

学力検査問題

数 学 第 5 回

(時間 50 分)

注 意

1 解答用紙について

- (1) 解答用紙は1枚で、問題用紙にはさんであります。
- (2) 係の先生の指示に従って、所定の欄2か所に受検番号を書きなさい。
- (3) 答えはすべて解答用紙のきめられたところに、はっきりと書きなさい。
- (4) 解答用紙は切りはなしてはいけません。

2 問題用紙について

- (1) 表紙の所定の欄に受検番号を書きなさい。
- (2) 問題は全部で4問あり、表紙を除いて10ページです。
- (3) 問題用紙の余白を利用して、計算したり、図をかいたりしてもかまいません。

3 解答について

- (1) 答えに根号を含む場合は、根号をつけたままで答えなさい。
 - (2) 答えに円周率を含む場合は、 π を用いて答えなさい。
- 印刷のはっきりしないところは、手をあげて係の先生に聞きなさい。

1 次の各問に答えなさい。(65点)

(1) $-2x + 11x$ を計算しなさい。(4点)

(2) $7 \times (-9) + 5$ を計算しなさい。(4点)

(3) $-5y \times 8x^4y \div 10x^2y$ を計算しなさい。(4点)

(4) 方程式 $4(x - 2) = 3(2x - 1) - 1$ を解きなさい。(4点)

(5) $\sqrt{18} - 2\sqrt{2}$ を計算しなさい。(4点)

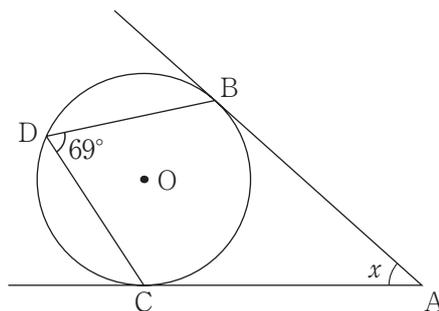
(6) $x^2 + 2xy - 15y^2$ を因数分解しなさい。(4点)

(7) 連立方程式 $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 4x - 3y = -3 \end{cases}$ を解きなさい。(4点)

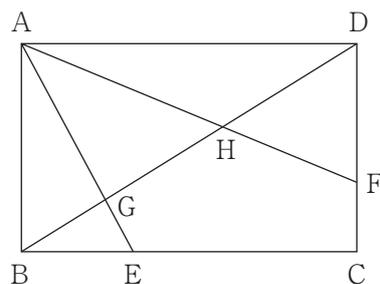
(8) 2次方程式 $(x - 6)(x - 2) = 3$ を解きなさい。(4点)

(9) $A(0, 4)$, $B(5, 0)$, $C(-1, 0)$ があります。グラフが点 A を通り、 $\triangle ABC$ の面積を二等分する直線となる1次関数の式を求めなさい。(4点)

(10) 右の図で、点 A は円 O の外側にある点です。点 A を通り円 O に接する2直線と円 O との接点を、それぞれ B , C とします。また、点 D は、長いほうの \widehat{BC} 上の点です。 $\angle BDC = 69^\circ$ のとき、 $\angle BAC$ の大きさ x を求めなさい。(4点)



- (11) 右の図のような長方形 ABCD があります。辺 BC 上に $BE : EC = 1 : 2$ となる点 E, 辺 CD 上に $CF : FD = 1 : 2$ となる点 F をとり, 線分 AE, AF をひきます。また, 対角線 BD と線分 AE, AF との交点をそれぞれ G, H とします。このとき, $\triangle AGH$ の面積は長方形 ABCD の面積の何倍になるかを求めなさい。(4 点)



- (12) 赤玉 2 個と白玉 3 個が入った箱の中から玉を取り出します。このときの取り出し方について述べた文として正しいものを, 次のア~エの中から一つ選び, その記号を書きなさい。

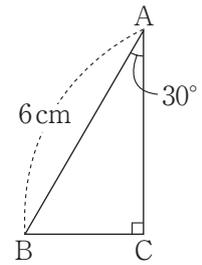
ただし, 箱の中は見えないものとし, どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとします。
(4 点)

- ア 1 個の玉を取り出すとき, 赤玉を取り出す確率と白玉を取り出す確率は同じである。
 イ 同時に 2 個の玉を取り出すとき, 2 個の玉の色が同じである確率は, 色が異なる確率より小さい。
 ウ 同時に 2 個の玉を取り出すとき, 取り出した玉が 2 個とも白玉である確率と, 赤玉と白玉である確率は同じである。
 エ 同時に 3 個の玉を取り出すとき, 取り出した玉のうち少なくとも 1 個は赤玉である。

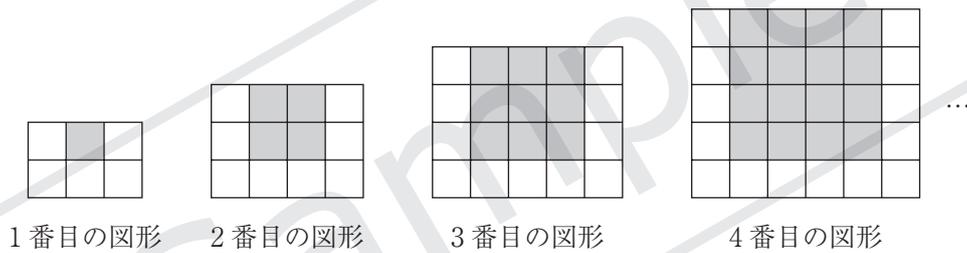
- (13) 右の表は, あるクラスの生徒 25 人の通学時間を度数分布表に表したものです。このクラスの 20 分以上 30 分未満の階級の累積相対度数を求めなさい。(4 点)

通学時間(分)		度数(人)
以上	未満	
0	~ 10	5
10	~ 20	9
20	~ 30	7
30	~ 40	3
40	~ 50	1
計		25

- (14) 右の図のような $AB = 6\text{cm}$, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$ の直角三角形 ABC があります。この $\triangle ABC$ を、直線 AC を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。(4点)



- (15) 下の図のように、正方形の形をした同じ大きさの白いタイルと黒いタイルをすき間なく並べて、1番目の図形、2番目の図形、3番目の図形、4番目の図形、……と、長方形の形をした図形をつくれます。このとき、白いタイルの枚数が50枚である図形の黒いタイルの枚数を求めなさい。(4点)



- (16) 次は、1組の生徒20人と2組の生徒20人の1年間に読んだ本の冊数について、AさんとBさんが会話している場面です。これを読んで、下の間に答えなさい。

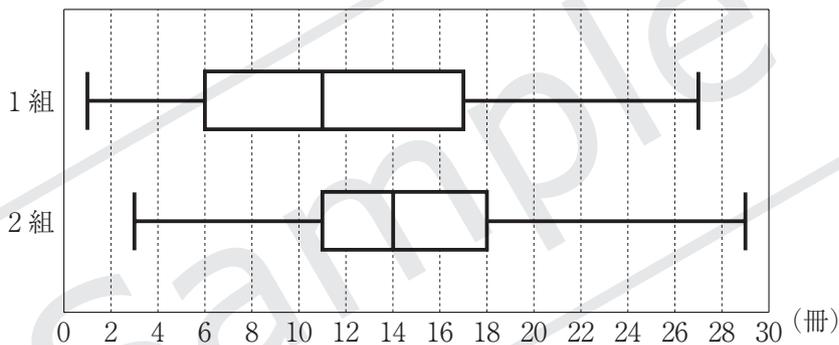
Aさん 「右の表は、1組と2組の合計40人の生徒の1年間で読んだ本の冊数について、度数分布表にまとめたものだよ。」

Bさん 「そうなんだ。この表からだ、1組と2組の生徒の読んだ本の冊数を比較することができないね。」

Aさん 「下の図は、1組と2組の生徒20人ずつの1年間で読んだ本の冊数について、箱ひげ図にまとめたものだよ。この箱ひげ図からは、1組と2組の生徒の読んだ本の冊数を比較することができるね。」

読んだ本の冊数(冊)		度数(人)
以上	未満	
0	～ 5	5
5	～ 10	6
10	～ 15	12
15	～ 20	15
20	～ 25	0
25	～ 30	2
計		40

図



Bさん 「2組の生徒のほうが1年間で読んだ本の冊数は全体的に多そうだね。」

Aさん 「そうだね。この箱ひげ図からわかる代表値は、どれも2組のほうが大きいからね。」

Bさん 「ほかに気づくことはないかな。」

Aさん 「もし、2組の最大値の生徒がいなかったとすると、

I

から、最大値は1組のほうが大きくなることがわかるよ。」

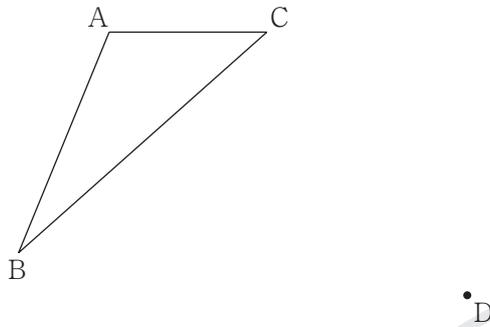
Bさん 「本当だ。よく気づいたね。」

- 問 会話文中の I にあてはまる、2組の最大値の生徒がいなかったとすると、最大値は1組のほうが大きくなる理由を説明しなさい。(5点)

2 次の各問に答えなさい。(12点)

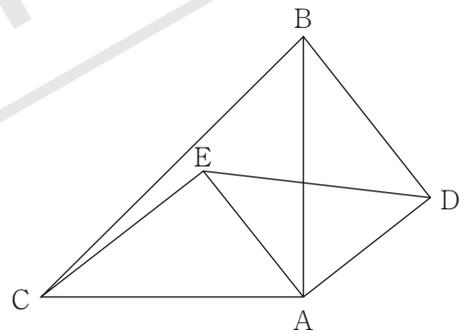
- (1) 下の図のように、 $\triangle ABC$ と点対称な $\triangle DEF$ の頂点 D があります。 $\triangle DEF$ をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。(6点)



- (2) 右の図のように、 $AB = AC$ である直角二等辺三角形 ABC があります。2点 D, E を $\triangle ADE$ が、 $AD = AE$ である直角二等辺三角形となるようにとります。

このとき、 $\triangle AEC \cong \triangle ADB$ であることを証明しなさい。ただし、点 E は $\triangle ABC$ の内側にあるものとします。(6点)



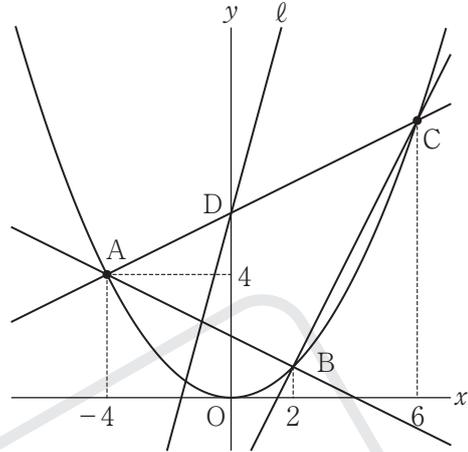
3 次は、ある数学の【問題】について、先生と E さん、F さんが会話している場面です。これを読んで、あとの各問に答えなさい。(13 点)

先生 「次の【問題】について、考えてみましょう。」

【問題】

右の図で、放物線は関数 $y = ax^2 (a > 0)$ のグラフで、放物線上に点 $A(-4, 4)$ があります。また、放物線上に x 座標が 2, 6 である 2 点 B, C をそれぞれとり、直線 AC と y 軸との交点を D とします。

点 D を通り傾きが k の直線を ℓ とするとき、直線 ℓ 、直線 AB 、直線 BC とで囲まれた図形が三角形にならないときの k の値を、すべて求めなさい。



E さん 「まず、 a の値を求めてから、2 点 B, C の y 座標をそれぞれ求めるのがいいと思います。」

先生 「そうですね。それでは、 a の値と、2 点 B, C の y 座標をそれぞれ求めてみましょう。」

F さん 「 a の値は 、点 B の y 座標は 、点 C の y 座標は となりますね。」

E さん 「3 点 A, B, C の座標がわかったので、2 直線 AB, BC の式を求めることができますね。」

先生 「そうですね。次に直線 ℓ と、2 直線 AB, BC とで囲まれた図形が三角形にならないときを考えてみましょう。」

F さん 「直線 ℓ が点 B を通るときは、3 つの直線で囲まれた図形ができないので、三角形になりません。」

E さん 「ほかにも、3 つの直線で囲まれた図形が三角形にならない場合がありますよ。」

先生 「よく気づきました。それでは【問題】を解いてみましょう。」

(1) , , にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。(4点)

(2) Eさんが考えた、下線部の3つの直線で囲まれた図形が三角形にならない場合を説明しなさい。
(5点)

(3) 直線 l , 直線 AB, 直線 BC とで囲まれた図形が三角形にならないときの k の値を、すべて求めなさい。(4点)



4 図1のような、底面の円の半径が5cm、母線の長さが13cmの円錐の形をした容器があります。

この容器の中に、図2のように点Oを中心とする球を入れ容器の内側の面で固定したあと、点Pを中心とする球を入れたところ、点Pを中心とする球は、点Oを中心とする球と容器の内側の面とで固定されました。また、点Oを中心とする球と点Pを中心とする球は、容器の高さの半分の位置で接しています。次の各問に答えなさい。

ただし、容器の厚さは考えないものとします。(10点)

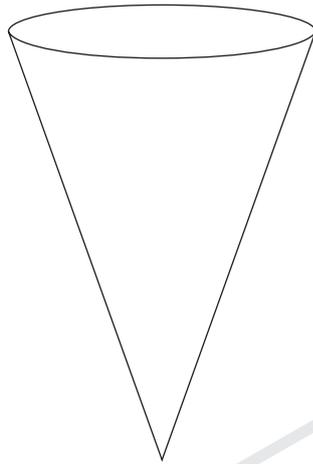


図1

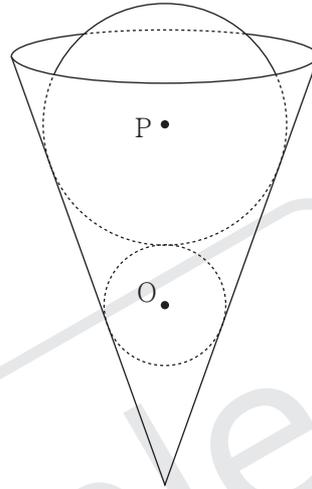


図2

(1) 図1の容器の容積を求めなさい。(6点)

(2) 点Oと点Pの距離OPを求めなさい。(4点)



(以上で問題は終わりです。)