

# 19 グラフと図形

**基本事項**

- ① 2点の真ん中の点を、2点の**中点**という。
- ② 座標平面上にできる三角形や四角形の面積を求める。
- ③ 比例のグラフと反比例のグラフの1つの交点から、もう1つの交点の座標を求める。

## 例題 1 中点の座標

座標平面上に点A(3, 4), 点B(5, 2)がある。次の問いに答えなさい。

- (1) 点Aと点Bの中点の座標を求めよ。
- (2) 原点Oと点Aの中点の座標を求めよ。

**POINT**

**中点の座標**

2点P(a, b), Q(c, d)

の中点の座標は,

$$\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$$

**解法**

(1) 2点A(3, 4), B(5, 2)の中点の座標は,  $\left(\frac{3+5}{2}, \frac{4+2}{2}\right) = (4, 3)$

(2) 2点O(0, 0), A(3, 4)の中点の座標は,  $\left(\frac{0+3}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$

**答**

(1) (4, 3) (2)  $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

### 確認問題

1 次の2点の中点の座標を求めなさい。

回(1) A(3, 4), B(7, 4)

□(2) C(2, -8), D(2, 6)

回(3) E(-7, -3), F(-1, 5)

□(4) G(6, 3), H(-2, -5)

□(5) I(-3, 9), J(0, -7)

回(6) K(-8, -5), L(-6, -4)

## 例題 2 対称な点

右の図のように、点A(2, 5)とy=xのグラフがある。次の問いに答えなさい。

- (1) 点Aとx軸について対称な点Bの座標を求めよ。
- (2) 点Aとy軸について対称な点Cの座標を求めよ。
- (3) 点Aと原点Oについて対称な点Dの座標を求めよ。
- (4) 点Aとy=xのグラフについて対称な点Eの座標を求めよ。

**解法**

右下の図のようになる。

(1) x軸を対称の軸と考えればよいから、  
B(2, -5)

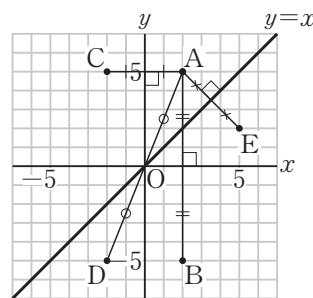
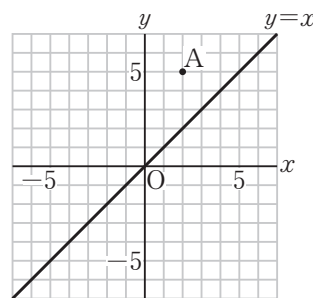
(2) y軸を対称の軸と考えればよいから、  
C(-2, 5)

(3) 原点Oを対称の中心と考えればよいから、  
D(-2, -5)

(4) y=xを対称の軸と考えればよいから、  
E(5, 2)

**POINT**

対称な点を結ぶと、  
対称の軸と垂直になる。



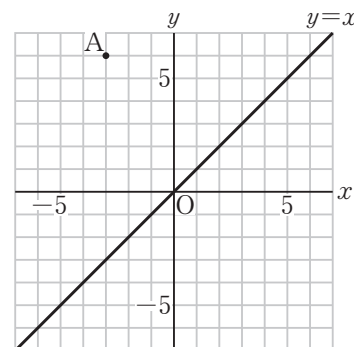
**答**

(1) B(2, -5) (2) C(-2, 5) (3) D(-2, -5) (4) E(5, 2)

確認問題

2 右の図のように、点A(-3, 6)と  $y=x$  のグラフがある。次の問いに答えなさい。

- (1) 点Aと  $x$  軸について対称な点Bの座標を求めよ。
- (2) 点Aと  $y$  軸について対称な点Cの座標を求めよ。
- (3) 点Aと原点Oについて対称な点Dの座標を求めよ。
- (4) 点Aと  $y=x$  のグラフについて対称な点Eの座標を求めよ。



3 点P(-4, -1)について、次の問いに答えなさい。

- (1) 点Pと  $x$  軸について対称な点Qの座標を求めよ。
- (2) 点Pと  $y$  軸について対称な点Rの座標を求めよ。
- (3) 点Pと点(1, -2)について対称な点Sの座標を求めよ。
- (4) 点Pと  $y=-x$  のグラフについて対称な点Tの座標を求めよ。

例題 3 図形の面積

座標平面上で、3点A(-2, 4), B(-4, -2), C(4, -3)を頂点とする三角形の面積を求めなさい。ただし、座標の1目もりを1cmとする。

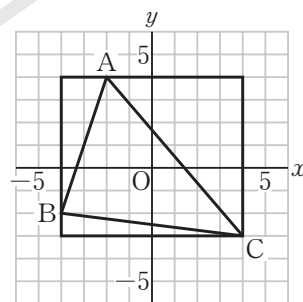
**解法** 右の図のように、軸に平行な辺をもち、三角形ABCをちょうど囲む長方形をつくり、長方形の面積から、余分な3つの三角形の面積をひいて求める。

長方形の縦の長さは、 $4 - (-3) = 7(\text{cm})$

横の長さは、 $4 - (-4) = 8(\text{cm})$

よって、三角形ABCの面積は、 $7 \times 8 - \left( \frac{6 \times 7}{2} + \frac{2 \times 6}{2} + \frac{8 \times 1}{2} \right) = 25(\text{cm}^2)$

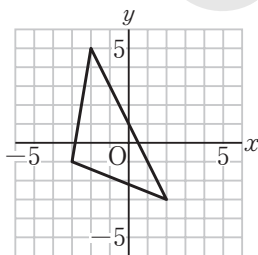
**答**  $25\text{cm}^2$



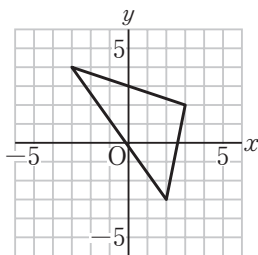
確認問題

4 次の三角形の面積を求めなさい。ただし、座標の1目もりを1cmとする。

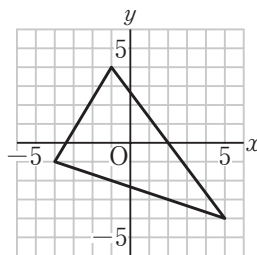
□(1)



□(2)



□(3)



**例題 4** 座標と平行四辺形

平行四辺形ABCDにおいて、 $A(-2, 3)$ 、 $B(-4, -1)$ 、 $C(1, 2)$ である。頂点Dの座標を求めなさい。

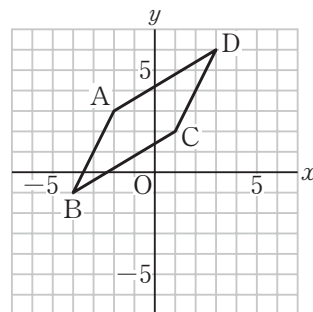
**解法**  $B \rightarrow C$ の移動と $A \rightarrow D$ の移動は同じである。

$B \rightarrow C$ の移動は、右へ5、上へ3だから、Aを右へ5、上へ3移動した点がDである。

したがって、Dのx座標は、 $-2+5=3$

y座標は、 $3+3=6$

よって、Dの座標は、 $(3, 6)$



**答**  $(3, 6)$

**確認問題**

**5** 平行四辺形ABCDにおいて、頂点A、B、Cの座標が次のとき、頂点Dの座標を求めなさい。

□(1)  $A(3, -1)$ 、 $B(0, 3)$ 、 $C(-4, 3)$

□(2)  $A(2, 4)$ 、 $B(-2, 2)$ 、 $C(1, -3)$

□(3)  $A(-4, 2)$ 、 $B(2, -4)$ 、 $C(5, -3)$

□(4)  $A(-3, 4)$ 、 $B(-2, -2)$ 、 $C(3, -4)$

**例題 5** 比例のグラフと図形

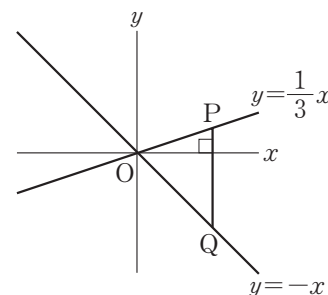
右の図で、点Pのx座標が6のとき、三角形POQの面積を求めなさい。

**解法** 点Pはx座標が6で、 $y = \frac{1}{3}x$ のグラフ上の点であるから、 $P(6, 2)$

点Qはx座標が6で、 $y = -x$ のグラフ上の点であるから、 $Q(6, -6)$

三角形POQで、底辺をPQとすると、PQの長さは、 $2 - (-6) = 8$ 、

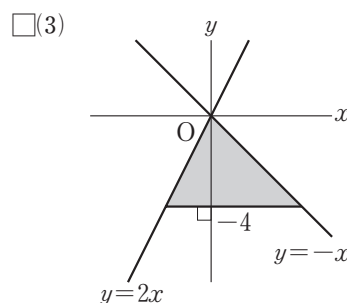
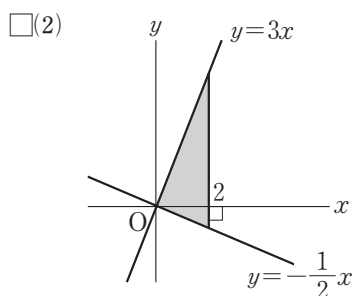
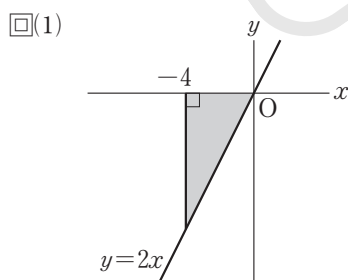
高さは点P、Qのx座標より、6だから、 $\text{三角形POQ} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$



**答** 24

**確認問題**

**6** 次の図で、影をつけた部分の三角形の面積を求めなさい。

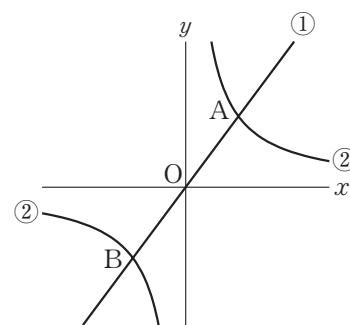


### 例題 6 比例と反比例のグラフ

右の図において、①は $y=ax$ のグラフ、②は $y=\frac{6}{x}$ のグラフである。①と②が

図のように2点A(2, 3)、Bで交わっているとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 点Bの座標を求めよ。  
 (2)  $a$ の値を求めよ。



**解法** (1) 2点A, Bの中点が原点Oだから、 $B(-2, -3)$ となる。  
 (2) 直線①は、点A(2, 3)を通るから、 $x=2, y=3$ を、グラフの式 $y=ax$

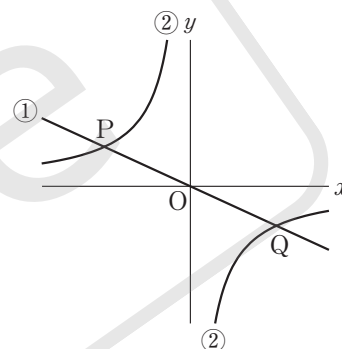
$$\text{に代入して、} 3=a \times 2 \quad a=\frac{3}{2}$$

**答** (1)  $(-2, -3)$  (2)  $a=\frac{3}{2}$

### 確認問題

7 右の図において、直線①と双曲線②との交点をP, Qとする。点Pの座標が $(-4, 2)$ であるとき、次の問いに答えなさい。

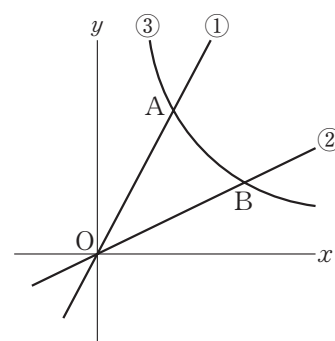
- (1) 直線①と双曲線②の式をそれぞれ求めよ。  
 □(2) 交点Qの座標を求めよ。  
 □(3) 双曲線②の上であって、 $x$ 座標と $y$ 座標がともに整数である点は、何個あるか。



□8 2つの関数のグラフ $y=\frac{12}{x}$ と $y=ax$ が交点を持ち、その交点の $x$ 座標、 $y$ 座標がともに整数となるような $a$ の値は何通りあるか求めなさい。

9 右の図において、①と②は原点を通る直線、③は $y=\frac{a}{x}$ の曲線( $x>0$ )である。直線①と②が、曲線③と交わる点をそれぞれA, Bとする。交点Aの座標は(3, 6)、交点Bの座標は(6,  $b$ )である。座標の1目もりを1cmとして、次の問いに答えなさい。

- (1)  $a, b$ の値をそれぞれ求めよ。  
 □(2) 直線①, ②の式をそれぞれ求めよ。  
 □(3) 3点A, O, Bを結んでできる三角形AOBの面積を求めよ。  
 □(4) 原点Oを通り、三角形AOBの面積を2等分する直線の式を求めよ。



# 演習問題 A

1 【中点の座標・対称な点】 次の問いに答えなさい。

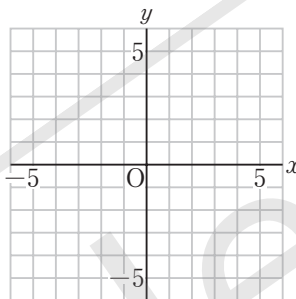
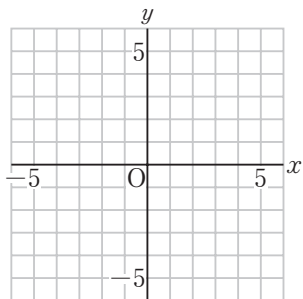
□(1) 2点A(-3, 2), B(7, -8)の中点の座標を求めよ。

□(2) 点C(6, -8)と原点Oについて対称な点の座標を求めよ。

2 【図形の面積】 座標平面上で、次の3点A, B, Cを頂点にもつ三角形の面積を求めなさい。ただし、座標の1目もりを1cmとする。

□(1) A(1, 3), B(-4, 0), C(0, -5)

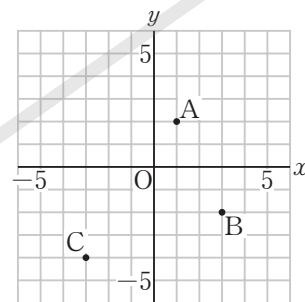
□(2) A(5, 2), B(-2, 4), C(-6, -1)



3 【座標と平行四辺形】 座標平面上に3点A(1, 2), B(3, -2), C(-3, -4)がある。次のような平行四辺形をつくる時、頂点Dの座標を求めなさい。

□(1) 平行四辺形ABCD

□(2) 平行四辺形ACBD

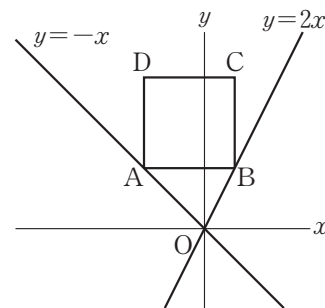


4 【比例のグラフと図形】 右の図のように、 $y=-x$ のグラフ上に点A,  $y=2x$ のグラフ上に点Bをとり、ABを1辺とする正方形ABCDをつくる。ただし、点A, Bのy座標は正とし、ABはx軸に平行とする。

これについて、次の問いに答えなさい。

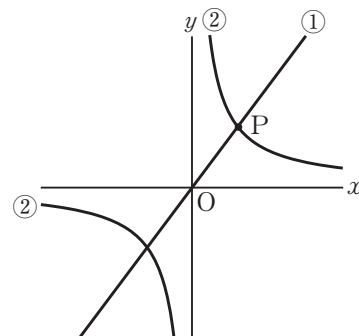
□(1) 点Bのx座標が1のとき、点Aの座標を求めよ。

□(2) 点Aのx座標が-6のとき、正方形ABCDの周の長さを求めよ。



□5 【比例と反比例のグラフ】 右の図のように、 $y=ax$ ……①のグラフと

$y=\frac{12}{x}$ ……②のグラフが点Pで交わっている。点Pのx座標が3のとき、aの値を求めなさい。



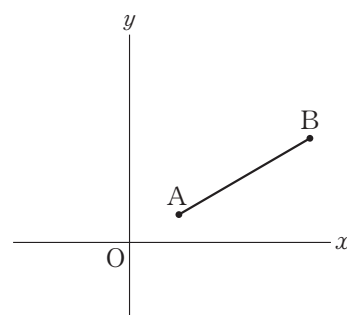
## 演習問題 B

1 右の直線は、比例の関係を表すグラフの一部である。点Aの座標を(2, 1), 点Bの座標を(8, 4)として、次の問いに答えなさい。

□(1) 2点A, Bの中点をMとするとき、Mの座標を求めよ。

□(2)  $y = \frac{a}{x}$  で表される曲線が点Mを通るとき、 $a$ の値を求めよ。

□(3)  $y = \frac{b}{x}$  で表される曲線が、この直線と交わるための $b$ の値の範囲を求めよ。



2 座標平面上に2点A(2, 3), B(3, -2)がある。これについて、次の問いに答えなさい。

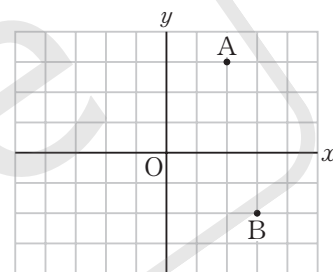
□(1) 3点O, A, Bを頂点とする平行四辺形をつくる時、平行四辺形は何通りできるか。

□(2) ABを対角線の1つとするような平行四辺形AOBCをつくる時、点Cの座標を求めよ。

(3) ABを1辺とし、対角線の交点が原点Oとなる平行四辺形ABDEをつくる時、次の問いに答えよ。

□① 点D, Eの座標をそれぞれ求めよ。

□② 平行四辺形ABDEの面積を求めよ。ただし、座標の1目もりを1cmとする。



3 右の図において、 $y = \frac{1}{2}x$  のグラフ①と、 $y = \frac{a}{x} (x > 0)$  のグラフ②が点Pで交わっている。

点Pを通過して $x$ 軸に平行な直線と $y$ 軸との交点をA, 点Pを通過して $y$ 軸に平行な直線と $x$ 軸との交点をBとする。Bの $x$ 座標が6のとき、次の問いに答えなさい。ただし、座標の1目もりを1cmとする。

□(1)  $a$ の値を求めよ。

□(2) 四角形PAOBの面積を求めよ。

□(3) 2点O, Bの中点を通過して $y$ 軸に平行な直線と、グラフ①と②との交点をそれぞれC, Dとするとき、三角形PCDの面積を求めよ。

