用

家から図書館までの道のりを、地図上で最小の目もりが10mの定規ではかったら3420mだった。このとき、次の問いに答えなさい。

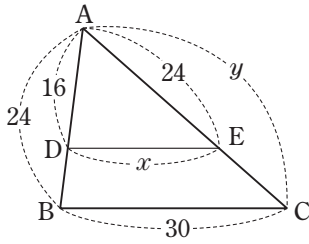
- (1) 家から図書館までの道のりの真の値を a として、 a の範囲を不等号を使って表しなさい。
- (2) この測定値を、(整数部分が1けたの数) \times (10の累乗) の形に表しなさい。

4 三角形と比

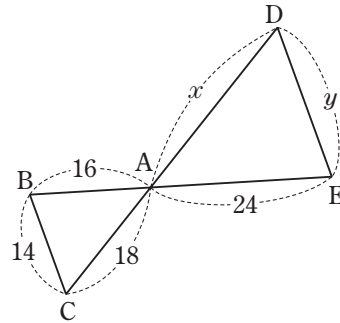
次の問いに答えなさい。

(1) 次の図で、 $DE \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を求めなさい。

□①

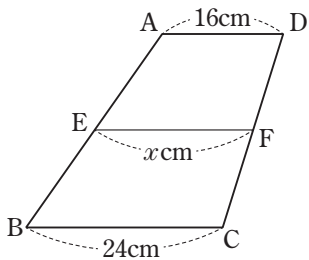


□②

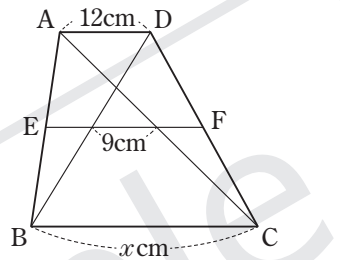


(2) 次の図で、四角形 ABCD は、 $AD \parallel BC$ の台形で、辺 AB の中点を E とし、E から辺 BC に平行な直線をひき、辺 CD との交点を F とする。このとき、 x の値を求めなさい。

□①



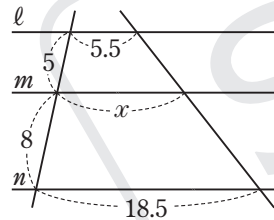
□②



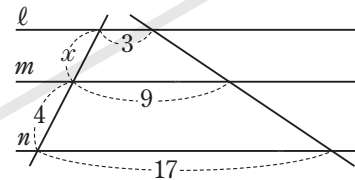
5 平行線と比

次の図で、直線 l 、 m 、 n が平行であるとき、 x の値を求めなさい。

□(1)



□(2)



6 相似な図形の相似比と面積比

□ 相似な2つの五角形 P、Q があって、P と Q の相似比は $7:2$ である。P の面積が 147cm^2 のとき、Q の面積を求めなさい。

7 相似な立体の表面積の比や体積比

相似な2つの円錐 A、B があって、A と B の底面の円の半径の比が $5:4$ のとき、次の問いに答えなさい。

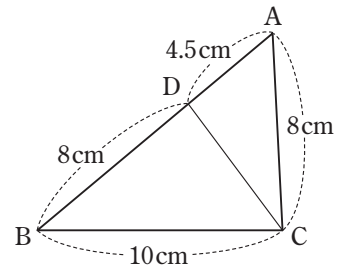
□(1) A と B の表面積の比を求めなさい。

□(2) A の体積が $750\pi\text{cm}^3$ のとき、B の体積を求めなさい。

1 右の図の $\triangle ABC$ で、 $AD=4.5\text{ cm}$ 、 $DB=8\text{ cm}$ 、 $BC=10\text{ cm}$ 、 $AC=8\text{ cm}$ のとき、
次の問いに答えなさい。 〈6点×2〉

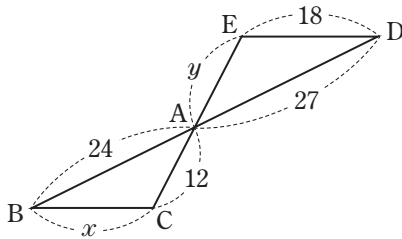
(1) 相似な三角形を、記号のを使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

(2) CD の長さを求めなさい。

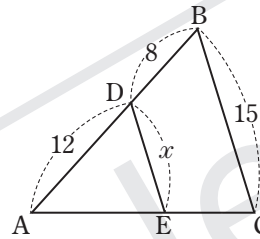


2 次の図で、 $DE \parallel BC$ とするとき、 x 、 y の値を求めなさい。 〈6点×3〉

(1)

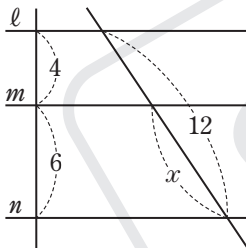


(2)

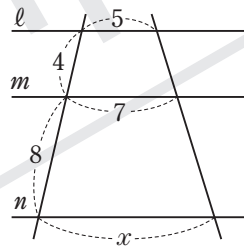


3 次の図で、直線 l 、 m 、 n が平行であるとき、 x の値を求めなさい。 〈6点×2〉

(1)

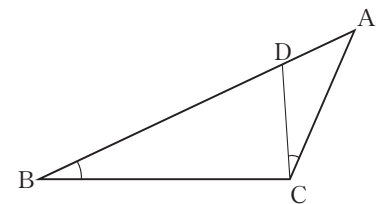


(2)



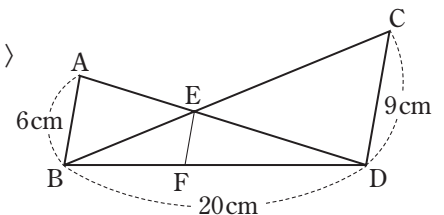
4 右の図で、 $\angle ABC = \angle ACD$ 、 $AB=8\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ 、 $CA=4\text{ cm}$ のとき、

BD の長さを求めなさい。 〈6点〉

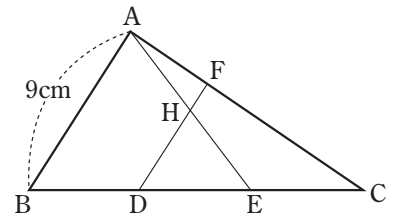


5 右の図で、 AB 、 CD 、 EF は平行で、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $CD=9\text{ cm}$ 、 $BD=20\text{ cm}$

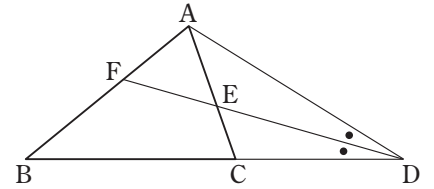
である。このとき、 BF 、 EF の長さを求めなさい。 〈6点×2〉



- 6 右の図のような $AB=9\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ がある。D、E は辺 BC を 3 等分する点で、 $FD \parallel AB$ となるように、辺 AC 上に点 F をとる。AE と DF との交点を H とするとき、FH の長さを求めなさい。 (6 点)



- 7 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 BC の延長上に、 $\angle CBA = \angle CAD$ となる点 D をとる。 $\angle ADC$ の二等分線が辺 AC、AB と交わる点をそれぞれ E、F とする。このとき、次の問いに答えなさい。 (7 点 \times 2)



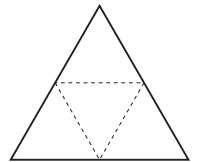
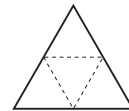
- (1) $\triangle ADF \sim \triangle CDE$ となることを証明しなさい。

- (2) $AE=3\text{ cm}$ 、 $EC=2\text{ cm}$ 、 $CD=6\text{ cm}$ のとき、BC の長さを求めなさい。

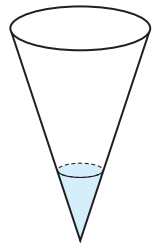
- 8 右の図は、正四面体 A、B の展開図である。展開図の面積がそれぞれ 40 cm^2 、 90 cm^2 であるとき、正四面体 A の体積は正四面体 B の体積の何倍ですか。 (6 点)

A の展開図

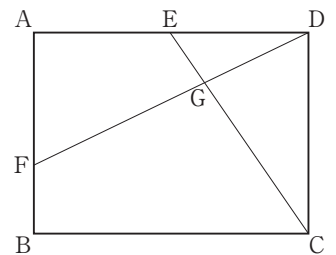
B の展開図



- 9 右の図のような円錐形の容器に、水を 60 cm^3 入れたら、容器の $\frac{1}{3}$ の深さまで水が入った。あと何 cm^3 入れたら、水は容器いっぱいになりますか。 (7 点)



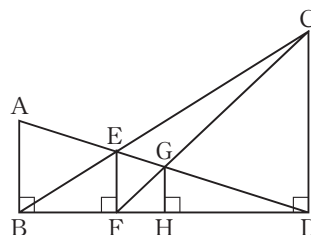
- 10 右の図の長方形 ABCD で、E は辺 AD の中点である。また、F は辺 AB 上の点で、G は CE と DF との交点である。 $AB=6\text{ cm}$ 、 $AD=8\text{ cm}$ 、 $AF=4\text{ cm}$ のとき、四角形 BCGF の面積を求めなさい。 (7 点)



チャレンジ問題

1 右の図で、 AB 、 CD 、 EF 、 GH はすべて BD に垂直である。 $AB=6\text{cm}$ 、 $EF=4\text{cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。

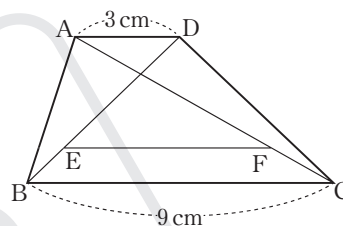
(1) CD の長さを求めなさい。



(2) GH の長さを求めなさい。

2 右の図のように、 $AD \parallel BC$ 、 $AD=3\text{cm}$ 、 $BC=9\text{cm}$ の台形 $ABCD$ がある。

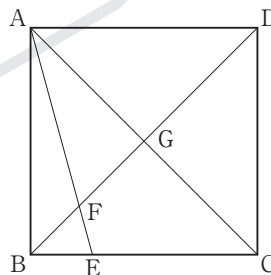
対角線 DB 、 AC をそれぞれ $3:1$ に分ける点を E 、 F とするとき、 EF の長さを求めなさい。



3 右の図で、四角形 $ABCD$ は正方形であり、 E は辺 BC 上の点で、 $BE:EC=1:3$ である。また、 F 、 G はそれぞれ DB と AE 、 AC との交点である。 $AB=10\text{cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。

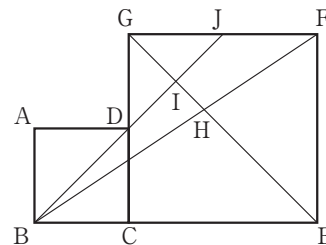
(1) FE の長さは AF の長さの何倍ですか。

(2) $\triangle AFG$ の面積を求めなさい。



4 右の図の四角形 $ABCD$ 、 $CEFG$ は 1 辺の長さがそれぞれ 2cm 、 4cm の正方形で、3 点 B 、 C 、 E は一直線上にある。 BF と EG との交点を H 、 BD の延長と EG 、 FG との交点をそれぞれ I 、 J とする。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) $GI:IH$ を求めなさい。



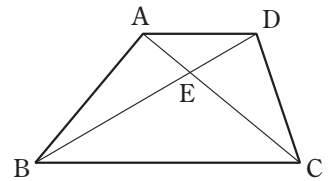
(2) $\triangle FGH$ の面積は $\triangle GIJ$ の面積の何倍ですか。

思考力 ● 実践力 をのばす問題

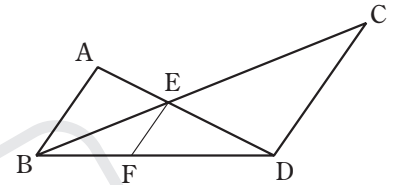
1 次の問いに答えなさい。

- (1) 図で、四角形 ABCD は $AD \parallel BC$ の台形、E は線分 AC と DB との交点である。
 $AD=6\text{cm}$ 、 $AE=3\text{cm}$ 、 $EC=7\text{cm}$ のとき、BC の長さは何 cm か、求めなさい。

(愛知)

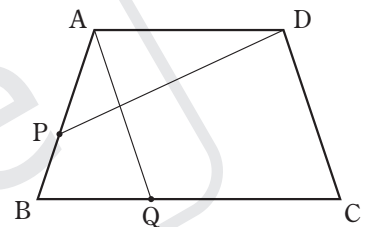


- (2) 右の図で、AB、CD、EF は平行です。 $AB=2\text{cm}$ 、 $CD=3\text{cm}$ のとき、
 EF の長さを求めなさい。(埼玉 24)



- 2 右の図 1 で、四角形 ABCD は、 $AD \parallel BC$ 、 $AB=DC$ 、 $AD < BC$ の台形である。点 P は、辺 AB 上にある点で、頂点 A、頂点 B のいずれにも一致しない。点 Q は、辺 BC 上にある点で、頂点 B、頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 A と点 Q、頂点 D と点 P をそれぞれ結ぶ。次の各問に答えよ。(東京)

図 1

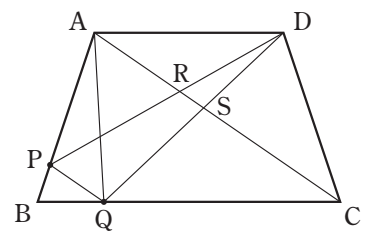


- (1) 図 1 において、 $AQ \parallel DC$ 、 $\angle AQC=110^\circ$ 、 $\angle APD=a^\circ$ とするとき、 $\angle ADP$ の大きさを表す式を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。

ア $(140-a)$ 度 イ $(110-a)$ 度 ウ $(70-a)$ 度 エ $(40-a)$ 度

- (2) 右の図 2 は、図 1 において、頂点 A と頂点 C、頂点 D と点 Q、点 P と点 Q をそれぞれ結び、線分 AC と線分 DP との交点を R、線分 AC と線分 DQ との交点を S とし、 $AC \parallel PQ$ の場合を表している。次の①、②に答えよ。

図 2



- ① $\triangle ASD$ の $\triangle CSQ$ であることを証明せよ。

- ② 次の□の中の「お」「か」「き」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図 2 において、 $AP : PB=3 : 1$ 、 $AD : QC=2 : 3$ のとき、

$\triangle DRS$ の面積は、台形 ABCD の面積の $\frac{\text{お}}{\text{かき}}$ 倍である。