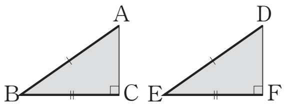
確認編
15 三角形と四角形

1 直角三角形の合同

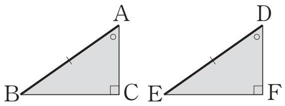
(1) **斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい。**

図 ∠C＝∠F＝90°、AB＝DE、BC＝EF

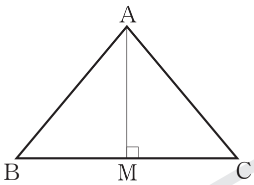


(2) **斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい。**

図 ∠C＝∠F＝90°、AB＝DE、∠A＝∠D



例題1 AB＝AC の二等辺三角形 ABC の頂点 A から辺 BC に垂線 AM をひきます。△ABM≡△ACM を証明しなさい。



解き方

「斜辺が等しい」ことを利用する。

［証明］ △ABM と △ACM で　⇒ 対応する頂点の順に書く

仮定より　AB＝AC……………………①

∠AMB＝∠AMC＝90°……②　⇒＝90° を忘れない

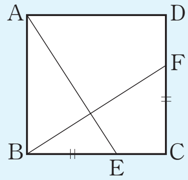
また　AM は共通………………③　⇒∠B＝∠Cでも証明できる ●BM＝CMは使えない！

①、②、③より斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいので　△ABM≡△ACM　⇒ 直角三角形の合同条件

●直角三角形の合同の証明

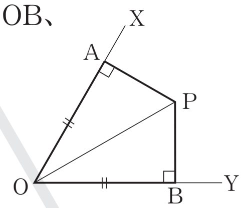
斜辺が等しいといえないときは、一般の三角形の合同条件を利用する。

例 図の正方形で BE＝CF です。△ABE≡△BCF を証明しなさい。



⇒AE＝BF は使えない。「2 組の辺とその間の角」を利用。

類題 1 図で OA＝OB、AP⊥OX、BP⊥OY です。AP＝BP を証明しなさい。

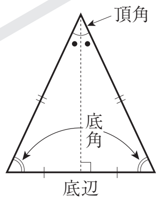


2 二等辺三角形

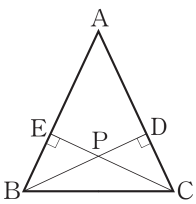
(1) **二等辺三角形の定義** 2 辺が等しい三角形

(2) **二等辺三角形の底角は等しい。**（性質）

(3) **二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺の垂直二等分線である。**（性質）



例題2 図は AB＝AC の二等辺三角形です。頂点 B、C から対辺にひいた垂線をそれぞれ BD、CE とし、その交点を P とします。PB＝PC となることを証明しなさい。



解き方

△DCB≡△EBC を利用して、∠PBC＝∠PCB をいえばよい。

［証明］ △DCB と △EBC で、

AC＝AB より　∠DCB＝∠EBC　……①　⇒底角は等しい

仮定より　∠BDC＝∠CEB＝90°　……②　⇒仮定 ●DC＝EB、DB＝EC は使えない！

また、BC は共通　…………………………③

①、②、③より、斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので　△DCB≡△EBC　⇒直角三角形の合同条件

よって　∠PBC＝∠PCB より　PB＝PC　⇒結論

●二等辺三角形であることの証明

次のどちらかをいえばよい。

① 2 辺が等しい。

② 2 角が等しい。

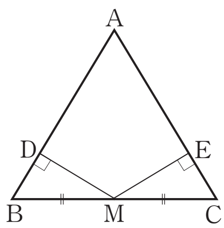
●正三角形(特別な二等辺三角形)

① 定義　3 辺が等しい三角形

② 性質　3 つの角が等しい

類題 2

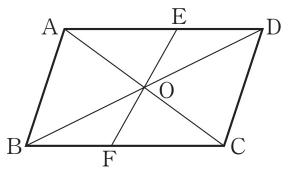
図は、AB＝ACの二等辺三角形で、底辺の中点Mから2辺 AB、AC に垂線MD、ME をひきます。MD＝ME を証明しなさい。



3 平行四辺形の定義と性質

(1)　**定義**　2 組の対辺が、それぞれ平行な四角形。
(2)　**性質**　①　2 組の対辺は、それぞれ等しい。
②　2 組の対角は、それぞれ等しい。
③　対角線は、それぞれの中点で交わる。

例題3　図のように、▱ABCD の対角線の交点 O を通る直線と、辺 AD、BC との交点をそれぞれ E、F とします。AE=CF を証明しなさい。



解き方

平行四辺形の定義と性質を利用して、三角形の合同を導く。

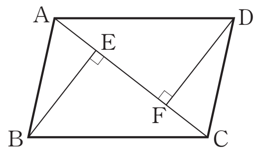
［証明］　△AOE と △COF で、
四角形 ABCD は平行四辺形だから
AO=CO……………………………①　⇒"性質"の③
AD∥BC より　∠EAO=∠FCO（錯角）………②　⇒ 定理
また、　∠AOE=∠COF（対頂角）……③　⇒ 定理
①、②、③より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので △AOE≡△COF　ゆえに AE=CF　⇒ 結論

●**特別な平行四辺形の定義と性質**

通常の平行四辺形の性質の他に次のことが加わる。

名　称	定　　　義	対角線の性質
長方形	4 つの角が直角の四角形	長さが等しい
ひし形	4 つの辺が等しい四角形	垂直に交わる
正方形	4 つの角が直角で、4 つの辺が等しい四角形	長さが等しく垂直に交わる

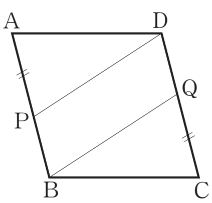
類題3　図は、▱ABCD の対角線 AC に頂点 B、D からそれぞれ垂線をひいたものです。△ABE≡△CDF を証明しなさい。



4 平行四辺形になるための条件

次のいずれかが成り立つ四角形は、平行四辺形である。
(1)　2 組の対辺がそれぞれ平行である。（**定義**）
(2)　2 組の対辺がそれぞれ等しい。（**性質①**）
(3)　2 組の対角がそれぞれ等しい。（**性質②**）
(4)　対角線がそれぞれの中点で交わる。（**性質③**）
(5)　1 組の対辺が平行で長さが等しい。（**定義＋性質①**）

例題4　▱ABCD の辺 AB、CD 上にそれぞれ点 P、Q をとります。AP=CQ のとき、四角形 PBQD が平行四辺形になることを証明しなさい。

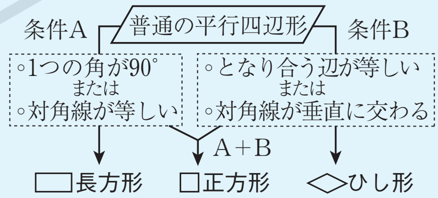


解き方

上記の(1)～(5)の"条件"のどれかに当てはめる。

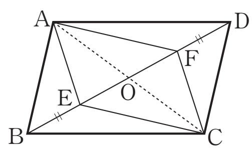
［証明］　四角形 ABCD は平行四辺形だから
AB∥DC より　PB∥DQ………①　⇒"定義"
AB=DC、AP=CQ より　PB=DQ………②　⇒"性質"の①
①、②より、1 組の対辺が平行で長さが等しいので、四角形 PBQD は平行四辺形である。　⇒"条件"の(5)　⇒ 結論

●**特別な平行四辺形になるための条件**



（正方形は長方形であり、ひし形でもある）

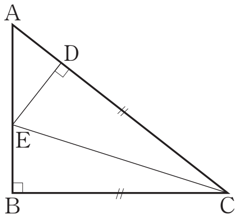
類題4　図の ▱ABCD の対角線上に 2 点 E、F があり、BE=DF です。四角形 AECF が平行四辺形であることを証明しなさい。



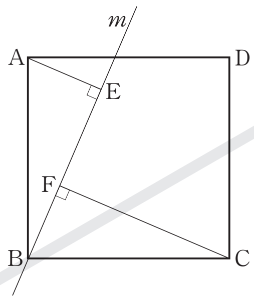
演習A 15 三角形と四角形

1 直角三角形の合同　次の問いに答えなさい。

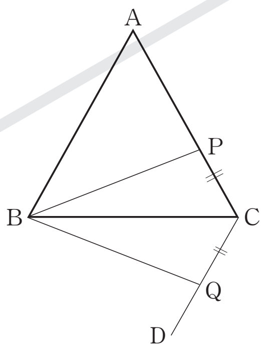
(1)　図の直角三角形 ABC で、斜辺 AC 上に BC＝DC となる点Dをとり、Dを通り AC に垂直な直線と AB との交点をEとします。△BCE≡△DCE を証明しなさい。



(2)　図のように、正方形 ABCD の頂点 B を通り辺 AD と交わる直線 m に、A、C から垂線をひき、m との交点を E、F とします。AE＝BF を証明しなさい。



2 二等辺三角形　図は、AB＝AC の二等辺三角形で、C から AB に平行な直線 CD をひき、CA、CD 上に、CP＝CQ となる点 P、Q をとります。



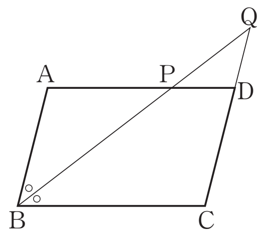
(1)　∠BCQ＝65°のとき ∠A は何度ですか。

[　　　　　　]

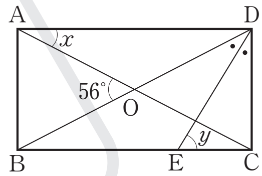
(2)　BP＝BQ を証明しなさい。

3 平行四辺形の定義と性質　次の問いに答えなさい。

(1)　図の▱ABCD の∠B の二等分線と、辺 AD との交点を P、辺 CD の延長との交点を Q とします。PD＝QD を証明しなさい。



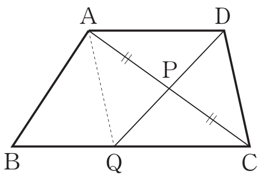
(2)　図の長方形 ABCD で、O は対角線の交点、DE は∠BDC の二等分線です。∠x、∠y の大きさを求めなさい。



[　　　　　　]

4 平行四辺形になるための条件

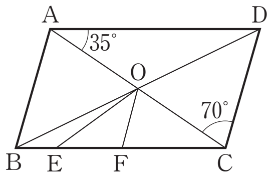
図は AD∥BC の台形で、対角線 AC の中点を P とします。DP の延長と辺 BC との交点を Q として、四角形 AQCD は平行四辺形であることを証明しなさい。



演習B 15 三角形と四角形

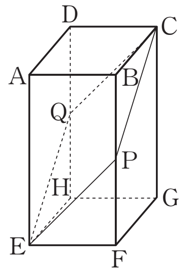
1 次の問いに答えなさい。

(1) 図の▱ABCDで、Oは対角線の交点、AO=EO、OF∥DCです。∠EOFの大きさを求めなさい。



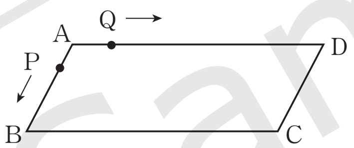
[　　　　　　]

(2) 図は正四角柱で、辺BF、DHの中点をそれぞれP、Qとします。四角形EPCQはどんな図形ですか。



[　　　　　　]

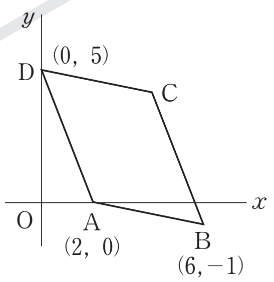
(3) 図はAB=4cm、AD=12cmの平行四辺形で、この辺上を、点Pは毎秒2cmの速さでAからBを経てCまで進み、点Qは毎秒3cmの速さでAからDを経てCまで進みます。△ABP≡△CDQとなるのは、P、QがAを同時に出発して何秒後ですか。



[　　　　　　]

2 図の四角形ABCDは平行四辺形である。

(1) Cの座標を求めなさい。

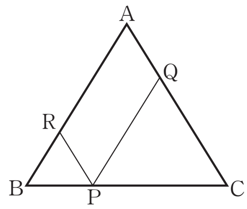


[　　　　　　]

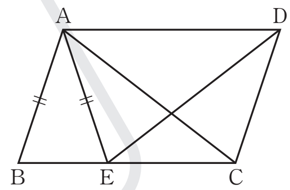
(2) 原点Oを通り▱ABCDの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

[　　　　　　]

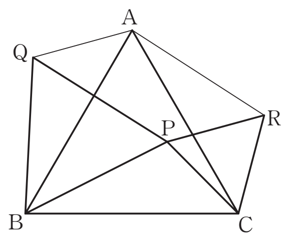
3 図はAB=ACの二等辺三角形で、辺BC上の点PからAB、ACに平行な直線をひき、AC、ABとの交点をそれぞれQ、Rとします。RP+QP=ABを証明しなさい。



4 図は▱ABCDの辺BC上にAB=AEとなる点Eをとったものです。△ABC≡△EADを証明しなさい。



5 図のように、正三角形ABCの内部に点Pをとり、△PBCの外側に、PB、PCをそれぞれ1辺とする正三角形△QBP、△RPCをつくります。



(1) △PBC≡△QBAを証明しなさい。

(2) 四角形AQPRが正方形になるとき、∠PBCは何度ですか。

[　　　　　　]